

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Срђан В. Тадић

**Одређивање трајекторије возила при судару
употребом интегрисаног система сателитске
и инерцијалне навигације**

Докторска дисертација

Београд, 2016.

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Срђан В. Тадић

**Одређивање трајекторије возила при судару
употребом интегрисаног система сателитске
и инерцијалне навигације**

Докторска дисертација

Београд, 2016.

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Srdjan V. Tadic

**Reconstruction of Vehicle Trajectory in Crash
by Integrating Satellite and Inertial Navigation**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016.

МЕНТОРИ

др Предраг Иваниш, ванредни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

др Лазар Сарановац, ванредни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

др Миодраг Поповић, редовни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

др Мирослав Дукић, редовни професор
Универзитет Сингидунум – Технички факултет

др Стевица Граовац, ванредни професор
Универзитет у Београду – Електротехнички факултет

ДАТУМ ОДБРАНЕ

ЗАХВАЛНИЦА

Захваљујем се својој породици, супрузи Свјетлани и деци Вуку, Марку и Михаилу на пруженој подршци, љубави и разумевању током израде докторске дисертације. Захваљујем се и својим драгим родитељима, оцу Војмиру и мајци Милици, за подршку и бригу током целокупног школовања.

Изузетну захвалност дугујем доценту др Радивоју Биљићу, на надахнућу, вери у мене и изузетној подршци током истраживачког рада. Имао сам ретку част да добијем много мудрих савета.

Велику захвалност дугујем својим менторима професору др Лазару Сарановцу и професору др Предрагу Иванишу, на великој помоћи и подршци у раду. Такође се захваљујем на подршци свом првом ментору проф. др Мирославу Дукићу.

Захваљујем се др Радету Станчићу, кога сматрам изузетним човеком и једним од најбољих познавалаца материје изложене у овом раду. Са мном је годинама несебично делио своје огромно знање и стручно искуство.

Дивно је имати овакве менторе.

Такође се захваљујем својим сарадницима из фирме Битгир који су ми омогућили погодан амбијент за рад на докторској дисертацији.

Захвалан сам Богу и надам се да ће ово скромно постигнуће бити на добробит мога народа.

У Београду, априла 2016. године

Мр Срђан Тадић, дипл. инж.

ОДРЕЂИВАЊЕ ТРАЈЕКТОРИЈЕ ВОЗИЛА ПРИ СУДАРУ УПОТРЕБОМ ИНТЕГРИСАНОГ СИСТЕМА САТЕЛИТСКЕ И ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ

РЕЗИМЕ

Преко милион особа годишње изгуби живот у саобраћајним несрећама. Према подацима Светске Здравствене Организације, од 1896. године је на овај начин погинуло преко 30 милиона људи¹. Веродостојно расветљавање околности саобраћајних несрећа, првенствено судара, може указати и на потенцијалне пропусте у безбедности. Постојећи алати и методе за анализу судара друмских возила, често не пружају довољно информација за једнозначно расветљавање свих околности и узрока догађаја, већ пружају смернице које стручњаци надаље комбинују са другим доступним изворима. Реконструкција сложених и тешких саобраћајних судара често доводи до спорова у судском вештачењу. Уређаји за бележење догађаја при судару се непрестано унапређују, а њихова уградња у возила је *de facto* обавезна. У току су бројне националне, међународне и струковне иницијативе за њихову даљу стандардизацију и повећање количине корисних информација о судару.

У овој дисертацији предложена је нова метода за поуздану естимацију сила при судару заједно са математичким апаратом који комбинује излазе више сензора за естимацију позиције и вектора брзине возила непосредно током судара. Примарни циљ рада је повећање тачности реконструкције судара уз коришћење технологије која би у најближој будућности омогућила масовну примену на њој заснованих уређаја. Овај захтев се може испунити погодним комбиновањем једнофреквентних глобалних навигационих сателитских пријемника (GNSS) и инерцијалних сензора ниске класе тачности. Овакви хетерогени системи су добро познати у литератури, али до сада није разматрана њихова примена за реконструкцију кретања возила у простору непосредно током судара. У дисертацији су разматрани нови начини за смањење грешака инерцијалне навигације комбиновањем модела рада у различитим сегментима судара.

Анализирани су принципи позиционирања и корекције грешке модерних GNSS пријемника више сателитских сигнала. Наведена су главна ограничења за даље

¹ http://amro.who.int/english/dd/ais/be_v25n1-acctransito.htm

повећање тачности и понашање пријемника при великој динамици кретања. Анализиране су методе за одређивање брзине и убрзања мерењем Доплеровог помераја и диференцирањем фазе носиоца по времену и теоријски, нумерички и експериментално је размотрена примена при различитој динамици аутомобила. Размотрени су најизвеснији правци развоја GNSS која би у најближој будућности могла допринети даљој тачности реконструкције судара.

Предложен је и детаљно образложен алгоритам који користи сегменте судара за умањење појединих грешака инерцијалног навигационог система (INS) чиме се грешка краткотрајне навигације своди на прихватљиву меру. Теоријски и нумерички је анализирана грешка у одређивању позиције при краткотрајној навигацији током судара. Теоријски, нумерички и експериментално је анализиран проблем почетног постављања система по азимуту и алгоритам на бази сензора ниске класе тачности који би поједноставио практичну монтажу уређаја при накнадној уградњи.

Развијен је *strapdown* инерцијални навигациони систем (SDINS) комбиновањем више сензора различитог динамичког опсега и спрегнут са GNSS пријемником у циљу моделовања доминантних грешака. Назначени су најважнији извори грешака SDINS сходно технологији и намени. Приказани су релевантни физички услови и трајање судара и теоријски је анализиран утицај на карактеристике компоненти система.

Експериментално је верификован развијени модел као и методе реконструкције. Проверена је оцена поузданости добијене реконструкције на примеру изолованог судара изведеног у акредитованој лабораторији. Резултати су верификовани упоредном анализом са вредностима добијеним са сензора више класе тачности као и референтних вредности позиције и положаја одређених на основу видео записа. Разлика између естимиране путање и записа камера током кратког времена навигације је испод два дециметра. Резултати показују да сензори ове класе тачности и поред великих стохастичких варијација и несавршености могу бити вредан извор информација за естимацију промене вектора брзине, правца силе, тежине судара и кретања возила.

Кључне речи: глобални навигациони сателитски системи, инерцијална навигација, навигација, микро-електромеханички сензори, акцелерометри, брзински жироскопи, аутомобилски судари.

Научна област: Телекомуникације

Ужа научна област: сателитски системи, инерцијална навигација, естимација

УДК број: 621.3

**Reconstruction of Vehicle Trajectory in Crash by Integrating
Satellite and Inertial Navigation**

ABSTRACT

Over one million people die in road crashes each year. According to the World Health Organization, since 1986, more than 30 million people died this way. Faithful elucidation of traffic crash circumstances can lead to revealing of safety issues. Existing crash investigation tools and methods provide only directions of approach to investigators, and therefore can lead to ambiguous conclusions in otherwise solvable cases. Complex and fatal road vehicle crashes are often a matter of dispute in forensic investigation. Crash Event Data Recorders (EDRs), which are today standard equipment of passenger cars, provide sensor captures for post-accident forensic analysis. There are many ongoing national, international and expert initiatives for further standardization and improvement of EDRs.

This thesis proposes a novel method for accurate estimation of crash forces, together with mathematical apparatus that combines multiple sensor outputs to estimate position and the speed vector in crash proximity. Primary goal is to increase crash reconstruction accuracy using widely available technology that could enable mass deployment of such devices. This requirement can be achieved by combining the single frequency global navigation satellite receivers (GNSS) and the low cost inertial sensors. These heterogeneous systems are well described in literature, but were not considered for reconstruction of the vehicle motion in space during crash. This dissertation considers novel approaches for suppressing inertial navigation errors by combining different work regimes according to the crash segments.

This work analyses principles of the positioning and error correction in modern multi-constellation GNSS receivers and lists major obstacles for further increase of accuracy, especially in the high-dynamics environment. Dissertation provides theoretical, numerical and experimental analysis of the methods for speed and acceleration estimation based on Doppler shift measurement and time-differencing of carrier phase at the various vehicle dynamics. Major trends in the development of GNSS receivers are given with their potential influence on the further improvement of crash reconstruction.

The proposed algorithm utilizes different crash segments to reduce inertial navigation system errors to the level acceptable for its use for short-term navigation. Error of this vehicle position estimation at crash is analyzed both theoretically and numerically. Also, the problem

of low cost measurement unit initial alignment is explained theoretically, numerically and via experiment. Proposed is one practical algorithm for device kinematic alignment which could simplify the after-market installation.

Specific strapdown inertial navigation system (SDINS) has been developed to combine multiple sensors of different dynamic ranges. SDINS has been coupled to GNSS receiver with primary goal to enable proper modelling of dominant system errors. The most significant error sources have been identified considering the applied sensor technology and use case, including the relevant crash physics and the event duration.

Finally, developed model and the algorithm for the vehicle crash trajectory reconstruction have been validated in relevant test, performed at an approved safety performance assessment laboratory. Strap-down inertial mechanization was used for short-term vehicle trajectory reconstruction using sensor readings and compared to the ground-truth position captured on video. Discrepancy between the estimated trajectory and the camera recording was on a decimeter level during this short navigation. Results confirm that MEMS of low-grade can be adequate source of data for the accident characterization and the estimation of vehicle trajectory near crash. Results confirm that MEMS of low-grade can be adequate source of data for the accident characterization and the estimation of vehicle trajectory near crash.

Keywords: global navigation satellite systems, inertial navigation, navigation, micro-electromechanical sensors, accelerometers, rate gyroscopes, vehicle crashes.

Scientific Domain: Telecommunications

UDK number: 621.3

Садржај

1.	Увод	1
1.1.	Извори информација и динамика возила	3
1.2.	Основне карактеристике и детекција судара	8
1.3.	Уређаји за бележење догађаја у вожњи - Event Data Recorders	10
1.4.	Преглед структуре и допринос рада	15
2.	Глобални навигациони сателитски системи	17
2.1.	Принципи сателитског позиционирања	21
2.1.1.	Врсте мерења	21
2.1.2.	Извори грешака и њихова процена	24
2.1.3.	Уклањање грешака	31
2.2.	Математички модели за одређивање позиције, брзине и убрзања корисника	33
2.2.1.	Одређивање позиције на основу псеудорастојања	33
2.2.2.	Одређивање брзине мерењем Доплеровог помераја	35
2.2.3.	Одређивање брзине диференцирањем фазе носиоца по времену	38
2.2.4.	Одређивање убрзања помоћу GNSS	41
2.3.	Утицај геометријског распореда сателита на грешку	44
2.4.	ГЛОНАСС	48
2.5.	Galileo	50
2.6.	Помоћни системи – SBAS/EGNOS	52
2.7.	GNSS - тренутно стање	53
3.	Избор естиматора стања	62
3.1.	Метода најмањих квадрата (LMS)	63
3.2.	Калманов филтар (КФ)	65
3.2.1.	Неке особине Калмановог филтра	69
3.2.2.	Линеаризација Калмановог филтра	70
3.3.	Пример утицаја избора естиматора на GNSS навигационо решење	72
4.	Инерцијална навигација	75
4.1.	Strapdown INS	77
4.1.1.	Алгоритам оријентације	78
4.1.2.	Алгоритам навигације	83
4.2.	Почетно постављање система	85
4.2.1.	Прорачун углова у хоризонталној равни	85
4.2.2.	Постављање по азимуту	86
4.3.	Модел грешака акцелерометара	88
4.4.	Модел грешака брзинских жirosкопа	91
5.	Интеграција “strapdown” INS и GNSS-а	94
6.	Одређивање трајекторије возила при судару	99
6.1.	Понашање INS/GNSS при судару	99
6.2.	Модел грешака SDINS	102
6.3.	Динамика грешака INS за краткотрајну навигацију	104
6.4.	Опсервабилност и естимација грешака INS	107
6.5.	Одређивања оријентације уређаја према возилу	108
6.6.	Тачност алгоритма инерцијалне навигације – пример	111
6.7.	Метода реконструкције судара	113
6.7.1.	Хронологија судара	113

6.7.2.	Алгоритам реконструкције	115
7.	Експериментално испитивање	119
7.1.	Провера концепта употребом модела аутомобила	119
7.1.1.	Пример поставке тестирања моделом аутомобила	120
7.1.2.	Пример резултата теста моделом аутомобила	122
7.1.3.	Недостаци тестирања моделом аутомобила	123
7.2.	Провера у лабораторији за истраживање судара	124
7.2.1.	Анализа видео записа	127
7.2.2.	Анализа мерења инерцијалних мерних јединица	130
7.2.3.	Измерена механичка сила и правац силе	132
7.2.4.	Резултати реконструкције трајекторије возила	133
8.	Закључак	139
Прилог 1 –	Координатни системи и њихове трансформације	145
	Координатни систем везан за Земљу	145
	Инерцијални координатни систем	145
	Међународни геодетски систем WGS-84	146
	Локални NED и ENU координатни системи	147
	“Wander” азимут координатни систем	147
	Везани координатни систем	148
	Трансформација из инерцијалног у ECEF координатни систем	148
	Трансформација из ECEF у NED координатни систем	149
	Трансформација из локалног NED у локални ENU координатни систем	149
	Трансформација из ENU/ECEF у Wander azimuth координатних система	150
	Трансформација WGS-84 у ECEF координатни систем	151
Прилог 2 –	Аритметика кватерниона	152
Прилог 3 -	Систем за прикупљање и обраду података	156
	Блок дијаграм	157
	Опис појединих модула	158
	Централни процесор	158
	Аквизиција података са сензора и основни интерфејси	159
	GPS пријемник и модем	160
	Инерцијални сензори	160
Прилог 4 –	Извештај о судару	161
Литература		162

Списак слика

СЛИКА 1.1 КОНЦЕПТУПАЛНИ ПРИКАЗ ИЗВОРА ИНФОРМАЦИЈА КОЈЕ ТРЕНУТНО КОРИСТЕ УРЕЂАЈИ ЗА НАВИГАЦИЈУ У АУТОМОБИЛИМА	4
СЛИКА 1.2 ДИНАМИКА ВОЗИЛА ПРИ НАГЛОМ КОЧЕЊУ – А) БРЗИНА Б) УГАО ПРОПИЊАЊА	6
СЛИКА 1.3 КАРАКТЕРИСТИЧАН ПРИМЕР ДИНАМИКЕ ВОЗИЛА А) ПУТАЊА GPS Б) GPS БРЗИНА В) GPS СМЕР КРЕТАЊА Г) ИЗЛАЗ АКЦЕЛЕРОМЕТАРА – УЗДУЖНА И БОЧНА ОСА	8
СЛИКА 1.4 ПРАВАЦ СИЛЕ, PDOF	10
СЛИКА 1.5 ФУНКЦИОНАЛНИ ПРИКАЗ EDR	11
СЛИКА 1.6 ПРИМЕР GENERAL MOTORS EDR, 2014. ГОДИНА [27]	12
СЛИКА 1.7 ПРИМЕНА РАЗЛИЧИТИХ ИЗВОРА ИНФОРМАЦИЈА О ДИНАМИЦИ ВОЗИЛА	14
СЛИКА 2.1 ПРЕГЛЕД GNSS РАДИО КАНАЛА	19
СЛИКА 2.2 ПРИНЦИПСКА СХЕМА ОБРАДЕ СИГНАЛА НА ПРЕДАЈ И ПРИЈЕМУ (СЛУЧАЈ GPS)	20
СЛИКА 2.3 ДИЈАГРАМ КОРЕКЦИЈЕ ГРЕШКЕ GNSS[45]	32
СЛИКА 2.4 ПРОЦЕНА ПОЗИЦИЈЕ КОРИСНИКА	34
СЛИКА 2.5 ГЕОМЕТРИЈСКО ОБЈАШЊЕЊЕ TDCP ПОСТУПКА (ИЗМЕЊЕНО НА ОСНОВУ [71])	40
СЛИКА 2.6 МЕРЕЊА УБРЗАЊА АУТОМОБИЛА GNSS-ОМ И ИНЕРЦИЈАЛНОМ ЈЕДИНИЦОМ А) НЕФИЛТРИРАНА МЕРЕЊА Б) ФИЛТРИРАН ШУМ В) ПРОФИЛ БРЗИНЕ Г) ВИСИНА	43
СЛИКА 2.7 ИЛУСТРАЦИЈА А) ПОВОЉНОГ И Б) НЕПОВОЉНОГ ГЕОМЕТРИЈСКОГ РАСПОРЕДА САТЕЛИТА	45
СЛИКА 2.8 ПРОМЕНЕ DOP У ТОКУ 24 ЧАСА (БЕОГРАД, GPS) – ПРЕДИКЦИЈА, ПРИМЕР	48
СЛИКА 2.9 РАСПОДЕЛА ВЕРОВАТНОЋЕ И ХИСТОГРАМ PDOP-A – ПРИМЕР МЕРЕЊА 2015. ГОД	48
СЛИКА 2.10 РАСПОРЕД КАНАЛА GPS И ГЛОНАСС У L1 ОПСЕГУ	49
СЛИКА 2.11 А) МАКЕТА GALILEO САТЕЛИТА (1:1) Б) СПЕКТРИ GALILEO И GPS С/А СИГНАЛА [76]	50
СЛИКА 2.12 АРХИТЕКТУРА EDAS-A	52
СЛИКА 2.13 ПОРЕЂЕЊЕ ТАЧНОСТИ GPS И GPS/ ГЛОНАСС ПРИЈЕМНИКА А) ШУМА Б) УРБАНА СРЕДИНА (ЖУТО- GPS, ЗЕЛЕНО – ГЛОНАСС, ЦРВЕНО – GPS/ ГЛОНАСС)	55
СЛИКА 2.14 ВЕРОВАТНОЋА ДА ЈЕ GDOP<5 У УРБАНИМ УСЛОВИМА ПРИ ЕЛЕВАЦИЈИ САТЕЛИТА ИЗНАД 25 СТЕПЕНИ А) САМО GPS И Б) GPS/ГЛОНАСС СИГНАЛ [91]	56
СЛИКА 2.15 HDOP – ПОРЕЂЕЊЕ GPS И GPS/ГЛОНАСС ПРИЈЕМНИКА - ПРИМЕР	56
СЛИКА 2.16 ПРЕДНОСТИ ПРИЈЕМНИКА ВИШЕ СИГНАЛА – ПРИМЕР МЕРЕЊА БРЗИНЕ	57
СЛИКА 2.17 ВИДЉИВОСТ GNSS САТЕЛИТА – ПРИМЕР МЕРЕЊА	57
СЛИКА 2.18 ВИДЉИВОСТ САТЕЛИТА–БЕОГРАД, 28/1/2016.	58
СЛИКА 2.19 УКУПАН БРОЈ РАСПОЛОЖИВИХ ГЛОБАЛНИХ И РЕГИОНАЛНИХ НАВИГАЦИОНИХ САТЕЛИТА (СТВАРНО СТАЊЕ И ПРЕДИКЦИЈА [97])	59
СЛИКА 2.20 ОЧЕКИВАНА ВИДЉИВОСТ GNSS 2020. ГОДИНЕ (95% РАСПОЛОЖИВОСТ, УРБАНА СРЕДИНА, ЕЛЕВАЦИЈА ИЗНАД 30 СТЕПЕНИ) [97]	60
СЛИКА 3.1 ДИЈАГРАМ ТОКА ДИСКРЕТНОГ КАЛМАНОВОГ ФИЛТРА	68
СЛИКА 3.2 ВРЕМЕНСКИ ДИЈАГРАМ ИЗМЕНА ВЕЛИЧИНА КАЛМАНОВОГ ФИЛТРА	69

СЛИКА 3.3 АПРОКСИМАЦИЈА ГАУСОВЕ РАСПОДЕЛЕ А) ЛИНЕАРИЗАЦИЈОМ ОКО ПРЕТХОДНЕ ПРОЦЕНЕ - ЕКФ Б) АПРОКСИМАЦИЈОМ У ВИШЕ ТАЧАКА – UKF	71
СЛИКА 3.4 УТИЦАЈ ИНТЕРНОГ ЕКФ GNSS ПРИЈЕМНИКА НА НАВИГАЦИОНО РЕШЕЊЕ ПРИ СТАТИЧКОМ МЕРЕЊУ – ЦРВЕНО – НЕФИЛТРИРАН, ЗЕЛЕНО – ФИЛТРИРАН СИГНАЛ	73
СЛИКА 3.5 УТИЦАЈ ИНТЕРНОГ ЕКФ НА НАВИГАЦИОНО РЕШЕЊЕ GNSS ПРИЈЕМНИКА ПРИ ДИНАМИЧКОМ МЕРЕЊУ А) ТРАЈЕКТОРИЈА- ЦРВЕНО – НЕФИЛТРИРАН, ЗЕЛЕНО – ФИЛТРИРАН СИГНАЛ Б) „ГРЕШКА“ ПОЗИЦИЈЕ У ОДНОСУ НА НОМИНАЛНУ ТРАЈЕКТОРИЈУ В) ПРАВАЦ ВЕКТОРА БРЗИНЕ	74
СЛИКА 4.1 ПРИНЦИП РАДА SDINS.....	78
СЛИКА 4.2 SDINS АЛГОРИТАМ – КАО ШТО ЈЕ ИМПЛЕМЕНТИРАН У СОФТВЕРУ.....	82
СЛИКА 4.3 РАЧУНАЊЕ УГЛОВА У ХОРИЗОНТАЛНОЈ РАВНИ	86
СЛИКА 4.4 КАРАКТЕРИСТИЧАН ПРИМЕР – РЕЗУЛТАТИ ИСПИТИВАЊА УТИЦАЈА ТЕМПЕРАТУРЕ НА ИЗЛАЗЕ АКЦЕЛЕРОМЕТАРА МЕМС IMU У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ	89
СЛИКА 4.5 КАРАКТЕРИСТИЧАН ПРИМЕР – РЕЗУЛТАТИ ИСПИТИВАЊА УТИЦАЈА ТЕМПЕРАТУРЕ НА ИЗЛАЗЕ МЕМС БРЗИНСКИХ ЖИРОСКОПА У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ	92
СЛИКА 4.6 РЕЗУЛТАТИ ИСПИТИВАЊА УТИЦАЈА ТЕМПЕРАТУРЕ НА ИЗЛАЗЕ МЕМС ЖИРОСКОПА	93
СЛИКА 4.7 ARW ЖИРОСКОПА ЖИРОСКОПА.....	93
СЛИКА 5.1 ПРИМЕНА ИНТЕГРИСАНОГ НАВИГАЦИОНОГ СИСТЕМА	94
СЛИКА 5.2 ВРСТЕ СПРЕГЕ SDINS И GNSS.....	96
СЛИКА 5.3 БЛОК ДИЈАГРАМ ИНТЕГРИСАНОГ НАВИГАЦИОНОГ СИСТЕМА.....	97
СЛИКА 6.1 УТИЦАЈ ОФСЕТА АКЦЕЛЕРОМЕТАРА И УГЛА У ХОРИЗОНТАЛНОЈ РАВНИ НА ОДРЕЂИВАЊЕ УГЛА ПРЕМА АЗИМУТУ	109
СЛИКА 6.2 ТЕСТ ПУТАЊА – ОДРЕЂИВАЊЕ ОРИЈЕНТАЦИЈЕ К.С. ПЛАТФОРМЕ ПРЕМА К.С. ВОЗИЛА	110
СЛИКА 6.3 ТЕСТ УРЕЂАЈ А) МОНТАЖА В) ПОДЛОГА ЗА ПРЕЦИЗНО МОНТИРАЊЕ ПО УГЛУ	110
СЛИКА 6.4 ЕСТИМАЦИЈА УГЛА ОРИЈЕНТАЦИЈЕ УРЕЂАЈА ПРЕМА ВОЗИЛУ ЗА ТРИ РАЗЛИЧИТЕ МОНТАЖЕ	111
СЛИКА 6.5 ХРОНОЛОГИЈА ТИПИЧНОГ СУДАРА И ПРЕДЛОЖЕНИ РЕДОСЛЕД КОРАКА РЕКОНСТРУКЦИЈЕ	113
СЛИКА 6.6 ПРИМЕР ИЗОЛОВАНОГ СУДАРА ВОЗИЛА (ПРИКАЗ У РАВНИ).....	113
СЛИКА 6.7 МОД РАДА ПРЕ СУДАРА - PRE-CRASH	114
СЛИКА 6.8 ПРЕГЛЕД КОРАКА ЕКОНСТРУКЦИЈЕ СУДАРА И РЕЖИМИ РАДА	118
СЛИКА 6.9 ЈЕДАН МОГУЋИ ПОСТУПАК ЧУВАЊА И ОБРАДЕ ПОДАТАКА	118
СЛИКА 7.1 МОДЕЛ АУТОМОБИЛА СА ИНСТАЛИРАНИМ УРЕЂАЈЕМ.....	120
СЛИКА 7.2 А) МОДЕЛ АУТОМОБИЛА СА ИНСТАЛИРАНОМ ТЕСТ ОПРЕМОМ Б) БЛОК ДИЈАГРАМ ОПРЕМЕ ЗА ПРИКУПЉАЊЕ И ОБРАДУ ПОДАТАКА	121
СЛИКА 7.3 ТЕСТ МОДЕЛОМ АУТОМОБИЛА.....	121
СЛИКА 7.4 ИЗМЕРЕНА УБРЗАЊА ПРИ ТЕСТУ МОДЕЛОМ АУТОМОБИЛА.....	123
СЛИКА 7.5 НОРМИРАНА ВРЕДНОСТ ΔTAV И ПРОЦЕЊЕНИ ПРАВЦИ ДЕЛОВАЊА СИЛЕ	123
СЛИКА 7.6 ПРИМЕР УТИЦАЈ ШУМА НА МЕРЕЊЕ УБРЗАЊА МОДЕЛА АУТОМОБИЛА А) УЗДУЖНА ОСА Б) ВЕРТИКАЛНА ОСА	124

СЛИКА 7.7 ИЗВОЂЕЊЕ СУДАРА У КОНТРОЛИСАНОМ ОКРУЖЕЊУ – СНИМАК А)-Б) ПРЕ СУДАРА В)-Г) ПОСЛЕ СУДАРА	125
СЛИКА 7.8 РАСПОРЕД ИНЕРЦИЈАЛНЕ МЕРНЕ ЈЕДИНИЦЕ И МАРКЕРА	127
СЛИКА 7.9 ТРАНСФОРМАЦИЈА РЕФЕРЕНТНЕ РАВНИ СЛИКЕ	128
СЛИКА 7.10 ОБРАДА ПОДАТАКА	129
СЛИКА 7.11 ТРАЈЕКТОРИЈА АУТОМОБИЛА ТОКОМ СУДАРА – ПРОЦЕНА ПРЕМА ЗАПИСУ КАМЕРА	129
СЛИКА 7.12 ОРИЈЕНТАЦИЈА АУТОМОБИЛА У NED ТОКОМ СУДАРА – ПРОЦЕНА ПРЕМА ЗАПИСУ КАМЕРА.....	130
СЛИКА 7.13 ИЗЛАЗ РЕФЕРЕНТНИХ ЛАБОРАТОРИЈСКИХ АКЦЕЛЕРОМЕТАРА ТОКОМ СУДАРА.....	130
СЛИКА 7.14 ЗАБЕЛЕЖЕНА УГАОНА БРЗИНА АУТОМОБИЛА ТОКОМ СУДАРА	131
СЛИКА 7.15 УБРЗАЊА У ПРАВЦУ УЗДУЖНЕ ОСЕ МЕРЕНО НА ЛЕВОЈ СТРАНИ ВОЗИЛА.....	131
СЛИКА 7.16 УБРЗАЊА У ПРАВЦУ УЗДУЖНЕ ОСЕ МЕРЕНО НА ДЕСНОЈ СТРАНИ АУТОМОБИЛА.....	131
СЛИКА 7.17 УБРЗАЊЕ УЗДУЖ ПРАВЦА АУТОМОБИЛА УСРЕДЊЕНО НА 30MS	132
СЛИКА 7.18 БОЧНО УБРЗАЊЕ АУТОМОБИЛА УСРЕДЊЕНО НА 30MS	133
СЛИКА 7.19 УБРЗАЊЕ ПО ВЕРТИКАЛНОЈ ОСИ АУТОМОБИЛА УСРЕДЊЕНО НА 30MS	133
СЛИКА 7.20 ПРОМЕНА ОРИЈЕНТАЦИЈЕ АУТОМОБИЛА ПРЕМА МЕРЕЊИМА БРЗИНСКИХ ЖИРОСКОПА	134
СЛИКА 7.21 А) ПРОЦЕЊЕНА ТРАЈЕКТОРИЈА АУТОМОБИЛА НА ОСНОВУ ВИДЕО ЗАПИСА И НА ОСНОВУ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ - УЗДУЖНА ОСА Б) ОДСТУПАЊЕ ПРОЦЕНЕ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ ОД ПОЛОЖАЈА ПРОЦЕЊЕНОГ НА ОСНОВУ КАМЕРА – УЗДУЖНА ОСА	135
СЛИКА 7.22 А) ПРОЦЕЊЕНА ТРАЈЕКТОРИЈА АУТОМОБИЛА НА ОСНОВУ ВИДЕО ЗАПИСА И НА ОСНОВУ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ – БОЧНО КРЕТАЊЕ Б) ОДСТУПАЊЕ ПРОЦЕНЕ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ ОД ПОЛОЖАЈА ПРОЦЕЊЕНОГ НА ОСНОВУ КАМЕРА – БОЧНО КРЕТАЊЕ.....	135
СЛИКА 7.23 А) ПРОЦЕЊЕНА ТРАЈЕКТОРИЈА АУТОМОБИЛА НА ОСНОВУ ВИДЕО ЗАПИСА И НА ОСНОВУ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ – ВЕРТИКАЛНА РАВАН Б) ОДСТУПАЊЕ ПРОЦЕНЕ ИНЕРЦИЈАЛНЕ НАВИГАЦИЈЕ ОД ПОЛОЖАЈА ПРОЦЕЊЕНОГ НА ОСНОВУ КАМЕРА – ВЕРТИКАЛНА РАВАН	135
СЛИКА 7.24 КРЕТАЊЕ АУТОМОБИЛА У ХОРИЗОНТАЛНОЈ РАВНИ	136
СЛИКА 7.25 КРЕТАЊЕ АУТОМОБИЛА У ВЕРТИКАЛНОЈ РАВНИ	137
СЛИКА 7.26 БОЧНИ ПОМЕРАЈ АУТОМОБИЛА ТОКОМ СУДАРА.....	137
СЛИКА 7.27 ИЗГЛЕД КОРИСНИЧКЕ АПЛИКАЦИЈЕ	137
СЛИКА 7.28 ТЕСТНИ УРЕЂАЈ (БИТГИР)	138

Списак табела

ТАБЕЛА 1.1 ПРОПУСНИ ОПСЕГ ДИНАМИКЕ ДРУМСКИХ ВОЗИЛА У ВОЖЊИ [10]	6
ТАБЕЛА 1.2 EDR МИНИМАЛНЕ ТЕХНИЧКЕ СПЕЦИФИКАЦИЈЕ (NHTSA, 2006.)	13
ТАБЕЛА 1.3 EDR МИНИМАЛНЕ ТЕХНИЧКЕ СПЕЦИФИКАЦИЈЕ [26]	13
ТАБЕЛА 2.1 ПРЕГЛЕД GNSS КОНСТЕЛАЦИЈА	19
ТАБЕЛА 2.2 СТАНДАРДНЕ ВРЕДНОСТИ ГРЕШАКА GPS	30
ТАБЕЛА 5.1 ПРЕДНОСТИ И НЕДОСТАЦИ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАНЕ ИНТЕГРАЦИЈЕ	95
ТАБЕЛА 6.1 ГРЕШКЕ INS.....	105
ТАБЕЛА 6.2 ПРОПАГАЦИЈА КОМПОНЕНТИ ГРЕШАКА INS ПРИ КРАТКОТРАЈНОЈ НАВИГАЦИЈИ (ЈЕДНОКАНАЛНИ МОДЕЛ).....	106
ТАБЕЛА 6.3 РЕЗУЛТАТИ ОДРЕЂИВАЊА ОРИЈЕНТАЦИЈЕ ПЛАТФОРМЕ ПРЕМА ВОЗИЛУ	111
ТАБЕЛА 6.4 ВРЕДНОСТИ КОМПОНЕНТИ ГРЕШАКА INS КОЈЕ ИЗАЗИВАЈУ ГРЕШКУ ПОЗИЦИЈЕ ~0.2М	112
ТАБЕЛА 7.1 ПРОИЗВОЂАЧКЕ СПЕЦИФИКАЦИЈЕ СЕНЗОРА У ТЕСТУ	120
ТАБЕЛА 7.2 ГЛАВНИ ИЗВОРИ ГРЕШАКА ПОЗИЦИЈЕ ОДРЕЂЕНИХ НА ОСНОВУ ВИДЕО ЗАПИСА	129
ТАБЕЛА 7.3 ИЗМЕРЕН ПРАВАЦ ДЕЛОВАЊА СИЛЕ.....	132
ТАБЕЛА 7.4 КАРАКТЕРИСТИКЕ АКЦЕЛЕРОМЕТАРА У ТЕСТУ	138
ТАБЕЛА 7.5 КАРАКТЕРИСТИКЕ БРЗИНСКИХ ЖИРОСКОПА У ТЕСТУ	138

1. Увод

Постојећи алати и методе за анализу судара друмских возила, често не пружају довољно информација за једнозначно расветљавање свих околности и узрока догађаја, већ пружају смернице које стручњаци надаље комбинују са другим доступним изворима информација. Зато су често спорови при судском вештачењу сложених и тешких саобраћајних незгода. Намера ове дисертације је да покуша да помери границу коришћења различитих извора информација о судару у *post*-анализи, пре свега увођењем пријемника глобалних навигационих сателитских система (*Global Navigation Satellite Systems*, GNSS) и потпуног *strapdown* инерцијалног навигационог система који могу даље допринети расветљавању свих околности судара. Управо аутомобилска индустрија је била главни покретач масовне примене GNSS пријемника и инерцијалних сензора за повећање безбедности саобраћаја преко тачних информација о позицији учесника као и употреби навигације. Применом у овој индустрији омасовљене су обе ове суштински војне технологије што указује колики је био значај истраживања која су допринела данашњем нивоу тачности позиционирања и праћења динамике возила као мере пасивне и активне безбедности у вожњи.

Сателитска навигација, локализација, је постала приступачна, економски оправдана, и постаје саставни део опреме возила. У неким ситуацијама показује недостатке, а највећи су повремена недоступност и утицај случајних грешака при радио простирању. Такође, поузданост сателитског позиционирања је врло ограничена у условима велике динамике. Структура пријемника сигнала GNSS најчешће омогућава праћење кретања објеката ограниченог убрзања и промене убрзања услед ограниченог пропусног опсега *Phase Lock Loop* (PLL) као петље која се користи за праћење сигнала, као и ограниченог односа сигнал-шум. Један од елемената овог истраживања је анализа могућности сателитске навигације за вештачење судара возила. На основу добијених закључака, даље истраживање је усмерено на унапређењу поузданости снимљених информација применом других метода навигације, првенствено инерцијалне.

Инерцијални сензори су дуго присутни у возилима, пре свега кроз активне системе за повећање безбедности. Значајне нове могућности доноси изузетно брз развој МЕМС (микро-електромеханички сензори, MEMS) технологије коју одликују ниска цена, мале димензије и тежина. Њихов главни недостатак је велика акумулација и пропација

грешке при прорачуну позиције, вектора брзине и убрзања коришћењем вишеструких интеграција излаза сензора. Примена инерцијалних сензора у вештачењу судара до сада је била ограничена на ниво једноставног записа амплитуде специфичних сила као помоћ стручним лицима у одређивању угла судара, опсега брзине учесника као и тренутка судара. Неки модернији системи за сателитско праћење возила такође пружају напредне информације о судару јер су опремљени акцелерометрима који слично уређајима за активирање ваздушних јастука у аутомобилима са великом поузданошћу аутоматски детектују опасне сударе и покрећу правовремено снимање параметара вожње. Истраживање у оквиру ове дисертације има за циљ да повећа доступну количину информација погодним комбиновањем сателитског позиционирања и инерцијалне навигације у интегрисани навигациони систем. Некада је главни и скоро искључиви разлог за комбиновање GPS и инерцијалних сензора била осетљивост GPS на спољне утицаје. Данас то углавном није тако јер пријемници могу истовремено да прате и преко 20 сателита и уз то често комбинују резултате GNSS-а са базама података које садрже мапе путева. Повећањем тачности и прецизности и GNSS и сензора, појавиле су се нове, квалитативно другачије, примене које користе ове побољшане податке. У литератури постоји велики број решења интегрисаних навигационих система за аутомобиле који обезбеђују тзв. „праћење у прекиду“ (*dead-reckoning*) односно краткотрајну аутономију у праћењу возила у случају да сигнал GNSS није расположив (радио сенка, привремено неповољна геометрија констелације сателита за трилатерацију и сл.). Навигација друмских возила у прекиду је дуго била само предмет истраживања са ограниченом комерцијалном применом под окриљем произвођача аутомобила [1][2]. Први комерцијални, јефтини и широко доступни хибридни INS/GNSS или GNSS/одометар модули који су имали и могућност *dead reckoning*-а, односно навигације сензорима у прекиду GNSS сигнала, појавили су се у периоду 2010-2015. године [3].

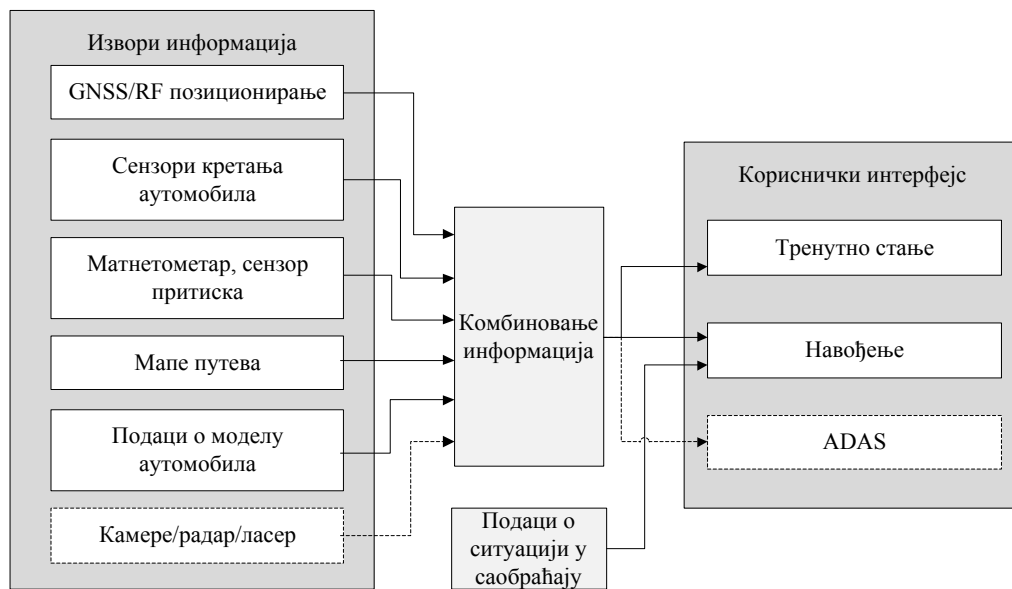
У овом поглављу дат је преглед типичне динамике аутомобила у вожњи и најчешће коришћених извора информација за позиционирање и навигацију. Сажето је приказана еволуција улоге инерцијалних сензора и сателитске навигације и пораст ослањања на сензоре више учестаности одабирања за стварање нових услуга у овом домену. Са тог становишта приказане су разлике при мерењу динамике возила инерцијалним сензорима и сателитским позиционирањем и наведена два карактеристична примера добијена употребом комерцијалних модула ниске класе тачности. Приказане су

основне карактеристике судара и основни појмови при анализи и карактеризацији судара. Једну од главних улога у реконструкцији судара имају записи са *Event Data Recorder* (EDR) – уређаја за бележење догађаја у возњи. Описано је стање технике, релевантни стандарди и нове иницијативе у овој области.

1.1. **Извори информација и динамика возила**

У телематици која користи даљински очитане информације са возила, до пре пет година нису коришћени подаци о кретању возила у реалном времену и њихова позиција је бележена најчешће једном до два пута у минути. Напретком инерцијалне и сателитске навигације и њиховом применом у следећој генерацији телематичких уређаја настале су нове услуге засноване на детектовању догађаја у возњи и карактеризацији безбедности возње [4]. За мање од пет година очекивања технологије су се помериле од бележења података сваког минута до бележења више стотина пута у секунди. Истовремено, сваки нови аутомобил опремљен је *Event Data Recorder* – уређајима за снимање догађаја у возњи који, у форми црне кутије, бележе у сталну меморију записе са акцелерометара, одометра и остале доступне информације. Њихова примена почела је од 1990.-их година, а већ 2008. године били су уграђивани у већину нових аутомобила. Примена ових нових извора информација непрестано расте са развојем интелигентних транспортних система, система за помоћ возачу у возњи који се на енглеском зову *Advanced Driver Assistance Systems* (ADAS), управљање саобраћајем, аутоматском наплатом путарине и паркинга (где се очекује велика улога нових Galileo GNSS сигнала), система за аутоматску дојаву места судара [5][6] итд. Сви ови системи захтевају редувантне информације јер није довољна само повећана тачност мерења, било да је у питању мерење силе, позиције, брзине или убрзања, већ је потребно да су информације поуздане и да постоји одређена мера интегритета доступних информација. Важно је напоменути да технологије за позиционирање високом тачношћу већ постоје и да је данас изазов постићи високу тачност употребом што јефтинијим средствима [7]. Тренутно доступни извори информација у навигационим системима аутомобила се могу поделити, као на слици 1.1, на изворе података о позицији на основу GNSS или друге врсте позиционирања радијом, инерцијалне сензоре и друге сензоре кретања – одометар, енкодери на точковима или волану аутомобила, баро-висиномере, магнетометре као комплементарни скуп који се

често користи заједно и у другим применама, базе података које садрже прецизне мапе путева као и базе у којима се освежава стања у саобраћају на тим путевима, затим подаци о моделу аутомобила и интерним системима који мере динамику возила. Последња генерација возила која користи ADAS ослања се и на камере, радаре и LIDAR (*Light Detection and Ranging*) технологију.



Слика 1.1 Концептуални приказ извора информација које тренутно користе уређаји за навигацију у аутомобилима

Комбиновање ових информација је вишеслојно. Информација о позицији добијена спрезањем GNSS и инерцијалних сензора се често пројектује на дигиталну мапу и на основу претходног кретања возила прорачунава се највероватнија позиција– што је тзв. *map-matching* алгоритам [8]. Ова нова информација се надаље користи за даље спрезање са базама података о ситуацији о саобраћају, детаљнијим мапама и може се користити у ADAS за помоћ при вожњи, регулисање брзине, предикцију опасних кривина и сл. Уколико је мапа довољне тачности, могућа је и повратна спрега – односно корекција излаза сензора у циљу даљег смањења грешке. Постоји велики број различитих спрезања извора информација као што су жирографи и одометар, или одометар и мапа као једини извори информација. Често се користе одометар, као и информације са енкодера на точковима или волану јер су робустан и увек доступан извор информација о брзини или пређеном путу, мада подложен грешци услед проклизавања точкова, несавршености механичког склопа, промене обима точкова,

подлоге и сл. Систематске грешке се могу естимирати у одређеном временском периоду, али оне несистематске – као што су грешке које зависе од начина вожње или терена, се не могу потиснути. Шири преглед комбиновања извора информација дат је у [9].

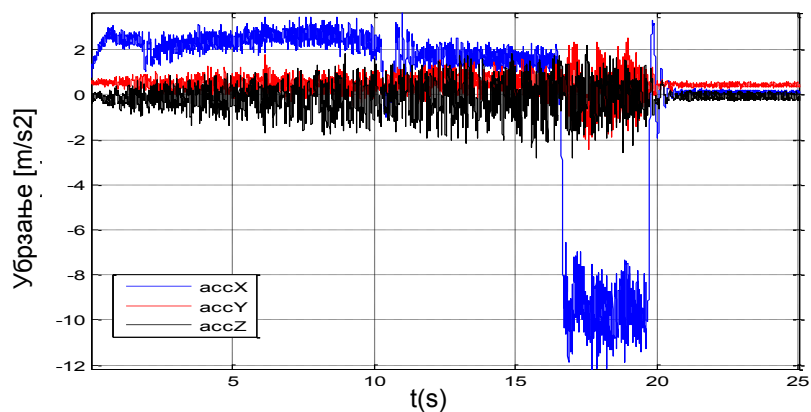
Једна од најважнијих предности спрезања GNSS пријемника са другим изворима информација, поред повећање тачности и мере интегритета навигационог решења, је и повећавање учестаности са којим се то решење добија. Фреквенција освежавања излаза модерних GNSS пријемника је до 20 Hz, док је фреквенција мерења модерних акцелерометара и жироскопа више стотина Hz. Може се занемарити чињеница да већина данашњих инерцијалних сензора ниске класе тачности даје излазне податке фреквенцијом и до 8 kHz. Због превеликог нивоа шума подаци су ефективно неупотребљиви на тој учестаности и пожељно је дигитално филтрирање и усредњавање сигнала. Брже освежавање навигационог решења омогућава верније праћење динамике возила, а нарочито карактеристичних показатеља опасне вожње: наглих кочења, проклизавања, подуправљања, оштрих скретања, наглих промена саобраћајних трака. Под одређеним условима, многи од ових догађаја могу бити детектовани и само применом GNSS, што ће бити показано при анализи мерења убрзања GNSS пријемником. Баро-висиномер односно сензори притиска као и магнетометри или дигитални компас, су изузетно значајни за корекцију мерења у вертикалној равни, односно по азимуту. Њихов пропусни опсег је доста мали, тако да не могу да прате нагле промене висине односно правца, али су довољни за уобичајену динамику возила. У табели 1.1 приказан је измерени пропусни опсег динамике друмских возила, према процени датој у [10]. Ова информација о очекиваном пропусном опсегу се може надаље користити за пројектовање филтара за смањење нивоа шума сензора, што може побољшати навигацију инерцијалним сензорима при нормалној вожњи.

Ова разматрања пропусног опсега не важе у екстремним ситуацијама, као што су судари или „опасна вожња“. У карактеристичном примеру, на слици 1.2 приказан је излаз акцелерометара при наглom кочењу брзином од 120 km/h. Регистровано је успорење од приближно 1 g ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$) што се, узимајући у обзир сличност подлоге и гума код најраспрострањенијих модела аутомобила, може сматрати и типичном максималном вредношћу успорења. При овом догађају, измерена је промена угла пропињања возила, односно ротације око бочне осе возила, од око 3° током 0.4

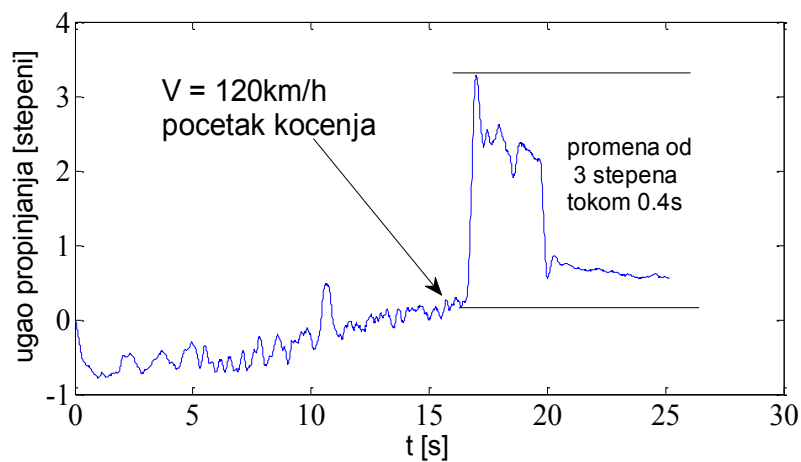
секунде. Овакав догађај може значајно да наруши поклопљеност координатних система возила и навигационог система и повећа грешку позиционирања хибридног инерцијалног и GNSS. Овај карактеристичан пример илуструје и многе друге ситуације из реалне возњи и показује да за финије праћење динамике возила није довољно посматрати поједностављене моделе кретања возила у равни.

Табела 1.1 Пропусни опсег динамике друмских возила у возњи [10]

<i>Врста кретања</i>	<i>Пропусни опсег [Hz]</i>
Убрзање	
X оса (уздужна)	< 2
Y оса (бочна)	< 2
Z оса (вертикална)	< 8
Угаона брзина	
X оса (уздужна)	< 8
Y оса (бочна)	< 8
Z оса (вертикална)	< 2



а)



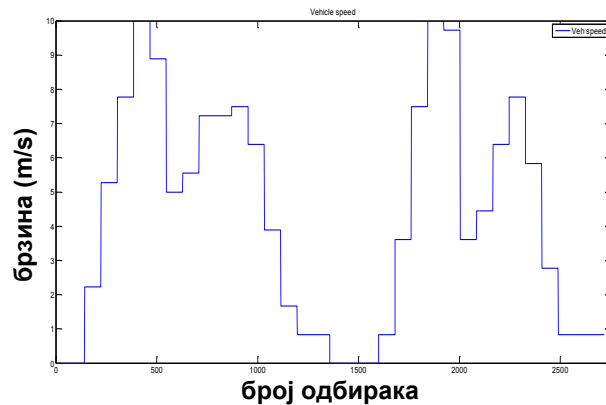
б)

Слика 1.2 Динамика возила при наглом кочењу – а) брзина б) угао пропињања

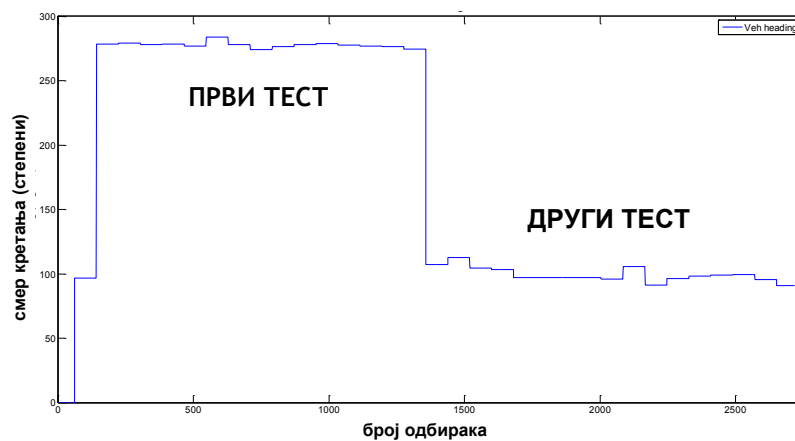
Други карактеристичан пример, са слике 1.3, илуструје значај веће учестаности одабирања инерцијалних сензора у односу на GPS на примеру агресивне вожње аутомобила. У изведеном тесту, аутомобил из мировања убрзава и после краће праволинијске вожње при брзини од око 40 km/h се коришћењем ручне кочнице уз истовремено нагло скретање агресивно окреће за 180 степени по правцу означен као „први тест“. Потом је исти тест изведен при кретању у другом смеру. На слици је означен као „други тест“. Ротација око вертикалне, Z-осе, изведена је за мање од 1 секунде, при чему је аутомобил наставио исти смер кретања у NED систему, прво возећи унапред, а потом уназад. Пошто није промењен смер кретања, догађај скоро да није забележен GPS пријемником који освежава податак сваке секунде. На слици 1.3г је излаз акцелерометара у хоризонталној равни који верније одсликава догађај јер је нова информација о кретању доступна 200 пута у секунди.



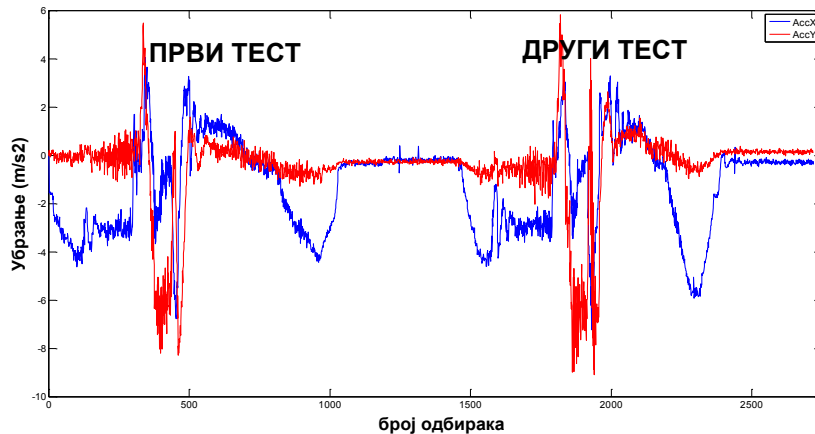
а)



б)



в)



г)

Слика 1.3 Карактеристичан пример динамике возила а) путања GPS б) GPS брзина в) GPS смер кретања г) излаз акцелерометара – уздужна и бочна оса

Као закључак, при уобичајеној вожњи кретање аутомобила најчешће се описује једноставним кинематичким моделима, за које важе многа ограничења - кретање претежно у хоризонталној равни уз ограничено бочно кретање и одређени опсег брзине и убрзања. Убрзавање просечног аутомобила је у великој већини случајева до 0.7 g, док је кочење, због сличних карактеристика гума, подлоге и кочионих система до 1 g. Кретање аутомобила се зато често може верно окарактерисати редукованим скупом сензора [11] и брзином са одометра аутомобила [9], која се користи и као релативно поуздан помоћни податак. С друге стране, динамика аутомобила може бити мање стабилна него динамика неких путничких авиона при уобичајеном лету [12]. Ово нарочито важи у случају судара или брзе вожње, које су праћене великим силама и вибрацијама односно шумом.

1.2. Основне карактеристике и детекција судара

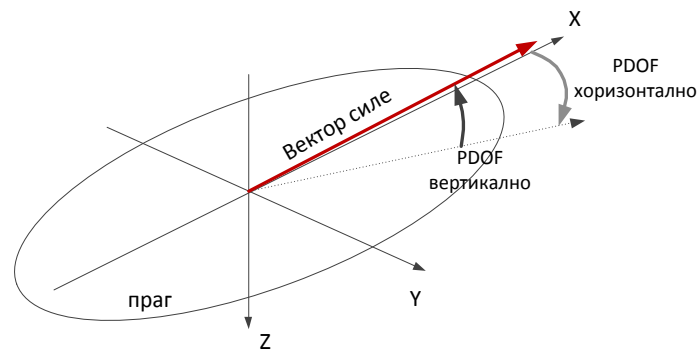
Механика судара и математички модели којима се апроксимирају најчешћи облици судара дати су у [13]. Аутомобил се при судари не понаша као чврсто тело са становишта физике и кретање се не може једноставно описати једначинама динамике кретања. Кретање возила током судара, као сложена и нелинеарна прогресија позиције, оријентације као и њихових извода по времену, је праћена и променом кинетичке енергије у деформацију структуре возила. Моделовање овог сложеног и нелинеарног

процеса иде од крајњих поједностављења аутомобила као тела састављеног од једног или више расподељених маса, до врло сложених модела заснованих на методи коначних елемената [14]. Овде ће бити посматране само основне карактеристике и метрике судара неопходне за детекцију судара и правилно пројектовање и избор компоненти електронског система за праћење трајекторије возила током судара.

Проучавање судара возила у циљу повећања безбедности коришћењем ваздушних јастука почело је 1950-их [15], са практичном применом од 1970-их година. Масовна употреба је наступила 1990-их година од када се користе „електронски“ сензори и механизам активације ваздушних јастука [16]. Појам електронски је условно употребљен јер је претежно реч о пиезо-електричним и микро-електромеханичким компонентама. Током више деценија истраживања предложено је више десетина алгоритама [16] за детекцију судара. Алгоритми користе неке од пет најчешће посматраних параметара судара: промену брзине, убрзање, промену убрзања, мерење енергије судара или помераја. Најчешћи су алгоритми засновани на мерењу убрзања, односно кумулативне промене брзине у одређеном интервалу и мерењу механичког притиска на карактеристичним тачкама возила [17]. Акцелерометри се постављају на одређеним тачкама аутомобила како би током судара мерили успорење као реакцију свеукупне структуре аутомобила. Излаз сензора се филтрира и добијени профил убрзања се назива импулс судара (енгл. *crash pulse*). Системи за активацију ваздушних јастука су првобитно користили више сензора постављених на различитим деловима аутомобила, док је новији приступ мерење у једној тачки, најчешће унутар путничког простора. Мерењем једним сензором захтева сложенију обраду сигнала. Модерни аутомобили имају и по више од шест до осам ваздушних јастука и зато систем може бити и доста сложенији [18]. При тестовима изведеним у овом раду биће примењена пракса из лабораторија за испитивање судара. При тестирању возила у лабораторијама, инерцијални сензори се постављају на доњем делу средњег стуба аутомобила, између предњих и задњих врата. Чест назив је средњи или Б-стуб (енгл. *B-pillar*) [19][20]. У општем случају се оваквом монтажом сензора описује понашање структуре возила и његово свеукупно кретање при чеоном судару, који је и најчешћи и потенцијално најопаснији по учеснике. Реакција на судар зависи од масе возила, чврстине и еластичности структуре као и интеракције између суседних делова. Уопштено посматрано, овако дефинисан импулс судара описује природу и тежину судара, али и значајно зависи од структуре возила и мерног места. Пре тешким сударима, магнитуда

импулса судара достиже 50-100 g, а могуће су и веће вредности нефилтрираних података. Укупно трајање импулса судара ретко прелази 250 ms. Највећа размена енергије је обично у првих 50 ms судара. За детекцију судара и активацију ваздушних јастука, предложени су динамички опсези акцелерометара од ± 25 g до ± 50 g [16].

Возило услед силе удара почиње да се креће у простору без одређених ограничења у било којој равни. Уређај за детекцију судара, процењује у сваком тренутку промену вектора брзине, “delta-V”, у временском прозору од 30 ms. Када промена вектора брзине превазиђе праг просторно дефинисан помоћу елипсоида, сматра се да је детектован судар. У моменту почетка судара, може се израчунати правац силе, тзв “Principal Direction of Force” (PDOF), као на сл. 1.4, у координатном систему везаном за возило. Овај координатни систем се зове и “body” или везани координатни систем. Рачунање PDOF користи основну тригонометрију и филтрирање сигнала, како би се потиснуо утицај шума на резултат. PDOF у локалном тј. NED координатном систему зависи од угла који заузима возило у простору у тренутку судара.



Слика 1.4 Правац силе, PDOF

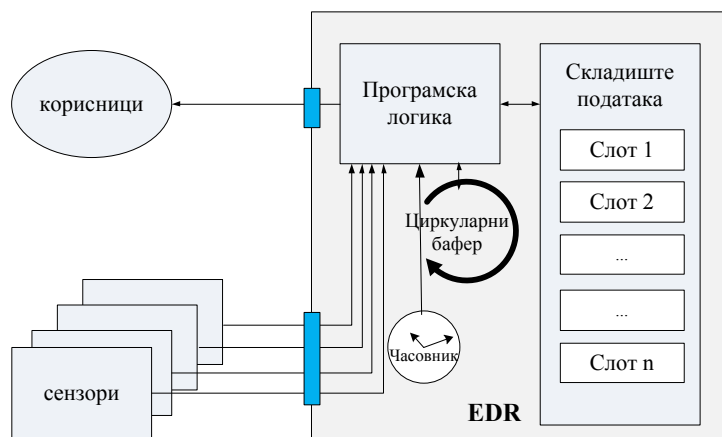
1.3. Уређаји за бележење догађаја у возњи - Event Data Recorders

Уређаји за бележење догађаја у возњи, EDR или *Motor Vehicle* EDR (MVEDR) су још једна врста електронских уређаја тесно повезаних са проучавањем судара. Примењују се од 1990.-их [21] и до данас траје њихова техничка стандардизација у циљу што верније реконструкције догађаја. Иако то није законска обавеза, EDR се уграђују у скоро сва путничка возила направљена после 2008.-2011. године [22]. Технички стандарди, начин примене и употреба података су дефинисани законима појединачних држава. Стандардизацијом и истраживањима у овој области баве се тела

за стандардизацију и удружења професионалаца ISO, SAE (*Society of Automotive Engineers*), IEEE и други, затим национални институти - Transport Research Lab, амерички *National Highway Traffic Safety Administration* - NHTSA, као и ауто-индустрија, а нарочито компаније Bosch, Folksam и General Motors.

EDR трајно чувају податке о стању возила и догађајима у вожњи у форми дигиталног записа. Кад год се детектује догађај који превазилази предефинисане прагове повезане са проценом безбедности вожње и сударом, за потребе накнадне истраге, подаци се бележе уз могућности брисања посебном процедуром. Трајни запис покрива период од минимално 45 секунди – 30 секунди пре судара и 15 секунди непосредно после судара. Неки уређаји могу бежично да пошаљу обавештење о судару, тзв. *Automatic Crash Notification* (ACN), дефинисан E-Call [5] и ЭРА-Глонасс [6] програмима. ACN садржи локацију возила после судара и процену тежине судара односно може садржати и статистичку процену вероватноће повреда путника [23][24]. Процена вероватноће повреда је према *Abbreviated Injury Scale* (AIS). Скала је направљена на основу великог статистичког узорка тако да узимајући у обзир неколико параметара судара, најчешће PDOF и deltaV, сваки догађај сврстава у једну од 7 категорија – од безбесних до судара са вероватним смртним исходом. Студија [20][25] приказује резултате тестова процене вероватноће повреда путника према тежини судара измереној помоћу EDR током 14 000 судара.

Функционални приказ EDR дат је у [26] и на слици 1.5.



Слика 1.5 Функционални приказ EDR

Према овом моделу, EDR може бити самосталан уређај или део ширег система, али мора бити логички потпуно издвојен и способан за самосталан рад чиме се спречава

нарушавање интегритета података или интерференција од других уређаја. Три основна блока EDR су:

- Програмска логика која читава излазе екстерних сензора и после основне обраде их смешта у циркуларни бафер података. Циркуларни бафер се непрестано освежава подацима се сензора. Корисници немају могућност приступа баферу.
- У случају детекције догађаја од интереса, софтвер иницира складиштење садржаја циркуларног бафера у неки од слободних слотова трајне меморије.
- Постоји интерни часовник одговарајуће резолуције тако да се недвосмислено може утврдити редослед записа са различитих уређаја.

EDR могу бити део фабрички уграђене опреме, али и уређаји за накнадну уградњу. Први најчешће само бележе податке са возила, али се на њиховим техничким стандардима може делом уочити спецификација употребљених сензора. Количина и врста података које EDR бележе се стално увећава. Првобитни извештаји садржали су само основне податке о брзини, убрзању и моделу аутомобила, док најновији модели (слика 1.6) дају излаз који у форми извештаја има преко 70 страна.



Слика 1.6 Пример General Motors EDR, 2014. година [27]

EDR бележе излазе десетина сензора. За ово истраживање су од примарног интереса излази акцелерометара, жироскопа и GNSS пријемника. Сигнали са GNSS се и даље у великој већини случајева на суду не сматрају веродостојним извором информација о судару. Постоји више минималних техничких стандарда за EDR: IEEE 1616а [28] као и NTHSA препоруке [29]. Овде ће бити издвојена три стручне публикације које добро илуструју захтеване техничке спецификације сензора и динамику снимања кретања возила при судару:

- Препоруке америчке агенције за безбедност путева – NTHSA (табела 1.2)

Табела 1.2 EDR минималне техничке спецификације (NHTSA, 2006.)

Врста податка	Мин. динамички опсег	Осетљивост/ тачност	Учестаност записа
X-оса убрзање (уздужно)	±50 g	0.01 g / ±5 %	500 Hz
Y-оса убрзање (бочно)	±50 g	0.01 g / ±5 %	500 Hz
Z-оса убрзање (вертикал.)	±50 g	0.01 g / ±5 %	500 Hz
Промена брзине (deltaV)	±100 km/h	1 km/h / ±5 %	100 Hz

- Конзорцијум ауто-индустрије и резултати европског истраживачког пројекта “Veronica II” [26] делом приказан у табели 1.3.

Табела 1.3 EDR минималне техничке спецификације [26]

Врста податка	Осетљивост	Тачност
X-оса убрзање (уздужно)	0.016 g	±5 %
Y-оса убрзање (бочно)	0.1 g	±5 %
Z-оса убрзање (вертикално)	0.1 g	±5 %
Промена брзине (deltaV)	1 km/h	±(3 % + 1 km/h)

- Нацрт минималних техничких захтева израђен од стране *Thattham Research* [30]. Овај документ први пут поставља техничке захтеве за GNSS пријемнике и квалитет сигнала за анализу судара. Уколико EDR има приступ GNSS сигналу позиција, смер кретања, број видљивих сателита се освежавају сваке секунде при GDOP < 5. У осталим сегментима је сличан осталим стандардима. Препоручена је употребу акцелерометара фреквенције освежавања излаза од најмање 1 kHz.

Филтрирање излаза акцелерометара за потребе анализе судара је стандардизовано [31][32]. Највише се користи класа филтара под именом *Channel Filter Class* (CFC). То су четири *Butterworth* филтра линеарне фазе, пропусници ниске учестаности, и пропусног опсега 100 Hz – филтар CFC60, 300 Hz – филтар CFC1800, 1000 Hz – филтар CFC600 и 1650 Hz – филтар CFC1000. Ова класа филтара је пројектована према физиологији људског тела и користи се при оцени тежине судара и могућих повреда путника. У оквиру истраживања које ће бити изложено у овој дисертацији, није потребно користити ову класу филтара и пожељно је користити необрађене податке.

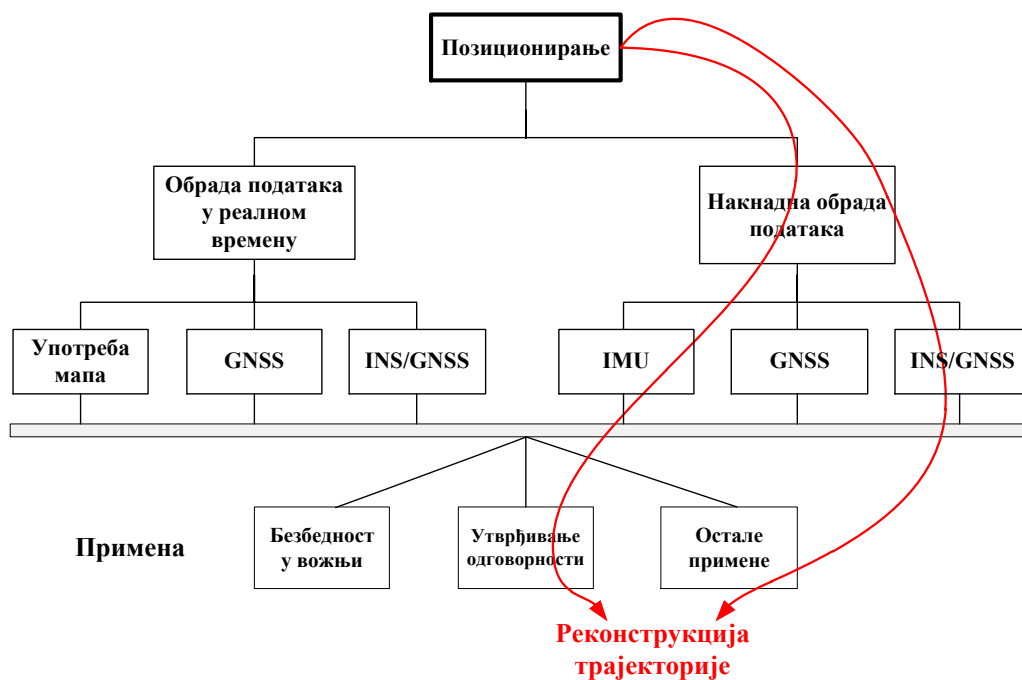
За правилно тумачење података са EDR је неопходно познавање њиховог начина рада и складиштења података, као и коришћење специјализованог софтвера. Разликују се две врсте софтвера за анализу судара:

- Софтвер за читавање EDR уређаја после судара и аутоматско генерисање извештаја са забележеним физичким параметрима судара, као у примеру из [33].

- Специјализовани софтвер намењен полицији и судским вештацима саобраћајне струке за анализу физике судара на основу свих доступних извора података после увиђаја. Примери су REC-TEC [34], ARAS360 [35], HVE [36], HVE-2D [37], PC-Crash [38]), WINCRASH [39] и SISAME3D [40].

Ови подаци нису замена за традиционалне методе вештачења судара, које подразумевају анализирање трагова на терену - нарочито кочења, затим распореда објеката и детаљно документовање ситуације. Подаци снимљени помоћу EDR су додатни извор информација и реконструкција судара се не може постићи само на основу њих [41]. Постоје ситуације [42][43] у којима се подаци са сензора услед квара не слажу са резултатима традиционалне анализе и тиме усложњавају реконструкцију догађаја. Записи са EDR су прихваћени у судској пракси као доказ увек када су исправно забележени и када се слажу са налазима традиционалног вештачења.

Слика 1.7 је поједностављена илустрација нивоа интегритета који се може данас очекивати од доступних извора информација за реконструкцију трајекторије возила. Тренутно највероватнији сценарио је примена излаза инерцијалних сензора у post-анализи када је захтеван висок ниво интегритета података – односно као доказни материјал, а због проблема који GNSS може имати услед сметњи и простирања сигнала, интегрисани INS/GNSS приступ је погодан за анализу трајекторије.



Слика 1.7 Примена различитих извора информација о динамици возила

1.4. Преглед структуре и допринос рада

Предмет ове тезе је развој алгоритма за поуздану естимацију сила при судару заједно са математичким апаратом који комбинује излазе више сензора за естимацију позиције и вектора брзине возила непосредно током судара. Примарни циљ рада је повећање тачности реконструкције судара уз коришћење технологије коју би у најближој будућности било могуће масовно применити.

Докторска дисертације је организована у осам поглавља, укључујући увод и закључак.

Акцент другог поглавља је на математички принципима позиционирања употребом GNSS и евалуација узрока грешака позиционирања, али и одређивања брзине и убрзања пријемника односно GNSS корисника. Дат је преглед оперативних GNSS GPS, ГЛОНАСС, Galileo, као и принцип рада помоћних сателитских система SBAS/EGNOS и пратећег земаљског сервиса EDAS. Приказане се три основне врсте мерења код GNSS, мерење псевдорастојања, фазна мерења и мерења Доплеровог помераја која су основ за све технике за решавање навигације и указано на најзначајније изворе грешака и механизме којима они утичу на навигационо решење. Како се стање технике у области GNSS рапидно мења у последњој деценији, на карактеристичном примеру је демонстрирана могућност мерења убрзања возила само GNSS пријемником и упоређена са резултатима са инерцијалних сензора. У наставку је у посебној секцији додатно указано на тренутно стање технике GNSS појединачним једнофреквентним пријемником и очекивана значајна техничка побољшања у наредних неколико година која могу битно утицати на основни проблем који овај рад решава. Указано је на најважније предности употребе комбинованих пријемника више сателитских сигнала.

У трећем поглављу приказани су основни принципи рада два есиматора стања који су од интереса за основне компоненте INS/GNSS система. Естиматор који користи методу најмањих квадрата и Калманов филтар који се интензивно користе за побољшање тачности GNSS решења и побољшање како навигационог решења тако и модела грешака интегрисане навигације. Утицај избора есиматора илустрован је карактеристичним примером при статичком и динамичком одређивању позиције возила у урбаној средини.

Четврто поглавље приказује основе инерцијалне навигације, а нарочито математичке постулате на којима су засновани *strapdown* системи инерцијалне навигације (SDINS) који су данас у великом броју примена потиснули системе који користе серво-покретну жиро-стабилисану платформу. Начин рада SDINS дат је кроз алгоритам оријентације, навигације и методе почетног постављања системе по углу. Приказан је модел грешака сензора који одговара сензорима ниске класе тачности.

Пето поглавље приказује основне начине спрезања инерцијалне и сателитске навигације, као једног аутономног али дивергентног система и другог система који није имун на спољне утицаје али има ограничену грешку.

У шестом поглављу је анализиран проблем реконструкције тродимензионалног кретања возила при судару. Анализирано је понашање сензора и пријемника у условима велике динамике и главни извори грешака инерцијалне навигације при краткотрајној навигацији. Размотрена су практична ограничења одређивања оријентације уређаја у NED систему. Детаљно је образложена метода за реконструкцију судара и један могући начин рада уређаја.

У седмом поглављу дат је опис и резултати експерименталних тестова и то провера концепта на моделу аутомобила и резултати добијени тестирањем у акредитованој лабораторији за испитивање судара.

Осмо, закључно, поглавље описује значај предложеног решења и кораке за даљи рад.

Четири прилога садрже редом преглед коришћених координатних система и трансформације координата између њих као и основе аритметике кватерниона који се користе при реализацији инерцијалног навигационог система. Трећи прилог даје један пример аутоматски генерисаног извештаја из правог судара. Последњи, четврти, прилог је приказ наменски развијене хардверско-софтверске платформе коришћене за аквизицију и обраду података са сензора.

2. Глобални навигациони сателитски системи

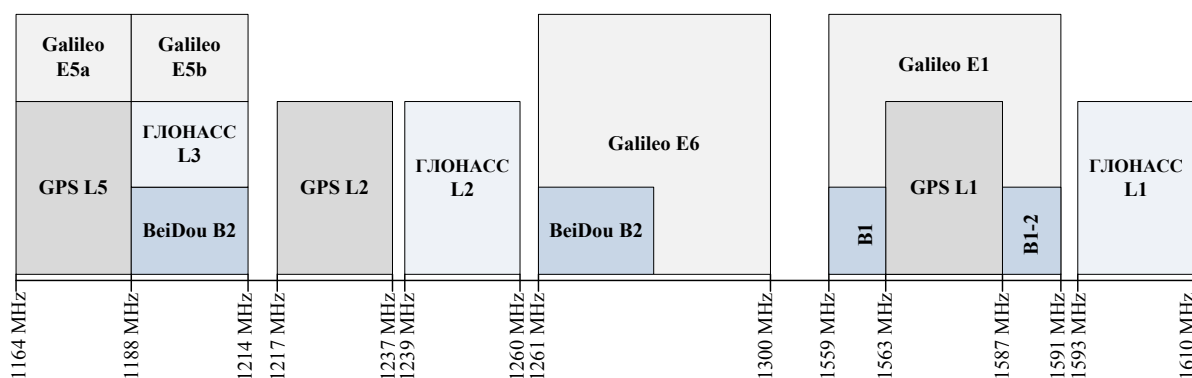
Први глобални навигациони сателитски систем GPS постоји од 1978. године, а потпуно је оперативан од 1995. године. Првобитна верзија је реализована на самом почетку ере микропроцесора, и од тада се развија великом брзином, али су основни принципи одређивања позиције и брзине мерењем времена простирања сигнала - *time of arrival* (TOA) у једном смеру, од сателита до непознате локације на Земљи, остали јако слични. Прецизније, сателити из орбите одашиљу навигациону поруку на основу које GNSS пријемник мери псеудорастојања. Псеудорастојања се рачунају мерењем времена простирања кодованог сигнала знајући брзину простирања ЕМ зрака или мерењем фазе носиоца. У оба случаја се користе времена пријемника и сателита, која нису потпуно синхрона и зато уносе грешку у мерење. За решавање овог система једначина потребни су сигнали од најмање три сателита за решавање геометријског проблема и четврти за уклањање грешке временске референце. Зато је сваки од GNSS пројектован тако да корисник при отвореном небу увек има бар 4 доступна сателита у сваком тренутку времена. Зато су атомски часовници на сателитима једна од најважнијих компоненти система. За успешност локализације, потребна је што је могуће боља усклађеност часовника сателита. У претходним генерацијама GPS сателита стабилност учестаности часовника је била око 10^{-13} , а номинална тачност позиције 7.6 m. Сателити треће генерације, чије је лансирање почело 2014. године и планирани су да остану у орбити и после 2030. године, усредњавају три рубидијумска часовника стабилности учестаности у једном дану близу 10^{-15} . Очекивана је тачност позиције око 1 m [44]. Други приступ решавање проблема навигације је мерењем фазе носиоца што је математички и практично нешто сложеније. Поред псеудорастојања и фазе носиоца, трећа опсервација коју нуди GNSS сигнал је мерење Доплеровог помераја. Она се најчешће користи за одређивање брзине пријемника. Важно је на почетку напоменути да нису све опсервације подједнако расположиве. Мерења псеудорастојања и Доплеровог помераја су робусна и најчешће доступна у континуитету, док су мерења фазе носиоца најосетљивија на поремећаје споља, тако да је често број доступних опсервација знатно мањи од броја видљивих сателита [45].

Поред свемирског сегмента, кога чине сателити у орбити, и пријемника, трећа компонента GNSS системе ја контролни сегмент на Земљи. То је сложени систем контролних и надзорних станица распоређених по Земљи са различитим задацима. Сателити могу да примају и да одашиљу поруке контролном сегменту и другим сателитима и да маневришу и прилагођавају орбиту према командама са Земље. Контролни односно земаљски сегмент процењује ефемерисе сателита и параметре часовника, осматра атмосферске услове, генерише навигациону поруку и регулише системско време и његову синхронизацију. У случају GPS синхронизација је са UTC временом. Грешка часовника сателита и грешка ефемериса прогресивно расту временом до следеће корекције из контролног сегмента. Контролни сегмент регулише и орбите сателита.

У односу на период пре 2010. године када је у широкој употреби био само GPS, тренутно су потпуно оперативни GPS и ГЛОНАСС, уз Galileo и Beidou који су делимично доступни (табела 2.1), уз неколико регионалних система (EGNOS, WAAS, QZSS, IRNSS). Број активних сателита се непрестано мења јер је радни век сателита у орбити данас између 7 и 15 година, што значи да су неопходна повремена лансирања за одржавање констелација. Пример је GPS чију основу чине 24 оперативна сателита, али се у случајевима дужег века трајања, постојеће орбите допуњују унапред планираним сателитима. Због тога је GPS констелација у појединим периодима садржала око 30 сателита. Свака од четири GNSS сателитске констелације, одашиље поруке у горњем или примарном L1-опсегу на фреквенцији 1560-1610MHz, радио сигнаима који су редом означени као GPS L1, Galileo E1, Beidou B1 и GLONASS L1, и у доњем или секундарном L2-опсегу на фреквенцији 1170-1300MHz, радио сигнаима који су означени L5, L2, E5a, E5b, G2, E4, E6, B2, B3 (слика 2.1). Ови носиоци су модулисани различитим псеудослучајним секвенцама (ПСС, *Pseudo-Random-Noise Codes*, PRN). Сваки од система емитује више ПСС сигнала различитог трајања чипа и периода секвенце. Сви GNSS системи данас користе *Code Division Multiple Acces* (CDMA), односно сателити једне констелације користе исту фреквенцију носиоца али различите ПСС. ГЛОНАСС је и даље доминантно FDMA систем, тако да захтева и другачији аналогни ланац обраде сигнала и антену другачијег пропусног опсега. Детаљан преглед заузетости канала, емитованих сигнала и основних карактеристика четири GNSS могу се наћи у [46].

Табела 2.1 Преглед GNSS констелација

	GPS	ГЛОНАСС	Galileo	Beidou
Почетак лансирања	1978.	1982.	2011.	2007.
Потпуна оперативност	1995.	2011. (II пут)	2018.	2020.
Оперативних и предвиђених сателита	24-30 (24+3)	24 (31 предвиђено)	12 (27+3 предвиђено)	14 (35 предвиђено)
Број орбиталних равни	6	3	3	3
Приступ	CDMA	FDMA/CDMA	CDMA	CDMA

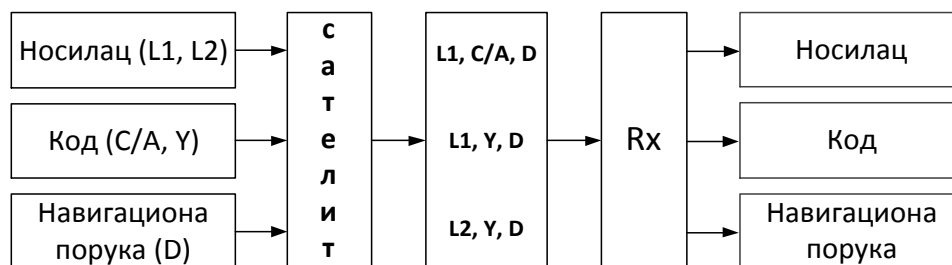


Слика 2.1 Преглед GNSS радио канала

PRN кодови се зову и *ranging codes*, јер се користе за мерење псеудорастојања између сателита и пријемника, односно поређењем интерно генерисане реплике кода и пристиглог кода, мери се време протекло од слања сигнала. За цивилне потребе користе се *Coarse Acquisition (C/A)* кодови на примарној фреквенцији и то је тзв. *Standard Positioning Service (SPS)*. За војне намене су у оба опсега доступни P кодови, односно криптовани Y кодови. То је *Precise Positioning Service (PPS)*, који је криптографски заштићен. У случају GPS-а, C/A код има фреквенцију чипа 1.023 MHz и период од 1 ms, док P код има фреквенцију чипа 10.23 MHz и период 7 дана.

Пријемник који ради на обе фреквенције може да великим делом поништи утицаје јоносфере на грешку мерења и зато су развијене технике којима пријемник може да одреди псеудорастојања и фазу носиоца на L2 P сигналу мада због криптографије нема приступ поруци [47]. Пријемници који користе оба опсега, и примарни и секундарни, се називају двофреквентни. Цивилни двофреквентни пријемници су због тренутно високе цене углавном професионалне намене, као што су геодетска мерења.

Поред псеудослучајних кодова, носиоци су модулисани навигационом поруком, сигналом од 50 Hz који пружа неопходне информације за прецизно одређивање орбита сателита и уклањање грешака часовника (слика 2.2).



Слика 2.2 Принципска схема обраде сигнала на предај и пријему (случај GPS)

Интерфејс између корисничког и свемирског сегмента GNSS дефинисан је помоћу *Interface Control Document* [48]-[51], јавно доступном спецификацијом РФ карактеристика сигнала као што су фреквенција носиоца, поларизација сигнала, модулација, пропусни опсег итд., затим карактеристика ПСС секвенци и навигационе поруке. Документ садржи и једначине којима се на корисничкој страни на основу примљених параметара ефемерида сателита могу прорачунати координате сателита, односно позиције фазног центра антене, у ECEF систему и према дефинисаном времену, као и параметри модела неких грешака.

Како би се боље сагледале могућности GNSS за естимацију трајекторије возила при различитим условима, овде ће бити приказане основни принципи GNSS позиционирања и одређивања брзине, најзначајнији извори грешке, као и преглед активних GNSS система и планова за унапређење. Посебан осврт је на алгоритмима за одређивање брзине где поред две доминанте технике постоји и новији приступ диференцирањем фазе носиоца који нуди доста већу тачност мерења. Акцент је на пријемницима који раде на принципу *single point positioning*-а, јер су они превасходна тема овде представљених резултата. За будући рад на овом пољу, биће приказани трендови у развоју GNSS пријемника и неке новине које се могу предвидети са одређеном сигурношћу.

2.1. Принципи сателитског позиционирања

2.1.1. Врсте мерења

Постоје три основне врсте мерења на основу цивилних GNSS сигнала [52]:

- псеудорастојања (*pseudoranges*, PR),
- фазна мерења и
- мерења Доплеровог помераја.

Псеудорастојања се мере C/A кодом, односно кроскорелацијом се одређује кашњење ПСС сигнала са сателита у односу на локално генерисану реплику. Префикс „псеудо“ означава да измерена вредност садржи грешку насталу због разлике два часовника. У идеалном случају, вредност псеудорастојања садржи само ову грешку:

$$PR_{tacno} = d + c \cdot \delta t_S - c \cdot \delta t_R, \quad (2.1)$$

где су:

PR_{tacno} – тачно псеудорастојање (m)

d – тачно растојање између сателита и пријемника (m)

δt_S – офсет односно грешка сателитског часовника у односу на GNSS време (s)

δt_R – офсет односно грешка часовника пријемника у односу на GNSS време (s)

c – брзина светлости (m/s).

У стварности псеудорастојања садрже много већи скуп грешака [52],

$$PR = d + c \cdot \delta t_S - c \cdot \delta t_R + \delta d_{orb} - \delta d_{iono} + \delta d_{tropo} + \delta d_{multi} + \eta, \quad (2.2)$$

где су

PR – измерено псеудорастојање (m),

δd_{orb} – грешка орбите (m),

δd_{iono} – грешка услед утицаја јоносфере (m), односно последица временског кашњења које уноси јоносфера. Оно је фреквенцијски зависно и зависи од услова у јоносфери.

δd_{tropo} – грешка односно последица кашњења услед утицаја тропосфере (m). Ова грешка зависи од температуре, притиска и влажности.

δd_{multi} – грешка услед простирања сигнала по више путања, односно рефлексије, *multipath* (m),

η – грешка услед шума пријемника (m).

Код технике мерења засноване на само једном пријемнику, *Single Point Positioning*, се сматра да су сателитски часовници потпуно тачни, а све остале грешке осим грешке часовника пријемника су моделоване или занемарене. За решавање једначине односно одређивање позиције пријемника тада преостају само четири непознате – три координате пријемника и δt_R , тако да је довољно примити сигнал од четири сателита. Решење се може добити линеаризацијом око приближне вредности, на више начина, помоћу Калмановог филтра или методом најмањих квадрата. Избор естиматора и њихове главне особине биће дате у посебном поглављу. На овај начин је могуће одредити позицију тачношћу бољом од 10 m [53].

Мерења фазе носиоца уместо C/A кода користи локалну реплику носиоца за одређивање времена простирања сигнала односно растојања од пријемника до сателита. Растојање ће бити једнако умношку измерене акумулиране фазе и таласне дужине носиоца, али пошто није тачно познато када је почела акумулација, постоји проблем одређивања целог броја протеклих фазних циклуса. Једначина фазног мерења дата је са [52]:

$$\lambda \cdot \phi = d + c \cdot \delta t_S - c \cdot \delta t_R + \lambda \cdot N + \delta d_{orb} - \delta d_{iono} + \delta d_{tropo} + \delta d_{multi} + \eta, \quad (2.3)$$

где су

λ – таласна дужина носиоца (m),

ϕ – фазно мерење,

N – целобројни број циклуса, односно таласних дужина сигнала садржаних у растојању од сателита до пријемника.

Остале вредности су исте као код мерења псеудорастојања.

Ако се упореде таласна дужина носиоца L1 од 0.19 m и време простирања током трајања једног чипа C/A кода од 293 m јасно је да су фазна мерења доста прецизнија од мерења псеудорастојања. Шум мерења је мањи за два реда величине [47], а прецизност је милиметарска.

Основни проблем техника заснованих на мерењу фазе носиоца је додатна непозната, односно офсет фазе носиоца – непознат број целобројних периода носиоца између

пријемника и сателита, које се не могу израчунати [54] већ се естимирају. Ипак ове опсервације се користе у напредним статичким и кинематичким мерењима. Такође су основа *Precise Point Positioning* (PPP) технике која заједно користи псеудорастојања и фазна мерења у *single point* моду рада односно једним пријемником. PPP користи прецизне информације о орбитама, корекцијама часовника, параметрима ротације Земље, кашњењима тропосфере и јоносфере. Информације су широко доступне од организација као што су *International GNSS Services* (IGS), *National Resources Canada* (NRCan), *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) или других комерцијалних сервиса. PPP технике обезбеђују тачност позиције на нивоу дециметра [55][56]. Ова техника захтева дуго време иницијализације и често није погодна за рад у реалном времену.

Мерење Доплеровог помераја односно извод фазе носиоца даје фреквенцијски померај због релативног кретања пријемника и сателита. Обично се мери као број периода носиоца у секунди односно у Hz. Множењем таласном дужином носиоца добија се извод растојања и ако је познато кретање сателита, може се израчунати брзина пријемника. Једначина мерења Доплеровог помераја је извод једначине фазног мерења [52]:

$$\dot{P}R = \dot{d} + c \cdot \delta\dot{t}_S - c \cdot \delta\dot{t}_R + \delta\dot{d}_{orb} - \delta\dot{d}_{iono} + \delta\dot{d}_{tropo} + \delta\dot{d}_{multi} + \dot{\eta}, \quad (2.4)$$

где су

$\dot{P}R$ – измерени извод растојања сателита и пријемника мерењем Доплеровог помераја (m/s),

\dot{d} – права брзина промене растојања сателита и пријемника (m/s),

$c \cdot \delta\dot{t}_S$ – дрифт услед часовника сателита (m/s),

$c \cdot \delta\dot{t}_R$ – дрифт услед часовника пријемника (m/s),

$\delta\dot{d}_{orb}$ – дрифт грешке орбите (m/s),

$\delta\dot{d}_{iono}$ – дрифт грешке јоносфере (m/s),

$\delta\dot{d}_{tropo}$ – дрифт грешке тропосфере (m/s),

$\delta\dot{d}_{multi}$ – дрифт грешке услед вишеструке пропагације (m/s),

$\dot{\eta}$ – дрифт услед шума пријемника (m/s).

Мерењем Доплеровог помераја може се одредити брзина пријемника са тачношћу од неколико сантиметара у секунди [57] јер су извори грешке заправо изводи грешака орбите, шума, атмосферских утицаја и вишеструке пропагације.

2.1.2. Извори грешака и њихова процена

Кодна мерења, односно псевдорастојања и мерења фазе, су под утицајем систематских грешака - одступања и случајног шума. Мерења Доплеровог помераја су с друге стране погођена само дрифтovima, односно променама одступања.

Систематске грешке, одступања или офсети, се могу моделовати, а могу се и уклонити погодним комбиновањем основне три опсервације. Тако се одступања изазвана грешкама сателита, уклањају диференцирањем мерења са два пријемника, а одступања која су карактеристична за пријемник, се уклањају диференцирањем мерења са више сателита. То значи да су псевдорастојања добијена уз примену двоструког диференцирања (*double differencing*), у великој мери ослобођена офсета који потичу како од сателита тако и од самог пријемника. Ово важи и за атмосферске утицаје, односно деловање рефракције на кашњење сигнала, под условом да су оба пријемника на блиском растојању, како би утицај атмосфере био приближан. Из истог разлога, утицај атмосфере се још боље може уклонити применом двофреквентног пријемника.

Случајни шум садржи шум мерења и шум услед вишеструких рефлeksiја. Величина овог шума је код мерења псевдорастојања C/A кодом 0.1 – 3 m, а за P-код 0.1 – 0.3 m. Код мерења фазе, величина овог шума је 0.2 – 5 mm [57]. Ипак, овај шум мерења се јавља као ограничење код мерења брзине Доплером. Преовлађујући је *jitter* петљи за праћење сигнала у пријемнику који је реда величине неколико сантиметара у секунди. Из тог разлога, тачност брзине не може бити боља од неколико сантиметара у секунди [58].

При разматрању врста GNSS мерења односно могућих опсервација овде су наведени неки од главних извора грешака. Извори грешака налазе су у свим сегментима GNSS – свемирском, контролном и у самом пријемнику. Овде је дат основни преглед моделовања грешака и њиховог утицаја, а детаљнији приказ дат је у [53] и [57] као и у ICD документима.

Грешка сателитског часовника (δt_s) је одступање времена атомских часовника на сателиту од системског времена GNSS. У пракси грешка мерења даљине узрокована грешком сателитског часовника је до 3 m (1σ). Главна земаљска контролна станица

прорачунава и одашиље корисницима параметре како би пријемник кориговао ову грешку према полиному другог реда:

$$\delta t_S = a_{f0} + a_{f1} \cdot (t - t_{oc}) + a_{f2} \cdot (t - t_{oc})^2 + \Delta t_{rel}, \quad (2.5)$$

где су

a_{f0} – офсет часовника односно константно одступање (s),

a_{f1} – дрифт часовника (s/s),

a_{f2} – фреквенцијски дрифт (s/s²),

t_{oc} – време референтног часовника у тренутној епохи (s),

t – текуће време, тренутна епоха (s),

Δt_{rel} – корекција времена због релативистичких ефеката (s).

Релативистичка корекција (Δt_{rel}) се уводи због периодичне измене брзине сателита у односу на инерцијални координатни систем. Због ексцентрицитета орбите, када је сателит на перигеју, најмањој удаљености од Земље, брзина сателита је већа, а гравитациони потенцијал је мањи, што захтева спорији рад сателитског часовника. На апогеју, највећој удаљености од Земље, је супротан ефекат. Без корекција, максимална вредност ове грешке на растојање је 21 m, односно максимална грешка сателитског часовника је 70 ns. У пријемнику се овај ефекат компензује једначином:

$$\Delta t_{rel} = F \cdot ecc \cdot \sqrt{a} \cdot \sin(E), \quad (2.6)$$

где су

F - константа која се разликује за сваки од GNSS система [48]

$F = -4.442807633 \cdot 10^{-10} \text{ s/m}^{1/2}$ - за GPS,

$F = -4.36 \cdot 10^{-10} \text{ s/m}^{1/2}$ - за ГЛОНАСС,

$F = -4.442807309 \cdot 10^{-10} \text{ s/m}^{1/2}$ - за Galileo,

ecc - ексцентрицитет орбите сателита,

a - полуоса орбите сателита,

E - неправилност орбите сателита.

Опширно објашњење осталих релативистичких ефеката код GNSS дато је у [59].

Овом корекцијом сателитског часовника која се израчунава у пријемнику, грешка се своди на 0.3-0.4m RMS, што зависи од генерације сателита и застарелости примљених корекција [53].

Грешка часовника пријемника (δt_R) је одступање времена часовника пријемника од системског, референтног, времена GNSS. Најчешће се моделује константним одступањем или офсетом, и дрефтом, што указује на постојање фреквенцијског одступања. Ова грешка спада у групу грешака растојања. Константно одступање подједнако утиче на сва мерења у истој епохи, али је временски променљива грешка. Сматра се непознатом величином у *single point positioning* моду рада. Може се естимирати као *random walk* случајни процес [60]. Дрифт грешке часовника пријемника утиче на мерења Доплеровог помераја, као што је дато у (2.5) и такође се сматра непознатом величином у *single point positioning* моду рада.

Грешка орбите (δd_{orb}) или грешке ефемерида је разлика између прорачунате и праве позиције сателита. Земаљске станице естимирају позиције сателита на основу прикупљених података. Подаци се путем сателита одашиљу као део навигационе поруке корисницима. Постоје три компоненте грешке орбите – уздужна, попречна и радијална (*along-track, cross-track, radial*). Радијална компонента грешке орбите највише утиче на мерење растојања. Тачност прорачунате позиције сателита зависи од старости естимације. Ред величине ове грешке је 0.8 m RMS [53].

Утицај атмосфере на простирање GNSS сигнала је један од највећих узрочника грешке мерења. Атмосферски утицај се огледа у промени брзине простирања таласа услед рефракције ЕМ таласа. Уобичајено је да се подели на утицај рефракције у јоносфери и тропосфери. За учестаности носиоца GNSS, јоносфера је дисперзивна средина, а тропосфери је недисперзивној средини У дисперзивним срединама брзина простирања таласа је фреквенцијски зависна, а у недисперзивним није.

Утицај јоносфере (δd_{iono}) односно дела атмосфере на надморској висини од 70-1000 km настаје због деловања ултраљубичастих зрака Сунца на молекуле гаса, што доводи до њихове јонизације и стварања слободних електрона. Ови слободни електрони утичу на простирање GNSS сигнала, као и свих других ЕМ таласа.

Према [57] индекс рефракције простирања фазе GNSS сигнала може се апроксимирати изразом:

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots, \quad (2.7)$$

при чему коефицијенти c_2, c_3, c_4 зависе од густине електрона дуж путање сигнала (N_e), а не од фреквенције. Ако се израз апроксимира занемаривањем виших чланова, следи:

$$n_{ph} = 1 + \frac{c_2}{f^2}. \quad (2.8)$$

Пошто се групно кашњење може израчунати као:

$$n_{gr} = n_{ph} + f \cdot \frac{dn_{ph}}{df}, \quad (2.9)$$

онда се диференцирањем израза за n_{ph} добија:

$$dn_{ph} = -\frac{2c_2}{f^3} df, \quad (2.10)$$

одакле се заменом добија групно кашњење:

$$n_{gr} = 1 + \frac{c_2}{f^2} - f \cdot \frac{2c_2}{f^3} = 1 - \frac{c_2}{f^2}, \quad (2.11)$$

што значи да се индекс рефракције фазе и групе различито мењају са фреквенцијом. Ако се искористи естимација за c_2 дата у [57]:

$$c_2 [Hz^2] = -40.3 \cdot N_e, \quad (2.12)$$

а пошто је густина електрона увек позитивна величина, следи да важе релације:

$$n_{gr} > n_{ph} \text{ и } v_{gr} < v_{ph},$$

јер је $v = \frac{c}{n}$.

Дакле разлика између групног кашњења и фазе је последица различитих брзина простирања сигнала. GNSS псеудорастојања, тј. мерења C/A кодом, ће каснити, а фаза носиоца ће предњачити. То значи да ће псеудорастојања мерена кодом бити већа него што је потребно, а псеудорастојања мерена фазом носиоца ће бити краћа у односу на право геометријско растојање. Разлика ова два остаће подједнака.

Густина електрона у јоносфери се мења у времену и простору. Ради једноставности, дефинише се укупан број електрона дуж путање сигнала - *Total Electron Count* (TEC). TEC зависи од локације корисника, доба дана, елевације сателита, годишњег доба, јонизујућег флуksа, магнетне активности и циклуса Сунца периода 11 година, због чега је тешко наћи довољно добар модел. Утицај јоносфере је доста стабилан на умереним географским ширинама, али може да има велике флукуације у близини екватора и магнетних полова. TEC се изражава као флуks, односно број електрона по јединици површине и номинално има вредност $10^{16} - 10^{19}$, са израженим максимумима око поноћи и поднева. Често се моделује као *Total Vertical Electron Content* (TVEC), односно број електрона у вертикалном правцу јоносфере. Ова апроксимација је најтачнија када је сателит у зениту у односу на GNSS пријемник, а потребно је кориговати је за одговарајући угао елевације или нагиба у сваком другом случају.

Дакле утицај јоносфере је значајно већи уколико се користе сателити који су ниже на хоризонту. То је изузетно важно за разумевање понашања GNSS пријемника када се користе сателити који су под малим углом нагиба према хоризонту. Према [52], уколико се сателит налази у зениту, дакле при нагибу од 90 степени, грешка у односу на тачно растојање услед кашњења кроз јоносферу ће ноћу бити 3 m што одговара кашњењу од 10 ns. По дану је ова вредност 15 m, што одговара кашњењу од 50 ns. Уколико је сателит видљив од стране пријемника под нагибом испод 10 степени, ова грешка је око 3 пута већа.

Утицај јоносфере се може елиминисати применом пријемника који раде на две фреквенције јер је средина дисперзивна. Код једнофреквентних пријемника, који су првенствено тема овог рада, утицај јоносфере се може умањити моделовањем од којих је најпознатији *Klobuchar*-ов модел јоносферског кашњења [61]. Овим моделом уклања се око 50% грешке услед утицаја јоносфере. Коефицијенти модела се шаљу у оквиру навигационе поруке. На умереним географским ширинама, ефективна тачност овог модела је око 2-5 метара [62]. Према [53] ова вредност је 7 m RMS.

Код Galileo система, према [50], пријемнику се шаљу коефицијенти за корекцију јоносфере који показују ефективни ниво јонизације. За будуће намене постоји резервисан скуп од пет података за тзв. *storm flag* односно индикаторе поремећаја у јоносфери за различите сегменте географске ширине.

Утицај тропосфере (δd_{tropo}) је такође последица промене брзине простирања ЕМ таласа. Овде се под појмом рефракције тропосфере, као слоја атмосфере испод 50 km висине, или кашњење кроз тропосферу, подразумева рефракција у неутралној односно нејонизованој атмосфери, која обухвата и делове стратосфере. Ова средина се може сматрати недисперзивном за све таласе до 15 GHz тако да ће бити исто кашњење и кода и носиоца, односно брзина простирања фазе и групна брзина су једнаке. Као последица, утицај тропосфере се не може уклонити двофреквентним пријемником. Тропосфера уноси грешку од око 2-25 m, а такође уноси и слабљење сигнала од око 0.5 dB, зависно од дужине простирања односно нагиба сателита. Утицај тропосфере зависи од температуре, притиска и влажности.

Утицај рефракције у тропосфери се често моделује двема компонентама – „сувом“, која се добро моделује и узрокује 90% кашњења у тропосфери, и „влажном“ карактеристичном за ниже слојеве и која се врло тешко моделује. Највећи проценат

водене паре налази се до 4 km висине, а у општем случају влага се простире до 12 km. Постоји велики број модела тропосфере као што су *Hopfield*, *Modified Hopfield*, *Saastamoinen*, *Marini*, *Niell* [52][57] и сви имају потешкоће са моделовањем водене паре. И поред тога, овим моделима се утицај тропосфере смањује знатно испод 1 m.

Грешка услед вишеструке пропагације (δd_{multi}), грешка услед рефлексије GNSS сигнала, пропагације по више путања или *multipath* настаје када рефлектовани сигнал маскира директни сигнал на пријему. Утицај рефлексије може постати доминантан извор грешке у неким случајевима, нарочито у урбаним срединама. Рефлексија утиче и на кодну секвенцу и на фазу носиоца, али на различите начине. Утицај рефлексије на код може бити од неколико метара до неколико стотина метара. Највећи је утицај у оним случајевима, када „нема“ директног сигнала од сателита [63]. Утицај рефлексије зависи од фреквенције сигнала, и мање погађа фазу носиоца него кодна мерења [64]. Утицај рефлексије на фазу носиоца је реда сантиметра. Како се мерења Доплеровог помераја могу одредити као први извод мерења фазе носиоца, овако добијене процене брзине су доста отпорније на утицај рефлексије.

Основни начини за смањење утицаја рефлексије сигнала су погодна позиције антене и подешавање пријемника тако да користи само сателите видљиве под већим углом нагиба. А могуће је и наменски пројектовати такве пријемнике односно такво коло за аквизицију GNSS сигнала којим се постиже потискивање рефлектованих сигнала. Потискивање се постиже ужом кроскорелацијом сигнала при аквизицији, тако да се одбијени сигнал теже може помешати са директним таласом који је први наишао. Уколико су задовољена основна правила за постављање антене, може се сматрати да је у већини случајева утицај ове грешке код покретних пријемника испод 1m [65]. Такође, и при употреби пријемника који су пројектовани да уклањају рефлексије, могуће је да вредност грешке повремене достигне више метара. Додатне мере за смањење овог утицаја су *choke ring* и сродне антене, а такође и ослањање на поларизацију сигнала јер сигнал који је рефлектован непаран број пута постаје лево-кружно поларизован.

Грешка услед шума пријемника η , су данас значајно мање од вредности наведених у литератури са почетка масовне примене GNSS пријемника. Шум и недовољна резолуција тадашњих пријемника су уносили грешку позиције од 0.2-0.5 m. Тадашњи пријемници су били засновани на 8-битним процесорима и имали су 1-5 канала за аквизицију сигнала. Данас је ова грешка знатно мања и зависи од пријемника.

Стандардне вредности главних извора грешака за GPS дате су у табели 2.2.

Табела 2.2 Стандардне вредности грешака GPS

Извор грешака	Грешка (m)
Сателит	1.5 - 4
Јоносфера	5 - 10
Тропосфера	0.2 - 3
Простирање по више путања	0.2 - 25
Пријемник и интерференције	0.1 - 2

Због веће прецизности фазних мерења могу доћи до изражаја и неке додатне врсте грешака. Зато се сматрају карактеристичним баш за фазна мерења. То су:

- офсет фазног центра пријемне антене
- варијација фазног центра пријемне антене
- офсет фазног центра антене сателита
- варијација фазног центра антене сателита
- варијација Земљине коре и нивоа мора
- ефекат завијања фазе (*Phase wind-up*)
- релативистички ефекти

Офсет фазног центра антене сателита [57] је растојање између фазног центра антене и центра масе сателита. У неким техникама мерења заснованим на мерењу фазе (као што је PPP), корекције које се достављају систему се рачунају у односу на различите мерне тачке. Слично, **офсет фазног центра пријемне антена** је растојање између фазног центра те антене и референтне тачке антене, односно пријемника коју сматрамо тачним положајем.

Варијација фазног центра антене сателита као и антене пријемника су карактеристике антена. Антене могу имати врло малу варијацију центра фазе, испод 1 mm, али им је цена у том случају врло висока. Ова варијација се зато моделује, а параметри антене доступни су у виду ANTEX (.atx) или NGS PCV фајла који за сваки модел антене обезбеђује произвођач. Ови подаци се могу кориговати калибрацијом сваке појединачне антене.

Ефекат завијања фазе, *phase wind-up* - GNSS сигнали имају десну кружну поларизацију - RHCP и свака релативна ротација између две антене се одражава као

промена растојања. Ова грешка може достићи вредност целог фазног циклуса, а постоји и код статичких мерења због спорог окретања сателита.

Варијација Земљине коре је највећим делом деформација под утицајем гравитационих сила Сунца и Месеца. Деформације су дециметарског реда величине и зависе од локације пријемника и звезданог времена. Ова варијација је сложена појава. Вертикална деформација може бити и до 0.3 m, а хоризонтална до 0.05 m. Варијација се са великом тачношћу може моделовати, чиме се утицај смањује на вредност до неколико милиметара [66]. На истом месту дефинисан је модел који описује **варијацију нивоа мора**. Ова варијације се односи на приобалне области. Варијација нивоа мора достиже око 0.05 m по вертикали и 0.02 m по хоризонтали, али се може занемарити ако је пријемник удаљен од мора више стотина километара.

2.1.3. Уклањање грешака

Тачност GNSS мерења зависи од тачности мерења псеудорастојања, фазе и Доплерових мерења али и од ефемерида, као и верности физичког модела који повезује ове параметре. Такође зависи и од геометријског распореда сателита. За анализу утицаја грешке на тачност GNSS мерења, а ради поједностављења модела, све грешке се могу посматрати као грешке мерења појединих растојања између сателита и пријемника, односно еквивалентна грешка мерења псеудорастојања.

Почетак процедуре уклањања грешака је пријем GNSS навигационе поруке која садржи различите измерене и процењене физичке параметре атмосфере, орбита и свемирског сегмента. Навигациона порука садржи неколико параметара за сваки од расположивих сателита:

- Параметри часовника сателита, који омогућују корекцију кодних мерења, мерења фазе, корекцију релативистичких ефеката и утицаја групног кашњења.
- Параметре ефемерида који описују орбиту сателита током интервала од два сата. Користе се за прорачун позиције сателита.
- Коефицијенти јоносферског кашњења.

Корекција грешака у пријемнику је најчешће према дијаграму на слици 2.3 [45].



Слика 2.3 Дијаграм корекције грешке GNSS[45]

Надаље се, за добијање тачније позиције, брзине и времена (*Position, Velocity, Time - PVT*) и филтрирање мерења, користи итеративна процедура за кориговање улазних података. Ова процедура састоји се из два или три корака, зависно од тога да ли су доступни подаци са неког *Satellites Based Augmentation System (SBAS)*, као што је *European Geostationary Navigation Overlay System (EGNOS)* у Европи [67]. У **првом кораку** се грубо одређује позиција пријемника уз грубо кориговање само грешке сателитског часовника, јер она не зависи од позиције пријемника. Остали модели грешака се не могу применити јер је позиција пријемника претходно непозната, а атмосферске корекције зависе од угла под којим се сателити виде у односу на хоризонт, односно елевације. У **другом кораку**, могуће је израчунати елевацију сателита и применити корекцију атмосферских утицаја. Најчешће се користе поменути *Klobuchar* [61] модел за јоносферске и *Hopfield/Black-Heisen* модел за тропосферске

утицаје [68]. И у другом кораку се коригује сателитски часовник при чему се урачунавају релативистички ефекти и групно кашњење дато у навигационој поруци.

У **трећем кораку** додају се SBAS корекције, ако су доступне. Корекције се добијају посредством за то намењених сервиса. У случају EGNOS-а то је SISNeT сервис. Формат корекција је заједнички за све SBAS. Остали SBAS су: амерички *Wide Area Augmentation System* - WAAS, јапански *MTSAT Satellite-based Augmentation System* - MSAS. Формат је заснован на *Minimum Operational Performance Standard* (MOPS) описан у [68]. Више детаља је дато у поглављу 2.7.

2.2. Математички модели за одређивање позиције, брзине и убрзања корисника

2.2.1. Одређивање позиције на основу псеудорастојања

Овде ће бити приказан алгоритам за рачунање позиције пријемника на основу мерења псеудорастојања. Алгоритам важи за GPS, ГЛОНАСС и Galileo системе. Поступак је делом преузет из [69].

Једноставнији израз за измерено псеудорастојање се добија ако се на израз (2.2) примене све описане корекције грешака и ако се преостала грешка у систему прикаже помоћу једне непознате ε_{PR} :

$$PR = d + c \cdot \delta t + \varepsilon_{PR}, \quad (2.13)$$

где је δt одступање часовника пријемника (ознака R је уклоњена, јер се може сматрати да је одступање сателитског часовника компензовано информацијама из навигационе поруке).

Геометријско растојање се може приказати као:

$$d = \sqrt{(x_s - x)^2 + (y_s - y)^2 + (z_s - z)^2}, \quad (2.14)$$

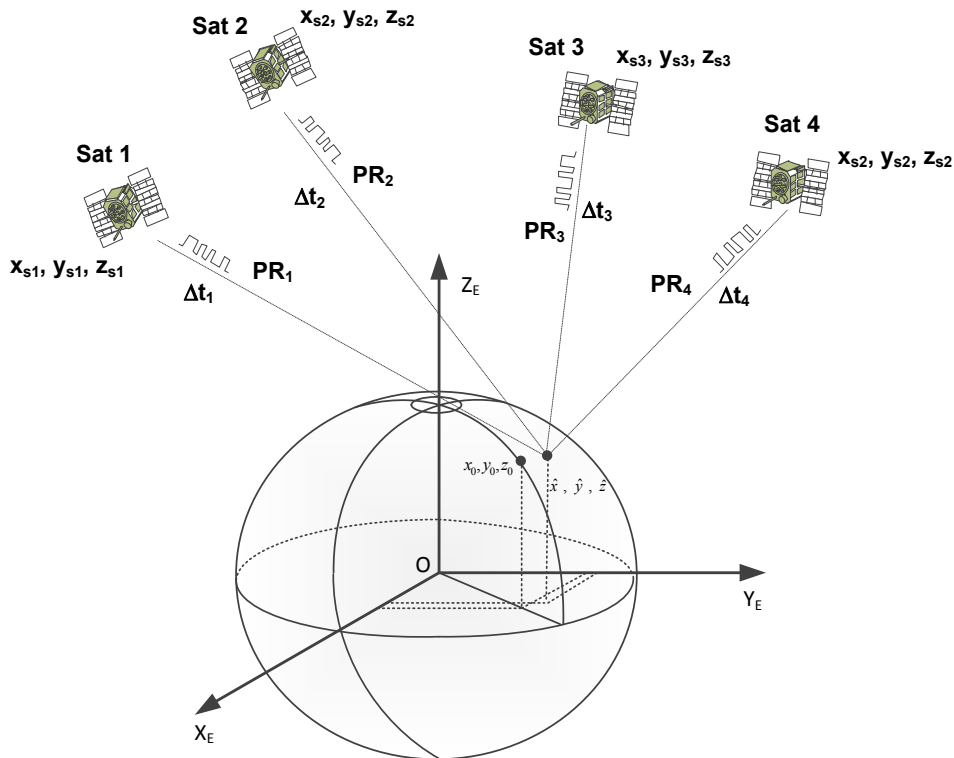
где су

(x_s, y_s, z_s) су координате сателита и

(x, y, z) су координате пријемника у ECEF координатном систему.

Непознати вектор стања чине координате пријемника и одступање часовника пријемника $\underline{x} = [x, y, z, c\delta t]^T$.

Координате сателита у ECEF координатном систему су познате на основу ефемерида из навигационе поруке. За решавање система једначина неопходна су најмање четири истовремено видљива сателита. Систем се може решити у затвореној форми (аналитички) или итеративно користећи линеаризацију. Овде ће бити приказана линеаризација око приближне вредности одступања позиције и времена $\hat{\underline{x}} = [x_0, y_0, z_0, c\delta t_0]^T$.



Слика 2.4 Процена позиције корисника

Развијањем израза за PR у Тејлоров ред око тачке апроксимације и занемарујући све чланове изнад првог реда, односно нелинеарности, добија се:

$$PR = PR_0 + \left. \frac{\partial PR}{\partial x} \right|_{\hat{\underline{x}}} (x - x_0) + \left. \frac{\partial PR}{\partial y} \right|_{\hat{\underline{x}}} (y - y_0) + \left. \frac{\partial PR}{\partial z} \right|_{\hat{\underline{x}}} (z - z_0) + \left. \frac{\partial PR}{\partial (c\delta t)} \right|_{\hat{\underline{x}}} (c \cdot \delta t - c \cdot \delta t_0) \quad (2.15)$$

где нотација

$\left. \frac{\partial PR}{\partial x} \right|_{\hat{\underline{x}}}$ означава парцијални извод функције PR у односу на променљиву x у приближној тачки $\hat{\underline{x}}$,

PR_0 је предикција PR , односно псеудорастојање које се оцењује у приближној тачки \hat{x} , израчунато као:

$$PR_0 = \sqrt{(x_s - x_0)^2 + (y_s - y_0)^2 + (z_s - z_0)^2} + c \cdot \delta t_0. \quad (2.16)$$

Израз за PR се може онда записати као:

$$z = a_x \Delta x + a_y \Delta y + a_z \Delta z + \Delta(c \cdot \delta t), \quad (2.17)$$

при чему

$z = PR - PR_0$ је разлика измереног и процењеног псеудорастојања,

$\Delta x = x - x_0$, $\Delta y = y - y_0$, $\Delta z = z - z_0$, $\Delta(c \cdot \delta t) = c \cdot \delta t - c \cdot \delta t_0$ су прираштаји у тачки линеаризације,

$a_x = \frac{x_0 - x_s}{d_0}$, $a_y = \frac{y_0 - y_s}{d_0}$, $a_z = \frac{z_0 - z_s}{d_0}$ су правци косинуса јединичних вектора од приближне позиције корисника до посматраног сателита.

Скуп непознатих z се може одредити из система линеарних једначина, односно линеаризованог модела мерења:

$$\underline{z}_{PR} = \mathbf{H}_{PR} \cdot \underline{\Delta x} + \underline{\varepsilon}_{PR}, \quad (2.18)$$

где су

\underline{z}_{PR} је вектор мерења псеудорастојања коригован априорним информацијама,

\mathbf{H}_{PR} је матрица која садржи правце косинуса јединичних вектора од приближне позиције корисника до посматраног сателита (геометријска матрица),

$\underline{\varepsilon}_{PR}$ је вектор резидуалних грешака,

$\underline{\Delta x} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta(c \cdot \delta t)]^T$ је нови непознати вектор, који се може естимирати методом најмањих квадрата.

После естимације $\underline{\Delta x}$, могу се израчунати координате пријемника и одступање часовника као:

$$\underline{x} = \hat{x} + \underline{\Delta x}. \quad (2.19)$$

У модерним пријемницима се користе мерења са више од четири сателита како би се додатно потиснуо шум мерења.

2.2.2. Одређивање брзине мерењем Доплеровог помераја

Брзина пријемника се може одредити као разлика између две узастопно измерене позиције у јединици времена, односно апроксимацијом првог извода позиције. Ово је

најједноставнији начин мерења брзине. Оваквим поступком се у потпуности преноси грешка мерења псеудорастојања, тако да је тачност процене брзине реда величине неколико метара у секунди. Модерни пријемници углавном користе мерења Доплеровог помераја за одређивање брзине, односно фреквенцијски померај који се јавља услед релативног кретања пријемника и сателита.

Фреквенција f_R измерена на пријемнику и фреквенција сигнала послатог са сателита су повезане класичном једначином за Доплеров ефекат:

$$f_R = f_T \left[1 - \frac{1}{c} (\underline{V}_S - \underline{V}) \cdot \frac{(\underline{r}_S - \underline{r})}{|\underline{r}_S - \underline{r}|} \right], \quad (2.20)$$

где су

$\underline{r}_S = (x_S, y_S, z_S)$ вектор положаја сателита,

$\underline{r} = (x, y, z)$ вектор положаја пријемника,

$(\underline{V}_S - \underline{V})$ је вектор релативне брзине између сателита и пријемника, дефинисан као разлика вектора брзине сателита $\underline{V}_S = [V_{SX} \ V_{SY} \ V_{SZ}]^T$ и вектора брзине пријемника $\underline{V} = [V_X \ V_Y \ V_Z]^T$.

Сви вектори су приказани у координатном систему везаном за Земљу (ECEF).

Векторски производ $(\underline{V}_S - \underline{V}) \cdot \frac{(\underline{r}_S - \underline{r})}{|\underline{r}_S - \underline{r}|}$ је пројекција вектора релативне брзине између сателита и пријемника, на правац између та два, односно то је брзина промене растојања \dot{d} .

Доплеров померај је онда:

$$f_R - f_T = -\frac{f_T}{c} (\underline{V}_S - \underline{V}) \cdot \frac{(\underline{r}_S - \underline{r})}{|\underline{r}_S - \underline{r}|} = -\frac{f_T}{c} \dot{d}. \quad (2.21)$$

Ако се помноже обе стране таласном дужином сигнала λ добија се:

$$\dot{d} = -\lambda \cdot (f_R - f_T). \quad (2.22)$$

Измерене брзина промене растојања (псеудорастојања) такође укључује и то што је фреквенција на пријему измерена заједно са дрифтвом часовника пријемника, а фреквенција сигнала послатог са сателита укључује и дрифт сателитског часовника. Зато се може написати:

$$\dot{PR} = -\lambda \cdot (\hat{f}_R - \hat{f}_T), \quad (2.23)$$

где је

\hat{f}_R - измерена фреквенција, која је померена у односу на идеалну фреквенцију на пријему $\hat{f}_R = f_R + \Delta f_R$,

\hat{f}_T - измерена фреквенција, која је померена у односу на идеалну фреквенцију на пријему $\hat{f}_R = f_T + \Delta f_T$.

Из једначине за $\dot{P}R$ (2.4), узимајући у обзир да важи $\lambda \cdot \Delta f_R = c \cdot \delta t_R$ и $\lambda \cdot \Delta f_S = c \cdot \delta t_S$ следи:

$$\dot{P}R = \dot{d} + c \cdot \delta t_S - c \cdot \delta t_R. \quad (2.24)$$

Ако се у обзир узму сви извори грешака који утичу на мерење Доплеровог утицаја, где припадају грешке орбита, пропагације кроз атмосферу, релативистички ефекат, добија се поново једначина за извод псеудорастојања $\dot{P}R$ (2.4). Дрифт сателитског часовника $c\delta t_S$ се може кориговати информацијом из навигационе поруке и може се сматрати занемаривим. Када се искористе информације из навигационе поруке, преостале грешке се могу груписати у једну напознату ε_{PR} одакле следи:

$$\dot{P}R = \dot{d} + c \cdot \delta t + \varepsilon_{PR}, \quad (2.25)$$

где се ознака R може уклонити из дрифта часовника пријемника ради једноставности записа.

Постоји више начина за естимацију брзине пријемника. Овде ће бити описан један од чешћих приступа. Ако се горња једначина преуреди у:

$$\dot{P}R - \underline{V}_S \cdot \frac{(r_S - r)}{|r_S - r|} = -\underline{V} \cdot \frac{(r_S - r)}{|r_S - r|} + c \cdot \delta t, \quad (2.26)$$

даљим разлагањем овог векторског производа следи:

$$\dot{P}R - V_{SX} \cdot \frac{x_S - x_0}{d} - V_{SY} \cdot \frac{y_S - y_0}{d} - V_{SZ} \cdot \frac{z_S - z_0}{d} = \frac{x_0 - x_S}{d} \cdot V_X + \frac{y_0 - y_S}{d} \cdot V_Y + \frac{z_0 - z_S}{d} \cdot V_Z + c\delta t. \quad (2.27)$$

Ова једначина је линеарна за непознате компоненте брзине пријемника и дрифт часовника, тако да није потребна линеаризација. За овај приступ, потребно је претходно познавање позиције пријемника, што се може решити помоћу (2.18) или се може апроксимирати на основу претходне позиције. Такође, морају бити познати позиција и брзина сателита, односно добијени из ефемериде из навигационе поруке. Под датим условима, за решавање система једначина, односно естимацију компоненти брзине пријемника и дрифта часовника потребна су најмање четири истовремено мерења Доплеровог помераја односно четири видљива сателита.

Други приступ, подразумева да није унапред позната информација о позицији. Поступак је описан у [69] и обухвата истовремену естимацију и брзине и позиције и дрифта часовника. За решавање је потребно најмање седам истовремених мерења Доплеровог помераја. Због тога се овај модел најчешће комбинује са рачунањем

позиције помоћу псеудорастојања јер је тај модел због боље геометрије и иначе погоднији за рачунање позиције.

Тачност одређивања брзине на основу нефилтрираних мерења Доплеровог помераја је реда неколико сантиметара у секунди, због наслеђеног *jittera*-а петљи за праћење сигнала у пријемнику. Због тога, већина комерцијалних пријемника има номиналну вредност тачности брзине процењену на 0.03-0.05 m/s.

2.2.3. Одређивање брзине диференцирањем фазе носиоца по времену

У литератури [58][70] се наводе две методе за естимацију брзине пријемника диференцирањем фазе носиоца по времену, *Time-Differenced Carrier Phase* (TDCP):

- одређивање тренутне брзине и
- прецизно одређивање промене позиције, “*delta position*”.

Обе методе се заснивају на мерењу фазе носиоца, односно акумулирању фазне разлике између локално генерисане реплике носиоца и сигнала који стиже са сателита. Као што је наведено у (2.3), множењем ове акумулиране фазне разлике са таласном дужином носиоца се добија [58][70]:

$$\lambda \cdot \phi = d + c \cdot \delta t_S - c \cdot \delta t_R + \lambda \cdot N + \delta d_{orb} - \delta d_{iono} + \delta d_{tropo} + \delta d_{multi} + \eta, (2.28)$$

где су

λ – таласна дужина носиоца (m),

ϕ – измерен број периода фазе носиоца,

N – целобројни број циклуса, односно таласних дужина сигнала садржаних у растојању од сателита до пријемника и остале грешке и дрифткови, као што су већ наведени у (2.3).

У првој категорији TDCP алгоритама (тренутна брзина), мерење фазе носиоца се користи за процену Доплеровог помераја:

$$D_i \approx \frac{\Phi_i(t_{j-1}) - \Phi_i(t_{j+1})}{2\Delta t}, (2.29)$$

где су

t_j – епоха, тренутак у коме се естимира брзина,

Δt – интервал између два мерења,

Φ_i – измерена фаза носиоца за i -ти сателит.

Пошто је израчуната вредност D_i , процењује се брзина промене псеудорастојања, као у методи на бази Доплеровог помераја. Предност овог приступа је што мањи шум мерења фазе носиоца доприноси да је мањи шум овако добијеног Доплеровог помераја него директним мерењем Доплеровог помераја на необрађеним подацима. Такође, ова естимација брзине је тачнија. Предуслови за коришћење методе су:

- Претходна естимација позиције пријемника у бар две узастопне епохе мерења. Ове позиције, добијене *single point positioning* методом, треба да имају тачност од бар 10 m да не би значајно утицале на тачност израчунате брзине.
- Што тачнија брзина сателита.

Ова метода само теоријски даје тренутну брзину пријемника, јер усредњавањем промене фазе носиоца се усредњава и Доплеров померај. Ефекат је значајно мањи ако су подаци чешће доступни што смањује Δt , или ако се користи боља апроксимација за рачунање D_i - трећег или вишег реда.

Друга категорија TDCP алгоритама (прецизно одређивање промене позиције) заснована је на диференцирању по времену узастопних мерења фазе носиоца од истог сателита при фреквенцији пристизања података већој од 1 Hz, на основу чега се израчунава промена позиције. Ако се претпостави да нема прескакања, губљења, циклуса између два мерења, овакво диференцирање по времену решава проблем непознатог целог броја таласних дужина (енгл. *integer ambiguity*), као и већину других грешака, као што су офсет сателитског часовника, грешке ефемерида, грешка услед рефракције јоносфере и тропосфере, јер су оне споропроменљиве у времену.

Разлика између два узастопна мерења фазе носиоца у две епохе t_j и t_{j-1} се назива “*time single difference*” (SD) [70][71]:

$$\lambda \cdot \phi = \lambda \cdot [\Phi(t_j) - \Phi(t_{j-1})] = \Delta d + c \cdot \Delta \delta t_S - c \cdot \Delta \delta t_R + \Delta \delta d_{orb} - \Delta \delta d_{iono} + \Delta \delta d_{tropo} + \Delta \eta, \quad (2.30)$$

где је

Δ – ознака за операцију диференцирања - нпр. $\Delta d = d(t_j) - d(t_{j-1})$ је промена геометријског растојања између две епохе.

Чланови $c \cdot \Delta \delta t_S$, $\Delta \delta d_{iono}$, $\Delta \delta d_{tropo}$, $\Delta \delta d_{orb}$ су занемариви ако су пре SD рачунања, уклоњене грешке због утицаја атмосфере и одступања сателитског часовника са мерења фазе носиоца. Овде је такође занемарен члан који потиче од простирања по

више путања, односно рефлексије, јер уколико дође до промене линије простирања, метода неће дати добре резултате.

Члан Δd зависи од промене позиције $\Delta \underline{r}_R$, односно, ако се узме у обзир да важи:

$$d(t_j) = \underline{e}(t_j) * [\underline{r}_S(t_j) - \underline{r}_R(t_j)], \quad (2.31)$$

$$d(t_{j-1}) = \underline{e}(t_{j-1}) * [\underline{r}_S(t_{j-1}) - \underline{r}_R(t_{j-1})], \quad (2.32)$$

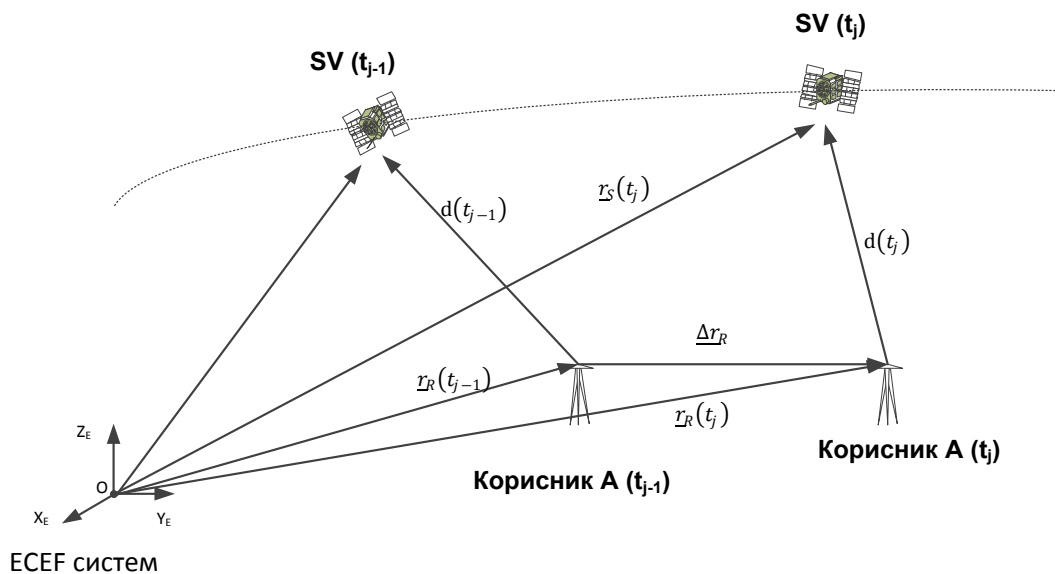
и направи разлика ова два израза, показује се да је:

$$\Delta d = \Delta D - \Delta g - [\underline{e}(t_j) * \Delta \underline{r}_R], \quad (2.33)$$

где су

$\Delta g = [\underline{e}(t_j) * \underline{r}_R(t_j)] - [\underline{e}(t_{j-1}) * \underline{r}_R(t_{j-1})]$ – промена геометрије између сателита и пријемника која настаје због промене оријентације односно правца линије видљивости ова два,

$\Delta D = [\underline{e}(t_j) * \underline{r}_S(t_j)] - [\underline{e}(t_{j-1}) * \underline{r}_S(t_{j-1})]$ – промена растојања, сразмерна средњем Доплеровом померају фреквенције, изазваном међусобним кретањем сателита и пријемника дуж линије видљивости.



Слика 2.5 Геометријско објашњење TDCP поступка (измењено на основу [71])

Позиције сателита у две узастопне епохе t_{j-1} и t_j се рачунају на основу ефемериди, а позиције пријемника коришћењем *single point positioning* алгоритма на основу псеудорастојања. ΔD и Δg се користе за добијање SD опсервације $\Delta \tilde{\Phi}^{adj}$ на основу израза:

$$\lambda \cdot \Delta\tilde{\Phi}^{adj} = \lambda \cdot \Delta\tilde{\Phi} - \Delta D + \Delta g = -[\underline{e}(t_j) * \underline{\Delta r}_R] + c \cdot \Delta\delta t_R + \Delta\varepsilon. \quad (2.34)$$

Ова једначина је модел мерења TDCP. Ако су најмање 4 сателита видљива током две узастопне епохе, онда се могу естимирати $\underline{\Delta r}_R$ и $\Delta\delta t_R$.

Коначно, на основу естимиране вредности $\underline{\Delta\hat{r}}_R$, даље се рачуна средња брзина \underline{v}_{sr} током интервала Δt .

Тачност процене брзине која се постиже било којом од ове две TDCP методе првенствено зависи од нивоа потискивања шума током процеса комбиновања мерења фаза носиоца. Шум мерења фазе носиоца је реда величине милиметра или мање. Било да се рачуна Доплеров померај као у првој методи (2.29) или се рачуна разлика позиција као у другој методи (2.34), шум мерења је такође реда милиметра. То значи да је при фреквенцији мерења од 1 Hz, шум мерења брзине реда величине неколико милиметара у секунди, што је много мање него шум добијен директним мерењем Доплеровог помераја.

Недостатак ове методе је осетљивост на прескакање мерења, јер је потребно комбиновање са погодним алгоритмом за детекцију изгубљеног циклуса мерења фазе сигнала од истог сателита. Као пример, при употреби алгоритма у пријемнику који ради у L1 опсегу, где је таласна дужина $\lambda = 0.19 \text{ m}$, губитак три циклуса мерења при 1 Hz фреквенцији мерења је еквивалентан унетој грешки од 0.6 m/s. Други важан недостатак је што је израчуната брзина заправо усредњена вредност брзине. Ово може бити предност код интеграције са инерцијалним системом где свакако постоји филтрирање стања.

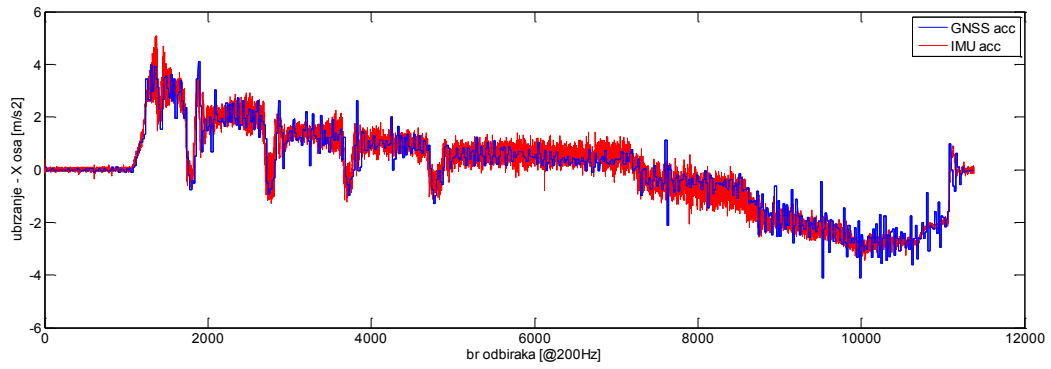
Ова метода може имати боље карактеристике у условима велике динамике. Детаљнији приказ биће дат у предлогу алгоритма реконструкције кретања возила.

2.2.4. Одређивање убрзања помоћу GNSS

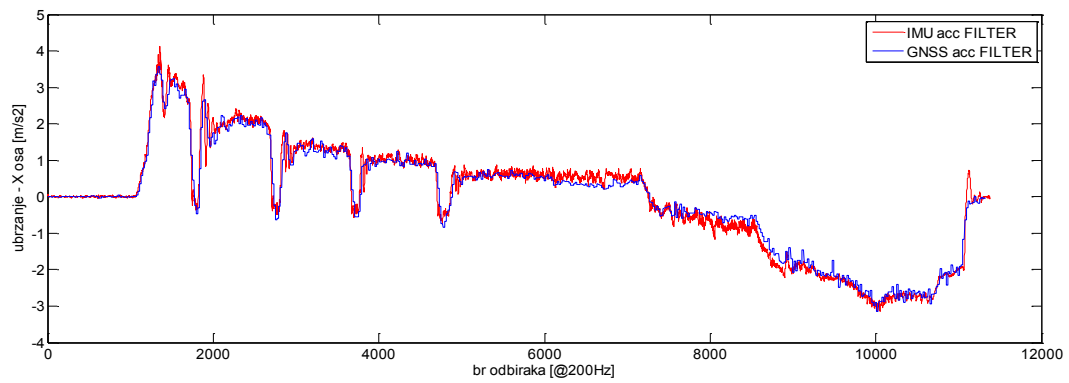
Убрзање не спада у основно навигационо решење GNSS пријемника. Убрзање је опсервабилно индиректним мерењем посредством брзине, што значи да наслеђује и све добре или лоше стране алгоритма брзине. При том, треба водити рачуна да TDCP метода рачуна усредњену вредност брзине. При разматрању мерења убрзања односно

мерењу промене брзине на основу Доплеровог помераја, потребно је проценити како убрзање утиче на промену Доплеровог помераја и која су могућа ограничења ове методе. На основу параметара орбите и брзине сателита, лако се доказује да је вредност Доплеровог помераја због кретања сателита око 5 kHz [72], али је промена Доплеровог помераја мања од 1 Hz/s. Ако се посматра убрзање пријемника од 1 g у правцу сателита, промена Доплеровог помераја ће бити око 51.5 Hz/s. Ово значи да убрзање корисника доминантно утиче на промену Доплеровог помераја. Ако се посматра случај кретања са јако високом динамиком од 5 g, као код летелице или при благом судару, при чему је ово компонента у правцу сателита, то резултује променом Доплеровог помераја од преко 250 Hz/s. Одавде следи основно ограничење употребе GNSS пријемника – потребно је да петља за праћење фреквенције носиоца испрати ову динамику, односно да се за мање од 4 ms прилагоди промени. Ово је доста оштар услов нарочито уколико је однос снаге сигнала и шума неповољан. Зато је снага сигнала на пријему један од најважнијих фактора који утичу на тачност мерења при већим убрзањима.

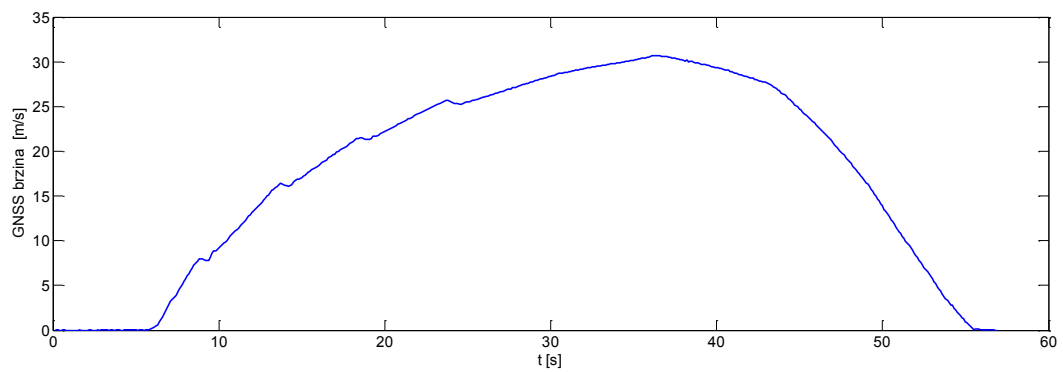
У обрађеној литератури није приказана оцена мерења убрзања помоћу GNSS-а. Ради илустрације могућности одређивања убрзања модерним комерцијалним L1 GNSS пријемником, извршена су мерења и резултати су приказани на слици 2.6. Тест је реализован тако да што више одговара праволинијском кретању у хоризонталној равни, при чему су компоненте брзине и убрзања углавном на уздужној оси возила, што је најпогоднији случај мерења. При мерењу је коришћен GNSS модул NVS08C-CSM [73], који процењује брзину на основу Доплеровог помераја, и активна антена NV2410 постављена на кров аутомобила. Инерцијални сензор је *Silicon Sensing* DMU10 [74]. На графицима су уочљиве промене брзине и убрзања при промени степена преноса мотора. Мерено је при доброј видљивости неба и просечној расположивости GPS и ГЛОНАСС сателита. Ради комплетности, приказан је и измерен нагиб терена (слика 2.6-г).



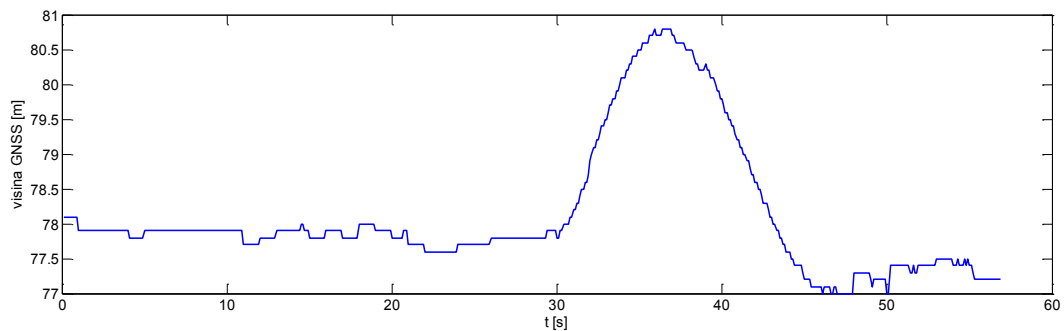
a)



б)



в)

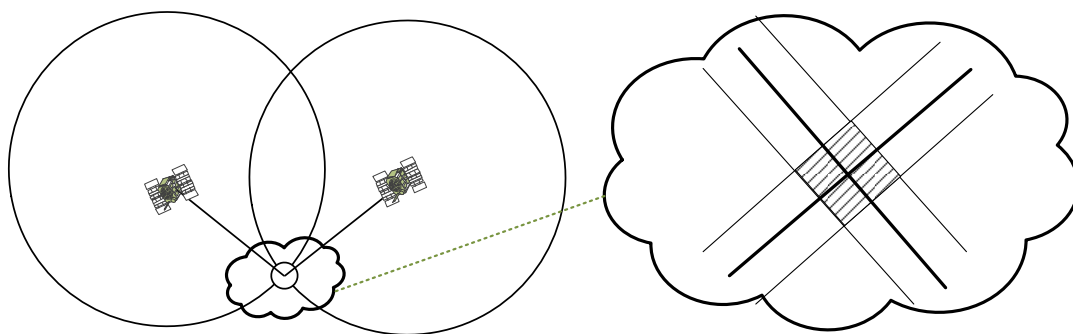


г)

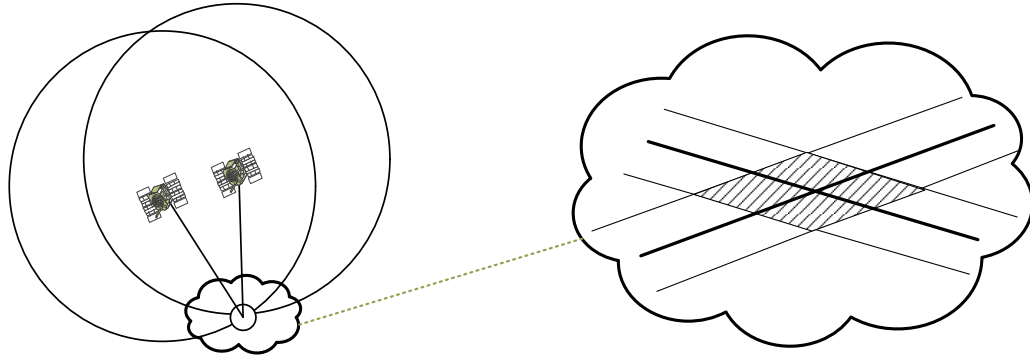
Слика 2.6 Мерења убрзања аутомобила GNSS-ом и инерцијалном јединицом а) нефилтрирана мерења б) филтриран шум в) профил брзине г) висина

2.3. Утицај геометријског распореда сателита на грешку

Приликом одређивања позиције пријемника на основу псеудорастојања четири или више сателита постављен је систем линеарних једначина (2.18). Као и за сваки линеарни систем једначина, међусобна независност мерења је неопходан услов да би систем имао решење. Независност мерења је директно повезана са геометријским распоредом сателита. Математички гледано, а великим делом је тако и у пракси, тачност решења зависиће од геометријског распореда сателита у односу на пријемник. Слика 2.7 даје геометријско објашњење ове зависности. На првој слици, сателити се налазе под приближно правим углом у односу на локацију корисника, док је на следећој исти угао много мањи. У оба случаја, ако су мерења исправна, локација корисника налази се у пресеку ове две кружнице. Претпоставка је да свако од мерења псеудорастојања има подједнаку варијансу грешке, што је приказано подједнаком ширином кружница. Скуп локација које могу бити добијене приказане су осенченим областима. Ово је поједностављен случај у коме је извршено само једно мерење чија је грешка унутар задатих граница варијансе грешке. Површина осенчене области је много већа ако сателити заузимају оштар угао у односу на корисника. Дакле, иако је тачност сваког од појединих мерења псеудорастојања од сателита до пријемника остала иста, укупна тачност позиције се значајно разликује. Овај концепт *Dilution of Precision* (DOP) као мера геометрије, може се интерпретирати као величина пропорционална површина ове осенчене области, односно у случају када се посматра пресек више сфера, онда је то запремина тог замишљеног геометријског тела. Мања вредност DOP одговара бољем распореду сателита у односу на корисника.



a)



б)

Слика 2.7 Илустрација а) повољног и б) неповољног геометријског распореда сателита

Квалитет процена може се изразити помоћу матрице геометрије између сателита и пријемника \mathbf{G} . Ако се посматра модел у коме су грешке мерења псеудорастојања средње вредности нула, а самим тим и грешке координата позиције пријемника, као и одступање часовника пријемника такође имају средњу вредност нула. Односно ако су естимације непомерене, онда се могу дефинисати средња вредност и коваријанса грешака естимације позиције и офсета часовника:

$$E(\Delta \mathbf{x}) = E(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) = 0, \quad (2.35)$$

$$E(\Delta b) = E(\hat{b} - b) = 0, \quad (2.36)$$

где су

\mathbf{x} – координате позиције,

$\hat{\mathbf{x}}$ – процена координата позиције,

b – офсет часовника и

\hat{b} – процена офсета часовника.

Према методи најмањих квадрата која је дата у поглављу 3.1 (3.8) [75], важи:

$$Cov \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta b \end{bmatrix} = Cov \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \sigma^2 (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}. \quad (2.37)$$

Надаље се ове естимације $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{b})$ могу разложити на компоненте и анализирати. Нека су варијансе x , y и z компоненти грешке позиције редом означе са $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$, а варијанса грешке процене офсета часовника са σ_b^2 , и нека се ради једноставности уведе замена:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}, \quad (2.38)$$

где су дијагонални чланови матрице \mathbf{H} означени са H_{ii} , где i означава број колоне или врсте, тада из (2.37) важи:

$$\sigma_x^2 = \sigma^2 H_{11}; \sigma_y^2 = \sigma^2 H_{22}; \sigma_z^2 = \sigma^2 H_{33}; \sigma_{xb}^2 = \sigma^2 H_{44}, \quad (2.39)$$

и средња квадратна вредност грешке позиције је:

$$\text{RMS грешке позиције} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} = \sigma \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33}}. \quad (2.40)$$

Ове једначине показују да различите компоненте процене позиције зависе од два фактора: 1) варијансе грешке мерења растојања σ^2 2) Фактора геометрије односно положаја сателита у односу на корисника који је дат елементима матрице **H** који потпуно зависе од матрице **G**.

Тачност GNSS решења позиције изражава се као производ фактора геометрија и фактора псеудослучајне грешке мерења растојања.

Параметри DOP су дефинисани тако да јасно описују допринос геометрије односно положаја сателита у односу на пријемник – DOP позиције или PDOP, временски DOP или TDOP и геометријски DOP или GDOP:

$$\text{PDOP} = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33}}, \quad (2.41)$$

$$\text{TDOP} = \sqrt{H_{44}}, \quad (2.42)$$

$$\text{GDOP} = \sqrt{H_{11} + H_{22} + H_{33} + H_{44}}. \quad (2.43)$$

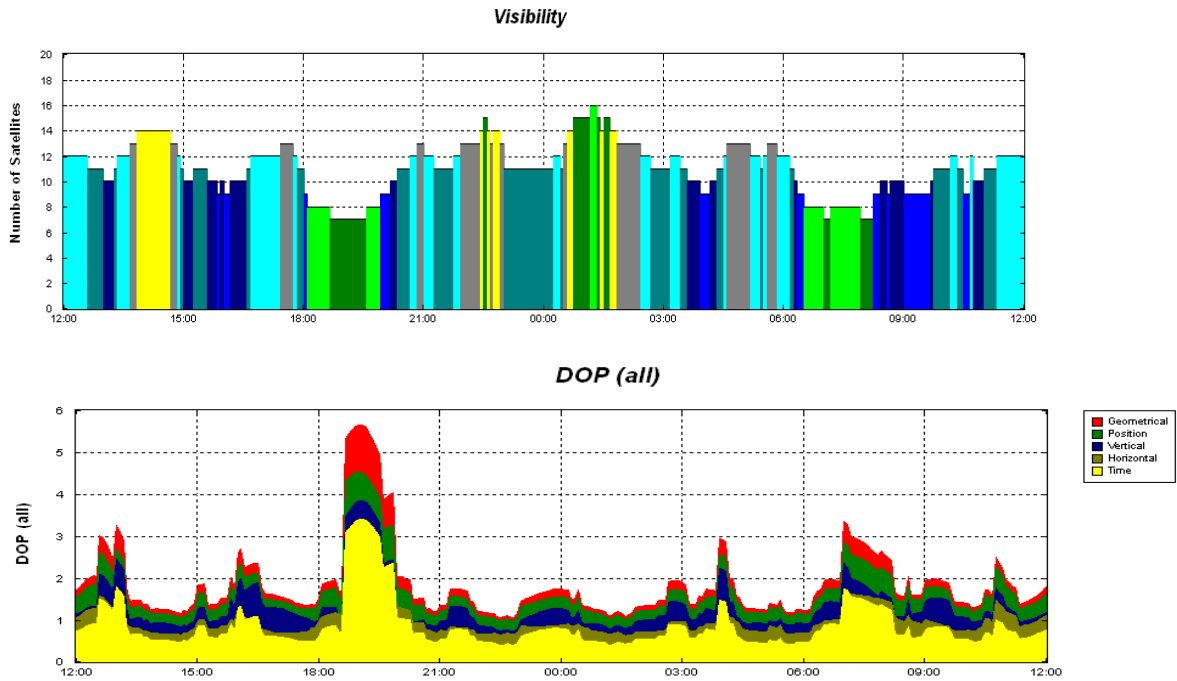
Дати фактори повећавају стандардну девијацију грешке мерења. Следи да се квалитет процене, добијене у појединачном мерењу, може приказати употребом ових фактора као [75]:

- "RMS грешка процене 3D позиције" = $\sigma \cdot \text{PDOP}$,
- "RMS грешка процене офсета часовника" = $\sigma \cdot \text{TDOP}$,
- "RMS грешка процене 3D позиције и офсета часовника" = $\sigma \cdot \text{GDOP}$.

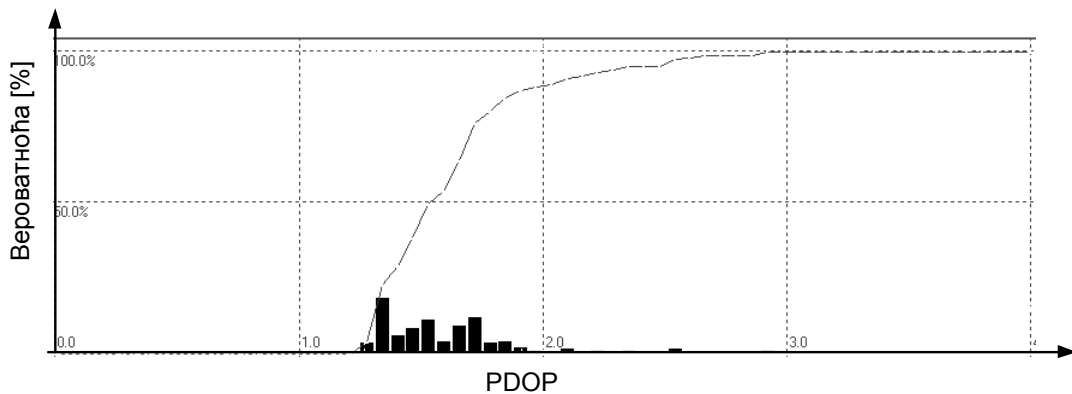
Ово су процене квалитета мерења, односно грешке процене, дате у ECEF, координатном систему везаном за Земљу. Позиција корисника се најчешће претвара у географске координате, тако да када је реч о грешци, погодније је посматрати њену хоризонталну и вертикалну компоненту у NED или ENU локалном координатном систему. Коришћењем матрице трансформације између ова два координатна система, дате у Прилогу 1, могуће је израчунати еквивалентну матрицу геометрије у локалном координатном систему и одговарајуће хоризонталне и вертикалне факторе HDOP и VDOP [75].

Данашњи GNSS пријемници прате све расположиве сателите према квалитету сигнала и дефинисаном углу елевације, односно према дефинисаној маски. Да би HDOP имао ниску вредност, потребно је да пријемник има добро распоређене сателите по азимуту који нису под високим нагибом у односу на хоризонт. За VDOP, а самим тим и за PDOP, потребан је исти услов, али такође и један добро постављен сателит у зениту. Детаљна анализа зависности положаја сателита и DOP може се наћи у [62](стр. 477). У ово разматрање је укључен само геометријски модел, али не и остале појаве при простирању сигнала. Сателити који се, посматрано са стране корисника, налазе ниско на хоризонту, нарочито са елевацијом испод 5° , се не користе за добијање навигационог решења, иако математички гледано имају најповољнији положај и најмањи DOP. Сигнали са ових сателита су под вишеструко већим утицајем атмосфере и самим тим имају већу варијансу псеудослучајне грешке мерења. При кретању пријемника, сигнал са ниско постављених сателита ће најпре бити заклоњен околним објектима или тереном, што значи да ће пријемник често мењати најпогоднију констелацију за рачунање навигационог решења. Овакве промене често изазивају велике промене навигационог решења, а такође знатно повећавају грешку код техника као што је TDCP. Због тога је данас, када је покривеност сателитским сигналом одлична, уобичајено поставити елевациону маску на пријемнику и изнад 10° , а у урбаним срединама и до 30° , чиме се умањује утицај рефлектованих сигнала.

Улога DOP се често погрешно тумачи, јер добар DOP не подразумева већу тачност мерења. Важи и обрнуто. При планирању мерења, а што јесте једна од примарних улога DOP, потребно је посматрати кретање DOP током целе периода од интереса. Ради илустрације наведеног, извршена су мерења и резултати су приказани на сликама 2.8 и 2.9. Коришћен је софтвер *Trimble Mission Planning*. Слика 2.8 даје карактеристичан пример видљивости GPS сателита и очекивани DOP у том периоду. Ово мерење указује да је данас вишеструко мања улога DOP него раније. Приметно је да су значајне варијације DOP током дана само краткотрајне, чак и ако се користи само GPS сигнал. На другом примеру (слика 2.9) дата је расподела вероватноће и хистограм PDOP-а добијени на основу мерења модерним једнофреквентним GPS/ГЛОНАСС пријемником uBlox NEO-M8 [77] у реалним урбаним условима у Београду при ограничењу елевацији сателита од 5° . Вредност PDOP се у највећем проценту случајева налазила између 1.5 и 2, што потврђује горње наводе о условно смањеном значају DOP за планирање мерења.



Слика 2.8 Промене DOP у току 24 часа (Београд, GPS) – предикција, пример



Слика 2.9 Расподела вероватноће и хистограм PDOP-а – пример мерења 2015. год.

2.4. ГЛОНАСС

Основни принципи позиционирања ГЛОНАСС [49], начин рада, израчена снага као и структура система - подела на контролни, Земаљски и кориснички сегмент, су слични као код GPS. Овде ће бити приказане само значајније разлике.

ГЛОНАСС користи *Frequency Division Multiple Access* (FDMA), односно сваки сателит емитује сигнал на посебној учестаности из L опсега. Тренутна ГЛОНАСС констелација садржи две генерације сателита, од којих најновија, из 2016. године

подржава и CDMA и FDMA. Фреквенцијски план ГЛОНАСС-а је три пута мењан [78], тако да се често погрешно наводи. Од 2005. године, централна учестаност L1 опсега је 1602 MHz, а L2 1246 MHz. Користи се по 12+2 тест канала у сваком од опсега, што је довољно за 24 сателита, јер сателити на супротним странама орбите користе исте канале (Слика 2.10).

Номиналне вредности централних учестаности канала су дефинисане са [49]:

$$f_{K1} = f_{01} + K \cdot \Delta f_1, \quad (2.44)$$

$$f_{K2} = f_{02} + K \cdot \Delta f_2, \quad (2.45)$$

где су

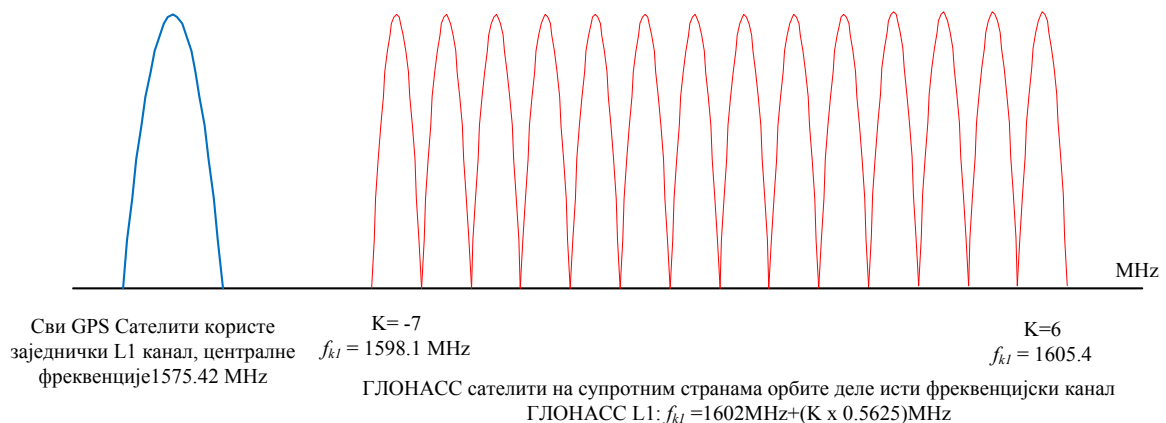
K – редни број канала, у опсегу -7 до +6,

f_{K1} – фреквенција K -тог сателита у L1 опсегу,

f_{K2} – фреквенција K -тог сателита у L2 опсегу,

$f_{01} = 1602$ MHz, $\Delta f_1 = 562.5$ kHz - за L1 опсег,

$f_{02} = 1246$ MHz, $\Delta f_2 = 437.5$ kHz - за L2 опсег.



Слика 2.10 Распоред канала GPS и ГЛОНАСС у L1 опсегу

Носиоца у оба опсега су модулисани два врста кодова:

- Цивилни код или код који пружа стандардну прецизност позиционирања – назван на руском СТ, а често се наводи и као енглески термин C/A. СТ код је фреквенције чипа 511 kHz и трајања 1 ms;
- Код за прецизно позиционирање који није свима доступан – назив на руском ВТ, а често се наводи и као енглески термин P. ВТ код је фреквенције чипа 5.11 MHz и трајања 1 s.

Носиоци су такође модулисани навигационом поруком, која садржи две врсте информација. Прва група (*immediate*, тренутни) се односи на сателит који шаље поруку и садржи његове ефемериде и параметре за корекцију сателитског часовника. Друга група (*non-immediate*, не-тренутни) се односи на грубе параметре ефемериде и статус констелације и корекције за конверзију времена у UTC време.

Основне разлике између ГЛОНАСС и GPS сигнала су:

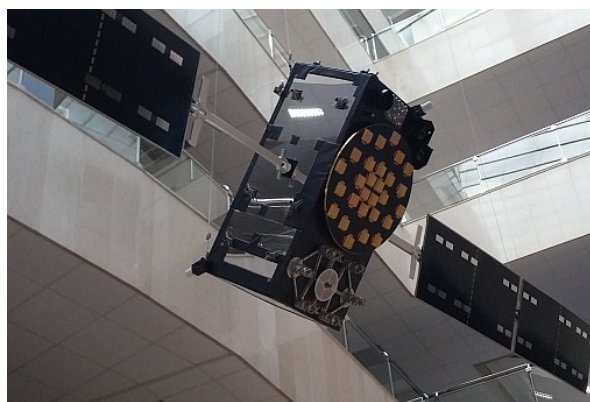
- Користе различите координатне системе – WGS84 (GPS) и ПЗ90 (енгл. PZ90) за ГЛОНАСС. Од 2007. године када је измењен ПЗ90, ова разлика се једноставно уклања translацијом:

$$(x,y,x)_{\text{WGS84}} = (x,y,x)_{\text{PZ90.02}} + (-36\text{cm}, +8\text{cm}, +18\text{cm}). \quad (2.46)$$

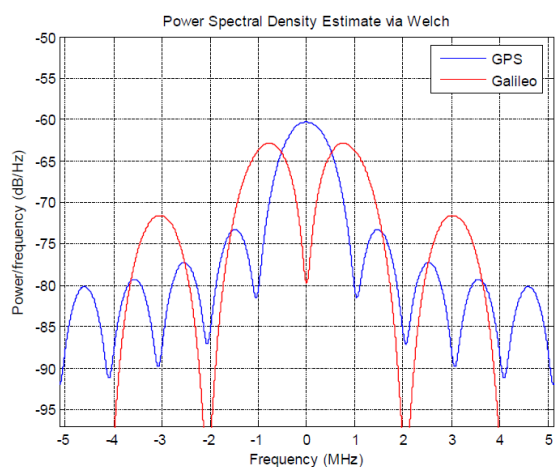
- Временска референца (UTC време) ГЛОНАСС-а и GPS-а се разликују јер сваки систем користи референцу коју одржава матична држава. Ова информација није доступна у реалном времену.

2.5. Galileo

Galileo систем [50][75] има сличан принцип рада као GPS, али како је последњи пројектован очекује се да ће донети значајна побољшања и јачи сигнал у односу на остале GNSS. То је једини систем који није под контролом војске и први уводи концепт загарантованог сервиса и надгледање интегритета сопственог сигнала. У склопу Galileo система EGNOS ће емитоваће диференцијалне корекције.



а)



б)

Слика 2.11 а) Макета Galileo сателита (1:1) б) Спектри Galileo и GPS C/A сигнала [76]

Galileo ће пружати 5 врста сервиса:

- “*Open Service*” који ће бити јавно доступан 99.8% времена. Предвиђена је тачност у хоризонталној равни од 15 m са једнофреквентним пријемником и 4 m са двофреквентним. Очекивана вертикална тачност је 35 m и 8 m.
- “*Commercial Service*”,
- “*Safety of Life Service*” који ће се користити у критичним мисијама и обезбеђиваче сигнале, аларме и податак о интегритету, као мери поверења да је тачност у задатим границама, израчунате позиције и брзине.
- “*Public Restricted Service*”, криптовани сервис за полицијске, спасилачке и војне намене, са посебним режимом заштите од ометања.
- “*Search and Rescue Service*” који ће размењивати специфичне податке.

Основне техничке разлике Galileo система у односу на GPS и ГЛОНАСС су:

- Galileo ће за неке сигнале користити меморисане кодове (ПСС) [50]. Пријемник чува кодне секвенце у меморији, уместо генерисања заједничким генератором. Кодови су одабрани тако да се тешко репродукују.
- Galileo користи ВОС модулацију да би умањио интерференцију са GPS сигналом (слика 2.11). Сигнал ће бити јачи и имати већу ширину у спектру што погодује бољој тачности позиционирања.
- Сигнал има корекцију грешке унапред *Forward Error Correction* (FEC) и блок интерливер.
- Очекује се краће време до првог решења односно тзв. *time-to-first-fix* (TTFF) у односу на GPS [79].
- Galileo, као и остала два система користи своју временску референцу *Galileo System Time* (GST), али оба система одашиљу разлику два времена са тачношћу од 5 ns.
- Galileo користи независан референтни координатни систем *Galileo Terrestrial Reference Frame* (GTRF), који се од GPS координата разликује само за неколико сантиметара.

Последње две ставке, као и заједнички радио канал, су основни предуслови за интероперабилност GPS и Galileo система.

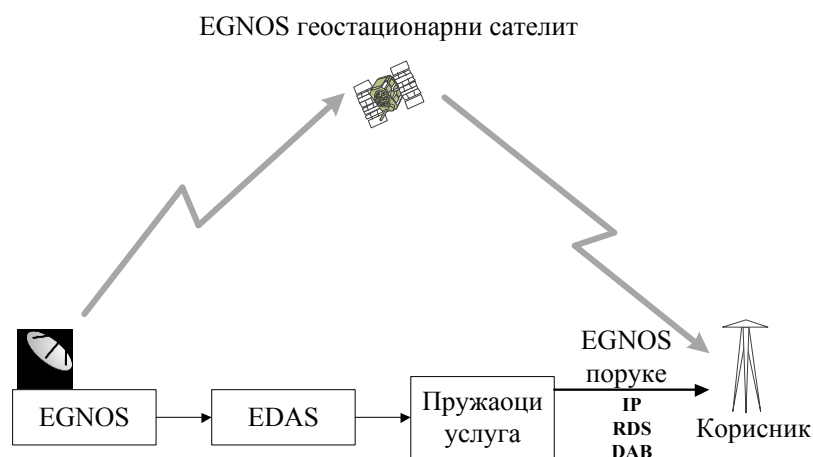
2.6. Помоћни системи – SBAS/EGNOS

EGNOS је европски SBAS који емитује помоћне сигнале за GPS *Standard Positioning Service* (SPS) на подручју Европе. Тренутно EGNOS побољшава навигационо решење само цивилног GPS L1 C/A сигнала тако што емитује диференцијалне корекције и информације о интегритету. Инфраструктура EGNOS се састоји од 3 геостационарна сателита и мреже земаљских станица [81]. Сви SBAS сигнали су подударни тако да их може користити већина данашњих GNSS пријемника.

EGNOS тренутно пружа две врсте сервиса:

- “*Open Service*” (OS): Бесплатан сервис без гаранције квалитета сервиса. Може га користити сваки пријемник који прима SBAS сигнале, што је данас већина.
- “*Safety-of-life Service*” [82]: Корисник може да прими и поруку о нарушеном интегритету GPS и ГЛОНАСС сигнала у року од 6 секунди [83]. Користи се у цивилној авијацији.

EGNOS побољшава информацију о интегритету, знатно доприноси тачности емитовањем корекција [84][85] и повећава доступност сигнала емитујући га са три додатна сателита. Ипак, због малог броја сателита, пријем је отежан у урбаним срединама и зато постоји комерцијални сервис EDAS [86] који ре-емитује корекције посредством земаљске мреже предајника. Овим се драстично побољшава пријем сигнала. Слика 2.12 приказује глобалну архитектуру EDAS [87].



Слика 2.12 Архитектура EDAS-а

EGNOS побољшава тачност позиције користећи:

- Корекције грешке ефемерида
- Тачнији модел јоносфере
- Емитујући додатни GPS C/A сигнал (исте модулације, фреквенције и ПСС)
- Навигациона порука се шаље са већим протоком (500sps -250 b/s) и значајно је измењена њена структура у односу на GPS
- Алгоритам за корекцију грешке при преносу (FEC)

Доплеров померај сигнала је знатно мањи, око 210 Hz у односу на 5 kHz код GPS-а.

Условно се може рећи да је EGNOS DGPS сигнал који покрива широку географску регију и емитује корекције за сваку од GNSS грешака, док DGPS уопштено коригује само псеудорастојања. EGNOS одашиље три различите категорије порука: поруке које се односе на податке о сателитима, поруке које садрже корекције утицаја јоносфере и остале. Детаљна структура порука дате је у [88]. Корекције утицаја јоносфере израчунавају се интерполацијом мерења са земаљских станица које су географски распоређене по Европи и има их 39. Грешка услед утицаја јоносфере је после корекције обично смањена на око 0.5 m, у односу на стандардних 2-5 m у случају GPS SPS. Номинална тачност EGNOS OS је 3 m у хоризонталној равни и 4 m у вертикално (95% интервал поверења), а тачност добијена у пракси је најчешће боља од ових вредности јер EGNOS уклања већину систематских грешака, односно грешака услед одступања параметара. Најчешћи узроци смањења тачности система су:

- Кашњење у пријему корекција јер пријем целе поруке може да траје до пет минута,
- Проблеми при простирању радио сигнала – слабљење, блокирање, простирање по више путања, интерференција, нагли поремећаји у јоносфери (сцинтилације) који су карактеристични за неке географске ширине, а могу бити узроковани и Сунчевом активношћу.

2.7. GNSS - тренутно стање

Може се рећи да је ово деценија највећих промене и напретка у сфери сателитског позиционирања, како због огромне примене локализације, тако и због побољшања тачности, доступности и расположивости сателитског позиционирања. Модерни GNSS пријемници користе сигнал више GNSS констелација (енгл. *multi-constellation*). Први

овакви пријемници постали су широко доступни 2010/2011. године, али само као пријемници GPS, ГЛОНАСС и SBAS сигнала (WAAS, EGNOS).

Почетком децембра 2012. године, почело је емитовање сигнала са Galileo IOV (енгл. - *In-orbit validation*). Крајем децембра 2012. године, објављен је Beidou ICD [51], што је омогућило декодовање порука и рачунање ефемерида. Прво праћење Galileo сигнала са 4 сателита и прво успешно позиционирање је пријављено 4. децембра 2012. године, а прво позиционирање помоћу Beidou система у јануару 2013. године.

Galileo констелација 2016. године садржи 12 оперативних сателита. Ово омогућава видљивост од 2 до 6 сателита током дана на подручју Србије. Још увек нису широко доступни пријемници у виду јединственог комерцијалног модула који декодују поруке свих четири постојећих GNSS, али су доступни модули који обрађују до 3 различита сигнала. Почетак рада првих Galileo сервиса планиран је за октобар 2016. године [89]. Очекују се унапређења континуитета и расположивости сигнала.

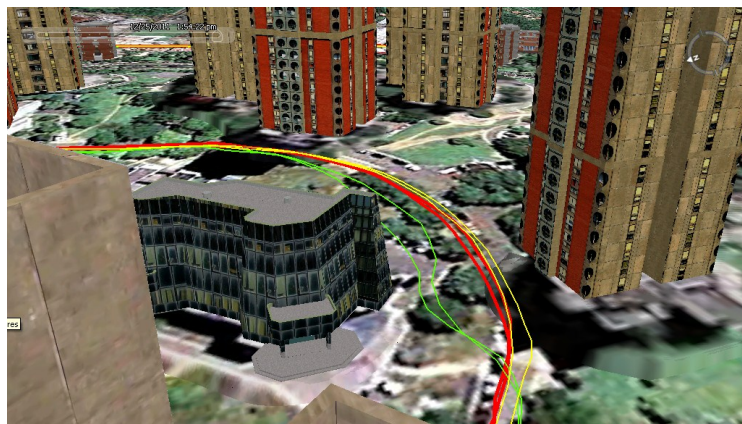
Уз раст броја видљивих сателита, појачан сигнал на предаји, побољшања модулација и великог напретка у развоју пријемника, такође се развијају и нове технике елиминације грешке. Методе релативног позиционирања односно диференцирање опсервација са два пријемника су знатно унапређене и учињене доступним. За висок ниво перформанси развијене су нове методе за елиминацију корелисаних грешака између фиксираног пријемника, на познатој координати, и покретног чије се координате одређују. Данас се таквом методом, употребом техника на бази мерења фазе носиоца, постиже сантиметарска тачност уз знатно нижу цену пријемника. За успешно позиционирање на овај начин потребан је поуздан пренос корекционих информација између пријемника. Првобитно су за то претежно коришћени UHF/VHF радио линкови, а данас је практичнија употреба мобилних пакетских сервиса, интернет комуникационих протокола и нарочито за то развијеног протокола апликационог слоја NTRIP (*Network Transport of RTCM via Internet Protocol*, [90]). Овај приступ неће бити разматран у контексту овог рада.

Предности пријемника више GNSS сигнала на истој фреквенцији илустроване су кроз следећа два примера добијена мерењем у оквиру овде датог истраживања. Забележени су резултати мерења два пријемника од истог произвођача, од којих је један подешен да прима само GPS сигнале, а други и GPS и ГЛОНАСС сигнале. Оба пријемника су повезана разделником сигнала на заједничку антену. Први пример на слици 2.14-а показује како у условима густе шуме и брдовитог терена, GPS позиција у

једном тренутку одступа од номиналне трајекторије возила преко 30 метара. Пријемник који је користио обе констелације је имао знатно бољи пријем сателитског сигнала, односно бољу видљивост сателита. Излаз тог пријемника није направио значајан отклон позиције од праве путање возила. У другом примеру на слици 2.14-б, дат је типичан „урбани кањон“ у коме високе зграде ограничавају видљивост сателита. Ово су илустративни примери мерења али су обзиром на сложеност процеса могући и супротни случајеви. Детаљнија анализа дате је у [75], поглавље 3.8 стр. 87.



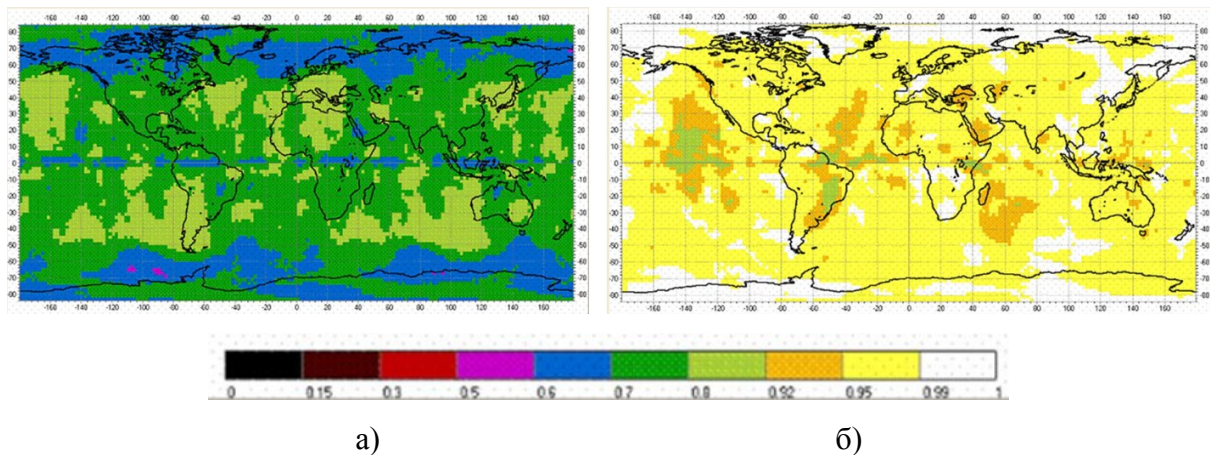
а)



б)

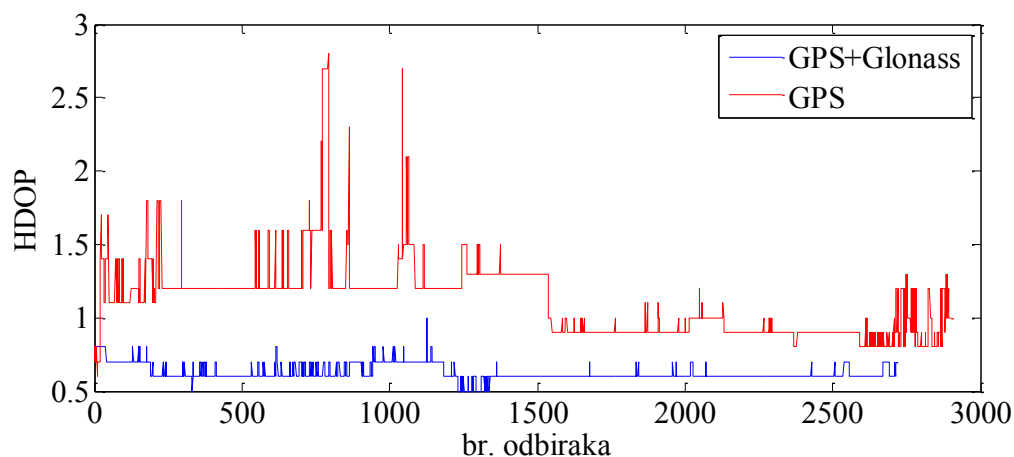
Слика 2.13 Поређење тачности GPS и GPS/ ГЛОНАСС пријемника а) шума б) урбана средина (жуто- GPS, зелено – ГЛОНАСС, црвено – GPS/ ГЛОНАСС)

Коришћењем више констелација, статистички посматрано, DOP се побољшава, тако да је вероватноћа GDOP испод 5 у урбаним условима преко 90% , као на сл. 2.15, [91].

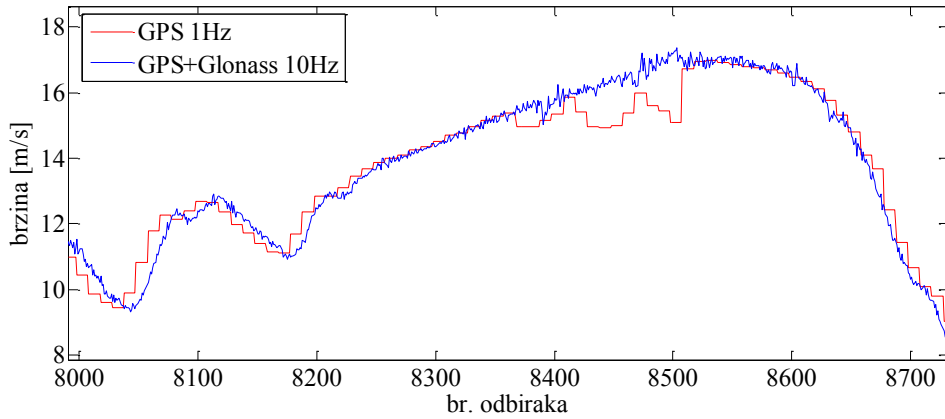


Слика 2.14 Вероватноћа да је $GDOP < 5$ у урбаним условима при елевацији сателита изнад 25 степени а) само GPS и б) GPS/ГЛОНАСС сигнал [91]

Под истим условим, упоређен је HDOP добијен пријемником GPS и GPS/ГЛОНАСС сигнала и резултати су дати на слици 2.16. Може се уочити да је вредност HDOP у оба случаја врло ниска, али да GPS/ГЛОНАСС пријемник има доста стабилнији геометријски распоред сателита. Ово је нарочито важно код спрезања GNSS са другим изворима информација где је од велике важности процена коваријансе GNSS мерења и њена стабилна вредност. У наредном мерењу, изведеном под истим условима, упоређен је резултат при мерењу брзине, приказан на слици 2.17. Мерење брзине GPS/ГЛОНАСС пријемником имало је много стабилнији ниво грешке. Истовремено је илустрована предност чешћег добијања навигационог решења. Мерење брзине учестаношћу од десет пута у секунди природно има бољу гранулацију. Ова глатка крива пружа и могућност додатног филтрирања шума и више опција за спрезање са другим изворима информација.

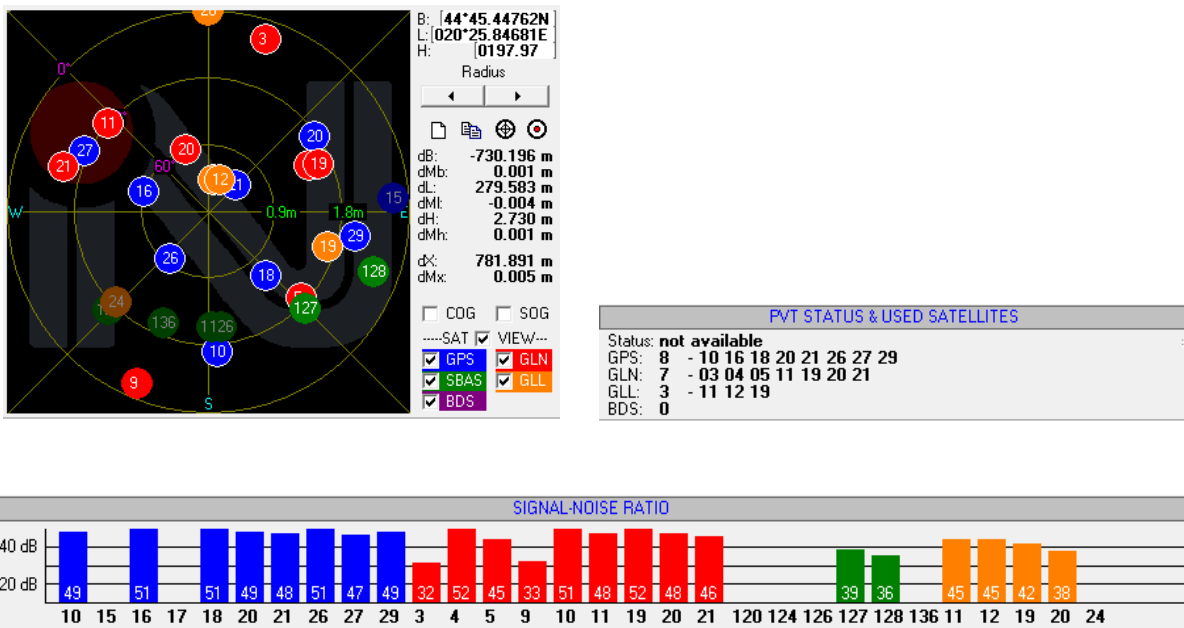


Слика 2.15 HDOP – поређење GPS и GPS/ГЛОНАСС пријемника - пример

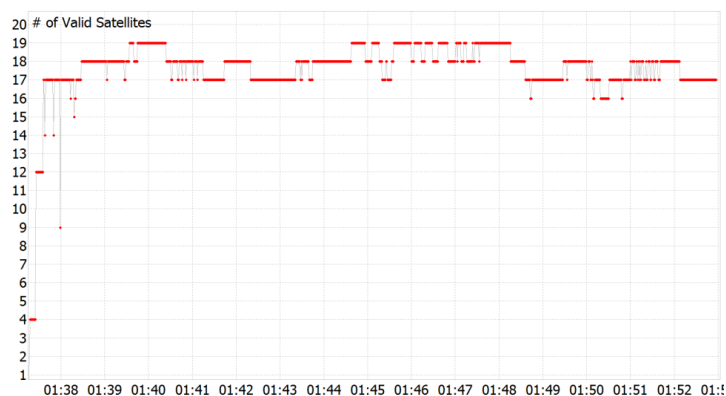


Слика 2.16 Предности пријемника више сигнала – пример мерења брзине

Слика 2.17 је пример мерења видљивости сателита и односа снаге сигнал-шум измерен комерцијалним GPS/ГЛОНАСС/Galileo пријемником Navis NV08C-CSM v4.1[73] и антеном Tallysman Wireless TW2710. Укупно је расположиво 23 сателита, од чега сигнал са 18 сателита учествује у навигационом решењу. Елевациона маска пријемника је подешена на 5 степени. Измерен је HDOP око 0.6, што је очекивано за овај број сателита и овакав геометријски распоред. Коришћени су програм Storegis v8.2.37 [92] и RTKLib v2.4.2 [93]. На слици 2.19 се може уочити и мала варијација броја видљивих сателита у урбаној средини.



Слика 2.17 Видљивост GNSS сателита – пример мерења



Слика 2.18 Видљивост сателита–Београд, 28/1/2016.

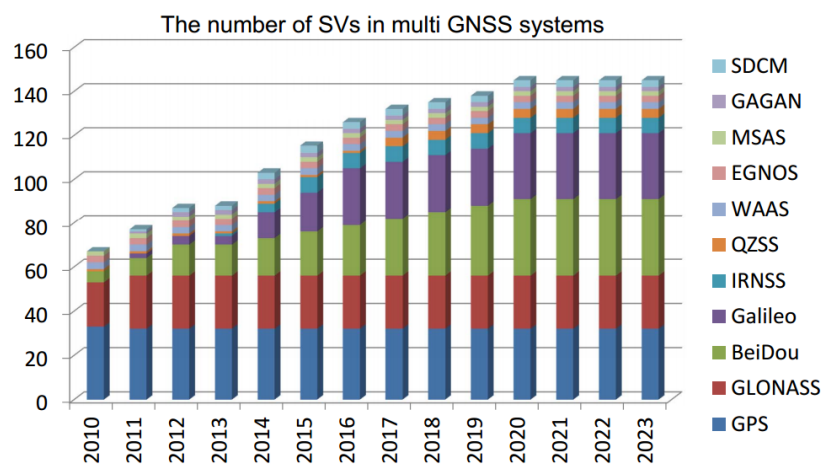
Коментар

За примену у реконструкцију судара, обзиром на стање технике, треба посматрати пријемнике који користе најмање GPS и ГЛОНАСС сигнал, и који најмање 10 пута у секунди рачунају навигационо решење. Модерни комерцијални пријемници имају између 32 и 88 канала. Ипак, да би се правилно поставио концепт рада, потребно је направити кратак преглед трендова у области GNSS, узимајући у обзир сврху пријемника – компонента система за анализа и реконструкција судара возила. Овде неће бити разматрани пријемници засновани на софтверски дефинисаном радију (енгл. *Software Defined Radio*, SDR) јер према аутору познатим информацијама, већина доступних решења су део академских истраживања и углавном немају задовољавајуће перформансе за комерцијалну употребу. Такође, SDR GNSS ретко нуде пријем Galileo или Beidou сигнала. Комерцијални SDR GNSS су праћени великим трошковима лиценцирања и намењени су масовној производњи. Због тога углавном нису широко доступне информације о њима. Фокус овог рада је зато на комерцијалним и широко доступним пријемницима који су погодни за развој нових уређаја.

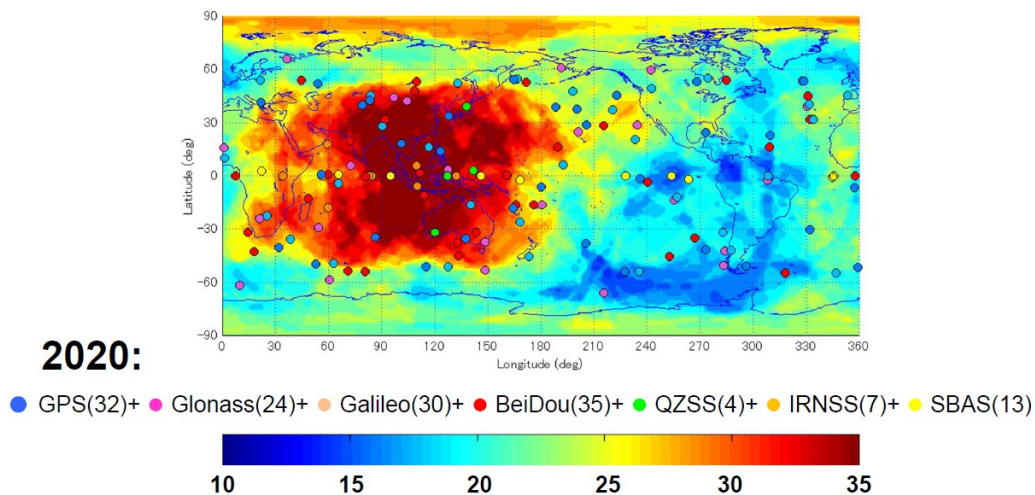
Може се очекивати да тема овог рада буде актуелна у наредном блиском периоду и зато је корисно размотрити **вероватне правце развоја GNSS пријемника до 2020. године**. ГЛОНАСС који мултиплексира више радио канала на 1602 MHz и Beidou који ради на 1561 MHz, су до сада најчешће реализовани као додатак на интегрисано кола основног GPS пријемника, некад само у РФ делу, а често и као одвојен дигитални демодулатор. То значи да је благо увећана осетљивост на сметње или ометање због ширине радио канала на пријему од 50 MHz, али и да је повећана укупна потрошња модула. Посебна врста су пријемници који користе кратке исечке GNSS сигнала за

грубо одређивање позиције, а алманах преносе другим видом комуникације. Чест назив је “*snapshot GNSS*” [94]. Активни режим рада ових пријемника је свега 2-20 ms, чиме драстично смањују потрошњу, али и квалитет навигационог решења. Овде се не разматрају због недовољне тачности.

У случају GPS-а, модернизација обухвата и три нова сигнала за цивилне намене: L2C који ће омогућити корекције јоносфере заједно са старим L1 C/A сигналом, затим L5 сигнал на новом носиоцу на 1176.45 MHz намењен авијацији и L1C који треба да побољша интероперабилност са другим GNSS [95]. После 2020. године, очекује се да ће бити у употреби ГЛОНАСС L1OC сигнал, CDMA односно кодни мултиплекс на GPS/Galileo фреквенцији, а Beidou ће бити глобално доступан са потпуно оперативним B3 сигналом на 1575 MHz. Дакле, у том тренутку, очекује се да ће постојати четири констелације са глобалном покривеношћу сигналом у истом радио опсегу, са укупно више од 100 оперативних сателита (слика 2.19). При доброј видљивости неба, GNSS пријемници ће истовремено примати сигнал са више од 30, а повремено и 40 сателита. Очекивано је да подручје јужне Азије има највећи број доступних сателита (слика 2.20). Очекује се да када сви сателити буду у орбити [96] порасте интерференција, односно ниво шума за око 5 dB. Ипак ово ће више имати ефекта на пријемнике веће тачности и нижег фактора шума него на пријемнике који су у масовној употреби. Зато се могу посматрати само повољни ефекти оваквог развоја GNSS.



Слика 2.19 Укупан број расположивих глобалних и регионалних навигационих сателита (стварно стање и предикција [97])



Слика 2.20 Очекивана видљивост GNSS 2020. године (95% расположивост, урбана средина, елевација изнад 30 степени) [97]

Као последица, поред очекиване боље покривености сигналом градских језгара, тзв. урбаних кањона, стећи ће се услови за поједностављење архитектуре пријемника. Постојаће један заједнички РФ блок, односно аналогна линија за пријем, филтрирање и обраду сигнала, и један демодулатор односно дигитални део за обраду сигнала укључујући филтрирање. Очекује се да ће ово, поред даљег напретка интегрисаних кола, значајно смањити потрошњу пријемника. Тешко је предвидети главни правац развоја – да ли ће се смањивати цена и потрошња модула, или ће превладати потреба да се omasови употреба двофреквентних пријемника укључујући сигнале у доњем L-опсеги. Могуће је да ће комерцијални пријемници ићи најдаље до коришћења L5/E5 сигнала, али да ће бити пројектовани тако да уједно могу да се користе и за професионалне пријемнике, или тако да омогуће пријем L2C сигнала, који се очекује да ће бити доступан пре него GPS-L5. С друге стране, интерни генератори кода ће морати да буду флексибилнији како би омогућили пријем свих кодних секвенци. Правци развоја GNSS пријемника великим делом зависе од масовног тржишта, на коме већина корисника, због филтрирања навигационог решења на излазу и примене *multi-frequency* алгоритама има привидно бољу тачност позиције него што она заправо јесте. Ово делимично објашњава зашто још није почела масовна примена двофреквентних пријемника. Развој возила без возача може убрзати овај процес, али у оквиру ове тезе биће углавном разматрани једнофреквентни пријемници, како би се задржала основна идеја – могућност масовне примене резултата у најближој будућности. Ипак, при практичној реализацији, треба омогућити да GNSS решење буде модуларно и лако за

унапређивање. Предстојећом модернизацијом GNSS и повећањем броја цивилних радио канала, вероватно ће постати приступачнији и такви GNSS пријемници и системи засновани на мерењима фазе и мрежним корекцијама. Тада се може очекивати да постане приступачније позиционирање са тачношћу од неколико дециметара.

Преглед спектралних карактеристика постојећих и планираних глобалних и регионалних сателитских система се може наћи у [80].

3. Избор естиматора стања

Естимација је процес процене вредности величине од интереса на основу доступних мерења, која су углавном посредна, делимично тачна и/или непоуздана. То је статистичка техника која комбинује знање о статистичкој природи грешака система са знањем динамике система који је представљен моделом у простору стања. Избор естиматора је важан за како за налажење GNSS решења, тако и за алгоритам интеграције инерцијалног и GNSS система. Ако би мерења псеудорастојања GNSS-ом била апсолутно тачна, онда би на основу четири видљива сателита и четири мерења одредили положај пријемника са апсолутном тачношћу. Даља мерења не би уопште кориговала податке, већ само потврдила њихову тачност. Ово у пракси никада није случај. Ако је број мерења једнак броју непознатих стања онда је решење, ако постоји, јединствено и нема простора за оптимизацију. Ако постоје редундантна мерења, онда се естиматор може оптимизовати према задатом критеријуму и тада се назива оптималним. Предност оптималних естиматора је што најбоље искориштавају податке, а недостаци су осетљивост на грешке модела система и сложенији рачун.

Напознато **стање система** се процењује на основу познавања динамичког модела система и модела шума система. Диференцијална једначина првог реда којом се описује континуалан систем може се написати као:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gw(t), \quad (3.1)$$

где су

F – матрица динамике система - то је матрица коефицијената који могу бити функција времена, али не могу зависити од x ,

G – матрица шума система, која описује како се шум система разликује од адитивног белог Гаусовог шума (АБГШ) и такође може зависити од времена,

$w(t)$ – процесни шум система у тренутку t , спектралне густине $Q(t)$.

За естимацију односно процену непознатих параметара - ако је реч о непроменљивим, или стања система - ако су временски променљиве величине, потребно је утврдити функционални однос између непознатих величина и мерења. Ова релација је модел мерења. **Модел мерења** се може записати као:

$$z(t) = H(t)x(t) + v(t), \quad (3.2)$$

где су

$z(t)$ – мерење у тренутку t ,

$H(t)$ – матрица мерења или геометријска матрица у тренутку t која садржи однос мерења према вектору стања $x(t)$,

$v(t)$ – шум мерења у тренутку t , спектралне густине $R(t)$.

Динамика естиматора стања треба да буде знатно бржа од динамике система, како би естимиране вредности довољно брзо пратиле промене правих вредности променљивих стања. Међутим, бржом динамиком естиматора расте и утицај мерног шума на квалитет естимација. Зато се естиматор тако пројектује да погодним одабиром полова направи компромис између брзине одзива естиматора и утицаја мерног шума.

Биће укратко приказана два естиматора која су спомињана у контексту добијања навигационог решења GNSS – метода најмањих квадрата, као естиматор који користи само мерења за тражење најпогодније естимација и Калманов филтар који додатно користи и модел процеса односно динамике система.

3.1. Метода најмањих квадрата (LMS)

Метода најмањих квадрата, најмање средњеквадратно одступање или *Least Mean Square* (LMS) је и данас најчешћа врста естиматора у геодетским применама. Творац методе је Фридрих Гаус са 17 година. **Естимација вектора стања је код ове методе заснована искључиво на мерењима.**

У дискретном облику модел мерења у односу на вектор стања \mathbf{x}_k (димензије $n \times 1$), за вектор мерења \mathbf{z}_k (димензије $m \times 1$) се обично приказује у форми

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3.3)$$

где је \mathbf{H}_k матрица мерења, димензије $(m \times n)$, а \mathbf{v}_k секвенца шума са познатом матрицом коваријансе $\mathbf{R}_k = E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T]$.

Приступ предвиђа да се нађе таква естимација вектора стања $\hat{\mathbf{x}}_k$ (знак (^) означава да је реч о процењеној величини.), којом се добија најмања сума квадрата разлике $(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k)$, односно тзв. резидуала. Зато се дефинише функција цене:

$$J_k = (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k)^T \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k), \quad (3.4)$$

и тражи се њен минимум по вектору стања:

$$\frac{dJ_k}{d\hat{\mathbf{x}}_k} = -2\mathbf{H}_k^T \cdot \mathbf{z}_k + 2\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k = 0. \quad (3.5)$$

Резултат је:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \cdot \mathbf{z}_k. \quad (3.6)$$

Ова једначина је решење методе најмањих квадрата. Њена матрица коваријанси грешке је [45]:

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \cdot \mathbf{C}_z \cdot \mathbf{H} (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k)^{-1}, \quad (3.7)$$

при чему је \mathbf{C}_z матрица коваријанси мерења.

Ако се посматра идеалан случај, у коме су грешке мерења независне, са нултом средњом вредношћу и једнаким варијансама σ^2 , матрица \mathbf{C}_z постаје дијагонална матрица са истим вредностима дуж дијагонале (тј. σ^2) и матрица коваријанси грешке решења постаје:

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k)^{-1} \sigma^2. \quad (3.8)$$

Ако се приликом естимације узме у обзир да нису сва мерења подједнаке тачности, тада естиматор може да се модификује матрицом тежинских фактора \mathbf{W} , тако да се постави нова функција цене:

$$J_k = (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k)^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k). \quad (3.9)$$

Оваква естимација користи метод најмањих квадрата са тежинским факторима - *Weighted Least Square* (WLS).

Истим решавањем минимизације функције цене, тражењем нуле првог извода, добија се естимација вектора стања:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{W} \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{W} \cdot \mathbf{z}_k, \quad (3.10)$$

а матрица коваријанси грешке решења WLS је:

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{W} \mathbf{H}_k)^{-1} \mathbf{H}_k^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{C}_z \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{H} (\mathbf{H}_k^T \mathbf{W} \mathbf{H}_k)^{-1}. \quad (3.11)$$

Матрица тежинских фактора може да се постави као инверзна матрици коваријанси мерења, тако што се у матрици мерења тачнија мерења поставе са већим тежинским факторима, а непозданија односно шумнија, мањим тежинским факторима. У том случају важи много краћи запис матрице коваријанси грешке решења:

$$\mathbf{C}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{W} \mathbf{H}_k)^{-1} = (\mathbf{H}_k^T \mathbf{C}_z^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}. \quad (3.12)$$

3.2. Калманов филтар (КФ)

Калманов филтар је рекурзивни стохастички естиматор. То је специјални случај Бајесовог естиматора. Калманов филтар је оптимални естиматор који подразумева Гаусовски линеарни систем, односно почетно стање има Гаусову расподелу, динамика је линеарна функција стања и контролних сигнала уз додат шум, мерења су линеарна функција стања уз додат шум. Калманов филтар користи и мерења и модел динамике система и најчешће је коришћен естиматор у навигацији. Термин „филтар“ се користи јер процес одређивања најбоље естимације из шумнијих података уједно филтрира шум.

Модел мерења је идентичан као код LMS:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (3.13)$$

уз разлику да је \mathbf{v}_k секвенца белог шума са нултом средњом вредношћу.

Модел динамике система или модел процес се може написати у дискретном облику у простору стања као [98]:

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad (3.14)$$

где \mathbf{x}_k означава вектор стања система димензије ($n \times 1$) у дискретном тренутку времена t_k , Φ_{k-1} је матрица прелаза (понекад се означава и са $\Phi_{k,k-1}$ како би се нагласило да је то прелаз из тренутка t_{k-1} у t_k , односно из “k-1” дискретног одбирка у “k”-ти одбирка), димензије ($n \times n$), \mathbf{w}_{k-1} је секвенца белог шума са нултом средњом вредношћу и познатом матрицом коваријансе $\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T]$. Ова једначина је линеарна стохастичка диференцијална једначина дискретног линеарног модела. Секвенце белог шума \mathbf{v}_k и \mathbf{w}_k су међусобно некорелисане $E[\mathbf{w}_k \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{0}$.

Матрица прелаза Φ се за стационарни систем, који је приближно временски инваријантан током интервала одабирања $\Delta t = t_{k-1} - t_k$, може написати као:

$$\Phi = e^{F \cdot \Delta t}, \quad (3.15)$$

где је F матрица динамике система.

Претпостављајући да је промена стања система између два тренутка одабирања приближно константа, матрица прелаза се даље може развити у Тејлоров ред, и уз занемаривање виших чланова реда постаје:

$$\Phi \approx \mathbf{I} + F \cdot \Delta t + \frac{F^2 \cdot (\Delta t)^2}{2}, \quad (3.16)$$

где је I јединична матрица. Ова тврдња није потпуно тачна, али ако је учестаност одабирања довољно велика, грешка се може занемарити. Такође, врло често се матрица прелаза даље апроксимира само на први члан реда ($\Phi \approx I + F \cdot \Delta t$).

Пошто је Калманов филтар двокорачни рекурзивни естиматор, уводи се следеће означавање: знакови (-) и (+) означавају тренутке непосредно пре и после одабирања односно новог дискретног мерења. Естимације у тренуцима пре односно после мерења називају се још и априорна и апостериорна естимација. Знак (\sim) означава разлику између тачне и процењене вредности.

У првом кораку овог рекурзивног алгоритма, врши се предикција (или екстраполација) на основу једначине стања односно модела система:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1}, \quad (3.18)$$

где су: $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ стање процењено после дискретног мерења \mathbf{z}_{k-1} , и \mathbf{P}_{k-1}^+ - коваријанса грешке процене после дискретног мерења \mathbf{z}_{k-1} . Димензије матрице \mathbf{P} су $(n \times n)$.

Други корак је корекција стања и корекција коваријансе грешке на основу нових мерења. Корекција вектора стања врши се коришћењем израза:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-], \quad (3.19)$$

где су: \mathbf{z}_k - вектор мерења у тренутку t_k , \mathbf{H}_k - матрица мерења, \mathbf{K}_k - матрица Калмановог појачања, димензије $(n \times m)$, која се формира помоћу израза:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}, \quad (3.20)$$

где је \mathbf{R}_k - матрица коваријанси шума мерења, димензије $(m \times m)$.

Израз $\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-$ представља иновацију или резидуал мерења и обично се означава као:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_k^-. \quad (3.21)$$

Резидуал мерења или иновација је индикација количине информација које је у систем унело ново мерење. Матрица Калмановог појачање је заправо матрица тежинских фактора која указује колико ће нова информација из иновације утицати на естимацију стања система. Практично, матрица појачања показује однос тј. тежински

фактор с којим се примењује нова информација добијена из мерења у односу на урађену предикцију стања.

Израз $\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k$ је иновација или резидуал коваријансе и обично се означава као:

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k. \quad (3.22)$$

Корекција коваријансе грешке процене врши се помоћу израза:

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-. \quad (3.23)$$

Матрица \mathbf{Q}_k , димензије $(n \times n)$, је матрица коваријанси шума система и она представља непоузданост модела процеса. Из израза се види да ова матрица директно утиче на квалитет процене Калмановог филтра за време фазе предикције. Матрица \mathbf{Q}_k одређује степен неизвесности после сваке предикције. Уколико је вредност елемената матрица \mathbf{Q}_k велика, процена стања ће имати шумнију природу, а мала вредност матрице \mathbf{Q}_k доводи до „глаткије“ процене, али ће зато бити веће одступање од тачне вредности. Може се закључити да је матрица \mathbf{Q}_k критична за постизање добре процене стања. Матрица коваријанси шума система \mathbf{Q}_k се може добити из матрице континуалне спектралне густине \mathbf{Q} коришћењем израза:

$$\mathbf{Q}_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi_{k+1,\tau} \mathbf{G}(\tau) \mathbf{Q}(\tau) \mathbf{G}^T(\tau) \Phi_{k+1,\tau}^T d\tau. \quad (3.24)$$

Како је за практичну примену у дигиталним рачунарима погоднија дискретна форма једначине, израз се може апроксимирати као [98]:

$$\mathbf{Q}_k \approx [\Phi_{k+1,\tau} \mathbf{G}(t_k) \mathbf{Q}(t_k) \mathbf{G}^T(t_k) \Phi_{k+1,\tau}^T + \mathbf{G}(t_k) \mathbf{Q}(t_k) \mathbf{G}^T(t_k)] \frac{\Delta t}{2}, \quad (3.25)$$

односно даљим упрошћавањем, \mathbf{Q}_k се формира на сваком кораку израчунавања коришћењем израза:

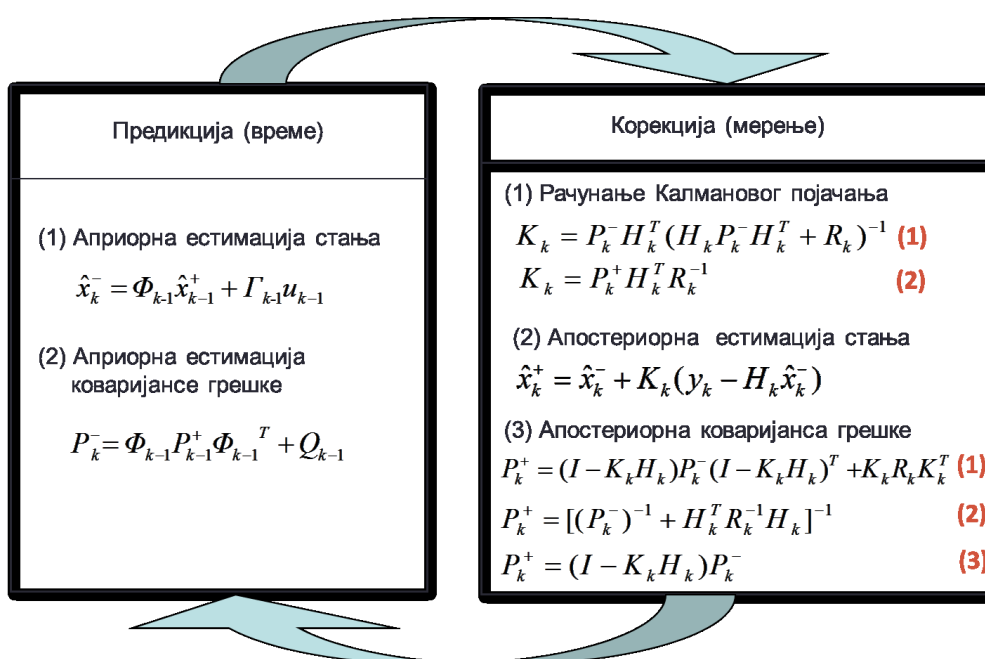
$$\mathbf{Q}_k = \Phi_k \mathbf{G} \mathbf{Q} \mathbf{G}^T \Phi_k^T \cdot \Delta t, \quad (3.26)$$

где се \mathbf{Q} формира од спектралних густина снаге шума система.

Матрица \mathbf{R}_k , димензије $(m \times m)$, је матрица коваријанси шума мерења. Ако шум мерења није тачно моделован, појављују се немоделоване грешке или шум који по

природи није АБГШ. Вредности матрице \mathbf{R}_k , односно ваљаност постављеног модела шума мерења, значајно утиче на квалитет процене.

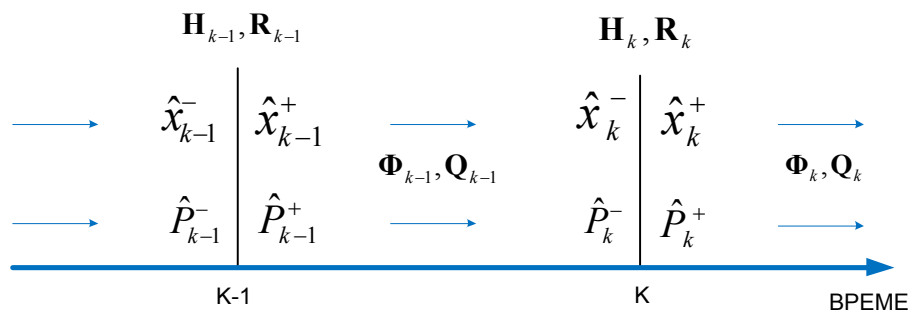
На дијаграму тока рада дискретног Калмановог филтра [99] (слика 3.1) наведени су различити записи за рачунање Калмановог појачања и измену коваријансе грешке естимације стања система. Ови записи су математички еквивалентни, али имају различиту нумеричку стабилност и примењују се према потреби. Постоје и изведени облици КФ – секвенцијални КФ, информациони филтар, коренски КФ, устаљени КФ, алфа-бета филтар, алфа-бета-сигма филтар итд. који су сви математички еквивалентни, а другачији запис је ради боље нумеричке стабилности или једноставнијег извођења.



Слика 3.1 Дијаграм тока дискретног Калмановог филтра

Временски дијаграм који описује пропагацију различитих величина у рекурзивном поступку Калмановог филтра је на слици 3.2. Илустрација циклуса Калмановог филтра приказује два тренутка одабирања, односно мерења, t_{k-1} и t_k односно одбирке $k-1$ и k . Ради једноставности може се претпоставити да је позната претходна процена вредности стања $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ и коваријанса грешке процене \mathbf{P}_{k-1}^+ , добијени непосредно после мерења у тренутку t_{k-1} . Непосредно пре мерења у тренутку t_k , процењује се стање $\hat{\mathbf{x}}_k^-$. Ова процена је резултат корака предикције и добија се из $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+$ помоћу матрице прелаза Φ_{k-1} . Нова коваријанса грешке процене \mathbf{P}_k^- , непосредно пре новог мерења у тренутку

t_k , добија се на основу \mathbf{P}_{k-1}^+ . Матрица Калмановог појачања се добија на основу коваријансе грешке процене \mathbf{P}_k^- , матрице мерења \mathbf{H}_k и матрице шума мерења \mathbf{R}_k . Ово ново израчунато Калманово појачање за тренутак t_k затим учествује у формирању нове процене вредност стања $\hat{\mathbf{x}}_k^+$. Непосредно после новог мерења рачуна се и нова коваријанса грешке процене \mathbf{P}_k^+ . Она садржи информацију о поузданости процене из текуће итерације, и на основу ње се ради предикција коваријансе грешке процене \mathbf{P}_{k+1}^- за следећи тренутак одабирања. Ова коваријанса грешке процене \mathbf{P}_k^+ даље утиче на вредност Калмановог појачања \mathbf{K}_{k+1} за тренутак t_{k+1} . Калманов филтар је оптимални естиматор према критеријуму минималне коваријансе грешке процене, тако да ће новоформирана вредност \mathbf{K}_{k+1} бити израчуната тако да минимизује коваријансу грешке процене за дати тренутак.



Слика 3.2 Временски дијаграм измена величина Калмановог филтра

3.2.1. Неке особине Калмановог филтра

Матрице $\mathbf{P}_k^-, \mathbf{P}_k^+, \mathbf{K}_k$ за било који тренутак времена t_k не зависе од мерења већ само од параметара система. То значи да се могу унапред израчунати и искористити ако се параметри система не мењају, тако да се у реалном времену рачунају само ове априорне и апостериорне естимације стања [99]. Мера тачности рада система се огледа у \mathbf{P} матрици, тако да се својства могу унапред проценити. Такође, ако су резултати мерења поузданији у односу на модел процеса, односно мањи је шум мерења \mathbf{R}_k , систем даје предност утицају резидуала или иновације него предикцији. У супротном,

ако је модел процеса поузданији него мерења, онда је вредност матрице коваријанси \mathbf{P}_k мања и предикција ће имати већу тежину у наредној процени стања него иновација.

Једначине Калмановог филтра су погодне за имплементацију и систем се прилагођава са сваким новим одбирком. Смањена је употреба инверзије матрица, која у случају великог ранга матрице може бити захтевна са становишта ресурса. У теорији је Калманов филтар увек конвергентан. До дивергенције може доћи услед неодговарајуће имплементације и то углавном због недовољне аритметичке тачности рачунара или недовољне тачности модела система. Нека решења која се тада примењују су: повећање аритметичке тачности односно прецизности бројева, примена посебних врста КФ као што је КФ другог реда, симетрирање матрице \mathbf{P} у сваком кораку ($\mathbf{P} = (\mathbf{P} + \mathbf{P}')/2$), боља иницијализација матрице \mathbf{P} тако да се избегну велике промене вредности, примена филтара са брисањем меморије („цурењем“) или увођење фиктивног процесног шума како би се побољшала робусност на грешке модела [99].

Посебан случај Калмановог филтра је онај у коме је за естимацију стања \mathbf{x}_k на располагању и N мерења након k -тог тренутка. Таква естимација се назива „изглађујућа“ (енгл. „*smoothed*“). Овај тип естиматора је нарочито погодан за проблем реконструкције кретања, јер је систем дозвољава накнадну обраду података.

3.2.2. Линеаризација Калмановог филтра

У многим реалним системима, модел система и модел мерења су доста сложенији и могу се ближе представити нелинеарним моделима. За примену Калмановог филтра у оваквим случајевима, потребно је најпре линеаризовати нелинеарни модел, најчешће развојем у Тејлоров ред. Линеаризација се може вршити око номиналне трајекторије $x^*(t)$ дефинисане у временском домену параметрима вектора стања. Прави вектор стања се тада може приказати као,

$$x(t) = x^*(t) + \delta x(t), \quad (3.27)$$

где је $\delta x(t)$ пертурбација од номиналне трајекторије. После линеаризације предмет естимације постаје и ова непозната пертурбација $\delta x(t)$ која је додатно стање система. Ако је номинална трајекторија $x^*(t)$ унапред позната онда се користи Линеаризовани Калманов филтар, али је ово врло ретко у пракси. У пракси је много чешће да се линеаризација врши око претходне процене стања и онда је реч о проширеном Калмановом филтру (*Extended Kalman Filter* - EKF). У EKF стања су значајно боље

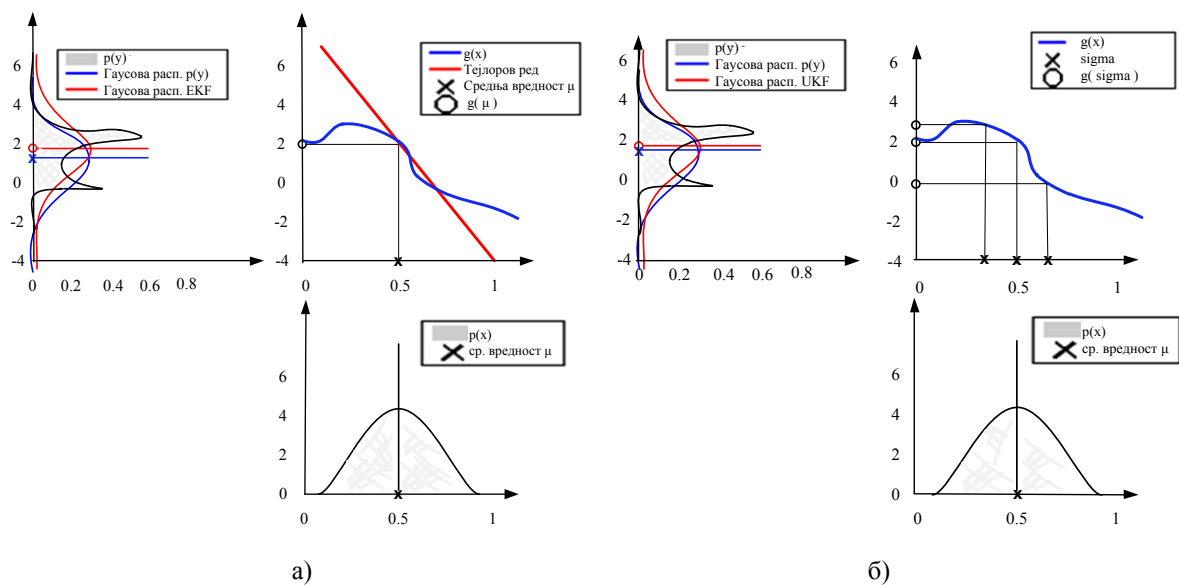
процењене и пертурбација је довољно мала да буде испуњен услов линеарности. ЕКФ обично ради у тзв. затвореној петљи, односно, после сваке нове естимације вектора стања $\delta x(t)$ коригује се номинална трајекторија односно стање. То значи да се сваки пут вектор стања ресетује, тако да није потребан корак предикције вектора стања јер је апостериорна естимација стања после корекције поништена. У кораку предикције, само се врши пропација коваријанси грешке. Корак освежавања вектора стања се може поједностављено приказати као:

$$\delta \hat{x}_{k+1}^+ = \delta \hat{x}_{k+1}^- + \mathbf{K}_{k+1}(\delta z_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \delta \hat{x}_{k+1}^-) = \mathbf{K}_{k+1} \delta z_{k+1}. \quad (3.28)$$

Прорачунавање матрица коваријанси је исто као раније.

Основни недостатак ЕКФ је што такав естиматор уместо приближног решавања нелинеарног система, ради линеаризацију, а затим оптимално решава проблем који је приближан траженом проблему. Ово није увек добро, а нарочито ако је шум јако различит од Гаусовог и ако је систем јако нелинеаран.

У прегледном раду [9] дат је упоредни приказ пет најчешћих естиматора који се користе за навигацију и праћење. За решавање проблема интеграције INS и GNSS, користе се и ЕКФ, UKF (*Unscended KF*), PF (*Particle Filter*, секвенцијални Монте-Карло метод), дати на слици 3.3. Ако систем није јако нелинеаран, ЕКФ ради углавном подједнако добро као и сложенији филтри. Сви изведени облици решавају на различите начине проблем нелинеарности и моделовања шума.

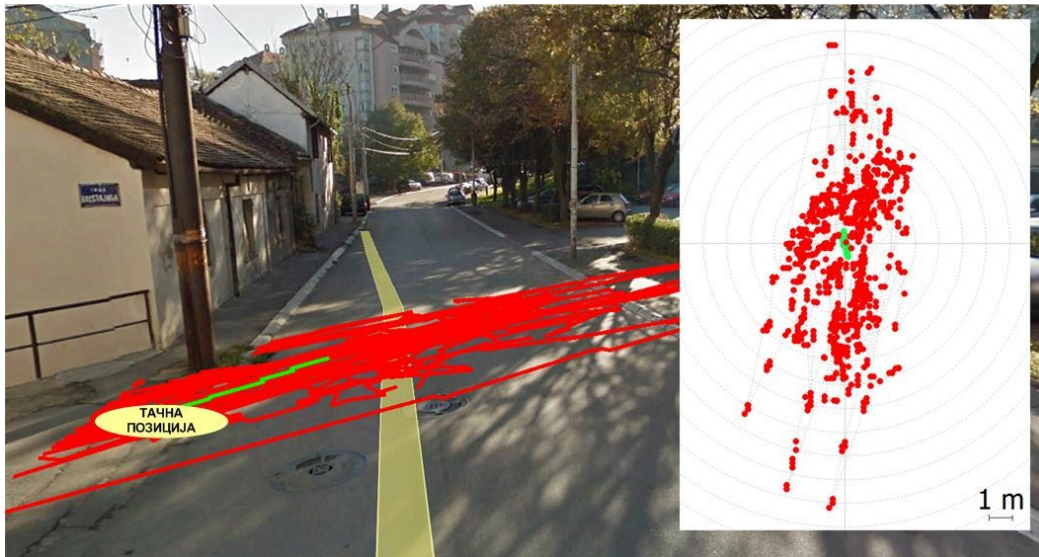


Слика 3.3 Апроксимација Гаусове расподеле а) линеаризацијом око претходне процене - ЕКФ б) апроксимацијом у више тачака – UKF

3.3. Пример утицаја избора естиматора на GNSS навигационо решење

Навигационо решење GNSS пријемника, не зависи само од карактеристика сигнала, већ умногоме и од естиматора који је примењен. Најчешће параметри ове излазне обраде података нису доступни корисницима, али постоје флексибилнији модели пријемника који нуде приступ измереним псеудорастојањима од појединих сателита, нефилтрираним PVT подацима, као и подацима обрађеним тзв. динамичким филтром. Ова обрада је заправо EKF естиматор који комбинује динамику кретања и податке добијене мерењем Доплера са решењем позиције пријемника. Примена оваквих модула је врло пожељна у контексту реконструкције трајекторије судара јер омогућава и додатне накнадне обраде сигнала. Решење које се добија применом EKF је без наглих промена односно номинално процењена трајекторија је “глатка“. Ипак, при примени оваквог излазног филтра треба бити обазрив у погледу поверења у тачност пријемника јер EKF не може потпуно разрешити потенцијалне проблеме GNSS мерења.

На слици 3.4 је карактеристичан пример статичког мерења позиције помоћу GNSS пријемника без естиматора и са употребом EKF. Тест је изведен у оквиру овог истраживања коришћењем два иста модела пријемника NV08C-CSM v4.1[73]. GNSS пријемници се разликују само по подешавањима излазног естиматора и повезани су на заједничку антену NV2410 висококвалитетним РФ разделником. У нормалним условима рада, сателитски пријемник обезбеђује навигационо решење десет пута у секунди. Тест је изведен у урбаним условима, при видљивости 15 до 18 сателита, од којих су 8 до 10 учествовали у формирању навигационог решења, при измереном HDOP од 1.25. Као мера тачности позиције, може се употребити двострука стандардна девијација радијалне грешке - 2D RMS. Ова мера тачности је полупречник круга унутар кога се налази најмање 95% свих измерених вредности позиције. На основу око 3000 мерења, процењена тачност позиције без употребе естиматора је 6.55 m 2D RMS, док је резултат 1.82 m 2D RMS са употребом EKF.

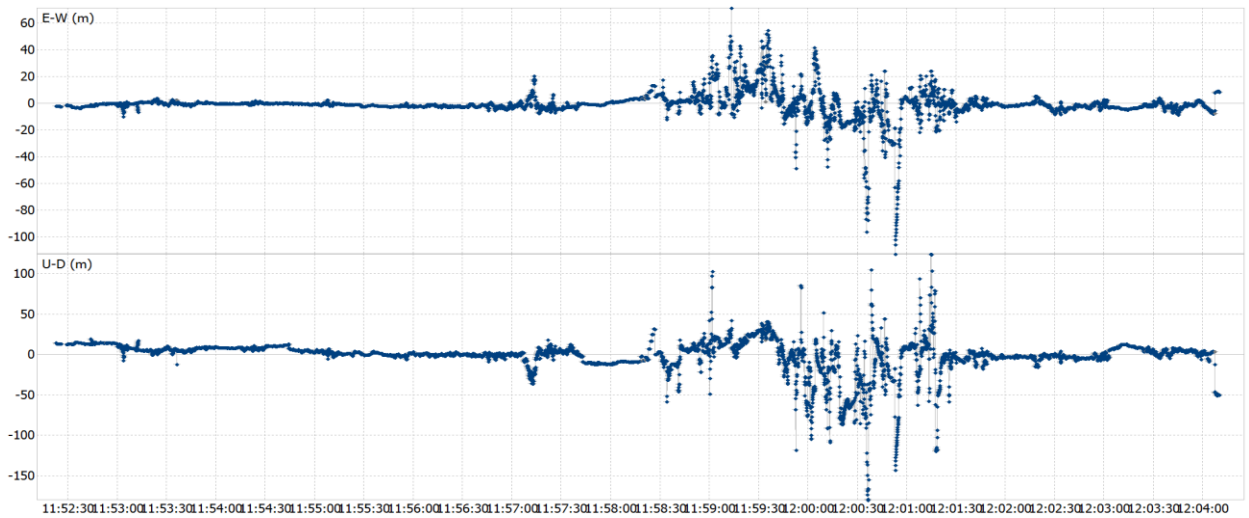


Слика 3.4 Утицај интерног EKF GNSS пријемника на навигационо решење при статичком мерењу – црвено – нефилтриран, зелено – филтриран сигнал

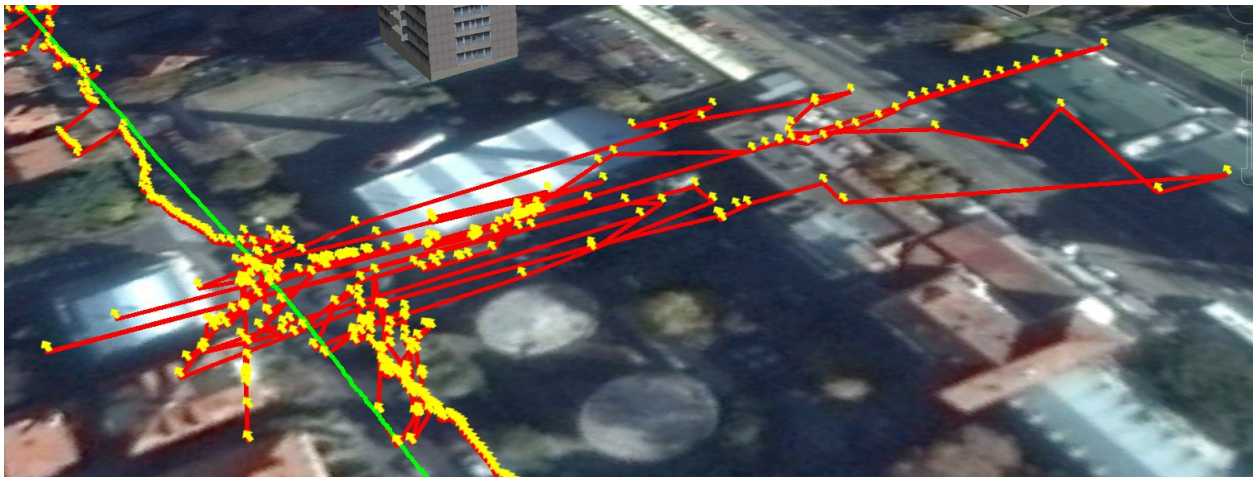
На слици 3.5 су приказани резултати другог теста изведеног у оквиру овог истраживања. Употребљени су исти пријемници као и у претходном тесту, са идентичним подешавањима, али при кретању возила у различитим урбаним условима. Број видљивих сателита је био између 10 и 15, од којих су 7 до 15 учествовали у формирању навигационог решења, при измереном HDOP између 1 и 2. На слици 3.5-а приказана је трајекторија возила. Црвеном бојом означена је трајекторија добијена GNSS пријемником без употребе естиматора, а зеленом бојом – са употребом EKF. Пошто је одступање ове нефилтриране позиције значајно, на слици 3.5-б приказана је разлика ове две трајекторије у хоризонталној равни. Из овог примера се може уочити да грешка позиције GNSS пријемника без EKF може бити и преко 100 m на поједеним деоницама пута у градским условима. На слици 3.5-в приказан је детаљ естимиране путање, заједно са измереним смером кретања односно правцем и смером вектора брзине – означеног жутим стрелицама. Иако се узастопне естимације позиције значајно разликују, информације о брзини одређене на основу Доплеровог помераја се мало мењају, што је и очекивано,. Такође, вектор брзине се претежно поклапа са уздужном осом аутомобила. Управо ово је илустрација да постоји врло богата информација коју естиматор може користити за побољшање тачности позиције.



a)



б)



в)

Слика 3.5 Утицај интерног ЕКФ на навигационо решење GNSS пријемника при динамичком мерењу а) трајекторија- црвено – нефилтриран, зелено – филтриран сигнал б) „грешка“ позиције у односу на номиналну трајекторију в) правац вектора брзине

4. Инерцијална навигација

Навигација, математички гледано, представља естимација позиције и правца кретања платформе на коју су постављени сензори, као и одређивање његовог положаја у односу на окружење. Инерцијална навигација је аутономни вид навигације која израчунава позицију, брзину и углове оријентације у односу на почетну позицију, интеграцијом излаза акцелерометара и жироскопа. Акцелерометри мере линеарно убрзање у односу на инерцијални координатни простор, а брзински жироскопи угловну брзину. Заједно се ова комбинацију троосних сензора зове инерцијална мерна јединица (*Inertial Measurement Unit* - IMU). IMU сама по себи не рачуна навигационо решење, односно позицију, брзину или оријентацију, већ је само сензор чијим се одговарајућим комбиновањем излаза може направити инерцијални навигациони систем (*Inertial Navigation System*, INS). Данас су најчешћи *Strapdown* системи инерцијалне навигације (SDINS), код којих је инерцијална мерна јединица чврсто везана за платформу. Некада су INS претежно били постављени на серво-покретну жиро-стабилисану платформу, односно постојала је механичка стабилизација система. Механичка стабилизација платформе је скупа за одржавање, изузетно високе цене и захтева дугу иницијализацију. Код SDINS, уместо механичке, стабилизација излаза сензора је математичка.

Инерцијални сензори се користе у аутомобилима већ више деценија, као део система за контролу проклизавања, стабилности, активирање ваздушних јастука детекцију превртања и других видова активне и пасивне заштите путника. Технологија израде приступачних и минијатурних акцелерометара развијена је знатно раније од сличних брзинских жироскопа, који су омасовљени пре десетак година. Компанија Systron-Donner је 1990. године започела производњу жироскопа за потребе америчке војске и пројектила *Maverick* [100], да би средином 90-их применила исту технологију у масовној производњи и 1997. уградила у аутомобиле Линколн као тзв. “*yaw-rate*” сензор односно као део контроле стабилности. Док је производња 1990.-их била реда величине десет хиљада сензора годишње, данас се број сензора ниске класе тачности мери милијардама. Највећи подстицај широкој комерцијализацији ове изворно војне технологије управо потиче од аутомобилске индустрије. Слично томе, највећи подстицај минијатуризацији и смањењу потрошње сензора потиче од могућности

примене у мобилним уређајима – смартфонима и таблетима. Употреба инерцијалних навигационих система у аутомобилима је нарочито је у жижи истраживања развоја аутономно вођених аутомобила, мада је интеграција INS/GNSS за потребе побољшања расположивости навигационог решења у аутомобилима у случају губитка GNSS сигнала масовно заступљена у истраживањима од 2000. године – првобитно употребом сензора више, а потом и ниске класе тачности и цене [101].

На интеграцију акцелерометара и брзинских жirosкопа и рачунање навигационог решења, утичу несавршености сензора као и нетачности осталих спољних мерења. Излаз сензора инерцијалне навигације има променљиве грешке и временом „клизи“, а као последица грешка навигационог решења временом расте без ограничења. Распон цена и перформансе инерцијалних мерних јединица је шест до седам редова величине. Најгрубља подела према примени, а сходно томе и цени односно перформансама је на: класа поморских и навигационих IMU, тактичког нивоа, индустријског нивоа и у најнижу класу спадају сензори за аутомобиле и комерцијалну односно потрошачку електронику. Поморска класа IMU обезбеђује тачност навигације реда величине неколико километара у периоду од 24 часа [102], при цени која се мери милионима долара. Мерне јединице које се користе у авионима су навигационог нивоа, и нуде исту тачност позиционог решења али после једног часа. Сензори индустријске, аутомобилске и класе за потрошачку електронику се ретко користе за INS јер при интеграцији ниво грешке брзо постаје доминантан. Ове три класе тачности су заправо технолошки иста врста сензора које се међусобно разликују по поступку фабричке калибрације. Величина данашњих MEMS сензора ниске класе тачности је неколико mm^3 , уз потрошњу која је реда mW . Сензори тактичког нивоа тачности су нешто вечих димензија – неколико cm^3 и потрошњу која је реда величине 1W .

Предмет истраживања је примена IMU ниске класе тачности при реконструкцији трајекторије возила при судару. Како би се на неки начин ограничила грешка навигационог решења система услед грешака сензора, INS се може комбиновати са другим сензорима или системима, као што су GNSS, одометар, магнетометар, ласерски или други оптички системи, давачи угла нагиба, баро-висиномер и сл. Баро-висиномери, односно сензори притиска, се користе за стабилизацију решења у вертикалном каналу навигације, а који је нарочито нестабилан због утицаја гравитација, али такође и због типично веће грешке GNSS-а при мерењу висине у односу на грешку у хоризонталној равни. Модерни барометарски висиномери су

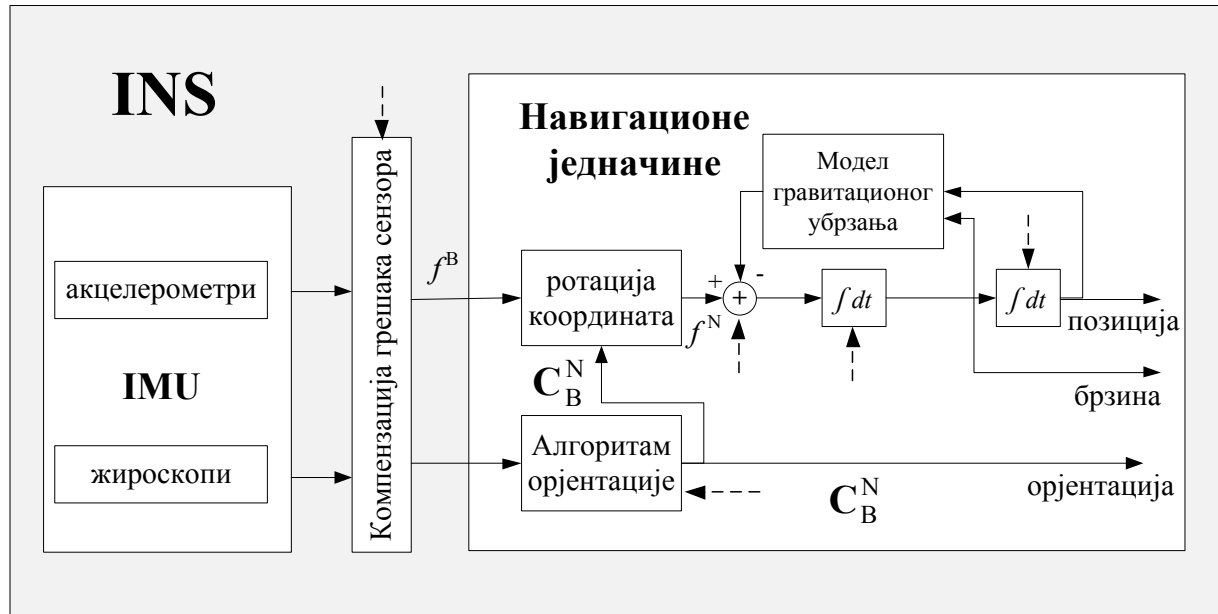
резолюције 15-30 cm [103]. Нарочито је важно комбиновање са температурним сензорима и рачунарским системом који обавља конверзију величина, дигитализацију уколико је потребна и може делом компензовати грешке сензора помоћу модела грешака процењеног у процесу калибрације. Такође, при раду INS користе се алгоритми за детекцију мировања платформе/возила и уопште свака доступна информација која може продужити трајање навигације са циљаном тачношћу.

4.1. Strapdown INS

Strapdown системи инерцијалне навигације користе мерења акцелерометара и жirosкопа који су причвршћени директно за платформу, дакле у координатном систему везаном за тело објекта, да аналитички прорачунају положај платформе у изабраном навигационом координатном систему. SDINS заправо непрестано прорачунава матрицу трансформације између ова два координатана система. Због несавршености сензора неминовно постоји грешка ове матрице трансформације која се нагомилава са временом навигације и зато су SDINS доста непоузданији од инерцијалних система који користе жиро-стабилисану платформу. Ипак, ова технологија данас преовлађује због знатно повољније цене, једноставнијег одржавања, непостојања ограничења по угловном заокрету, знатно мање димензије и потрошња енергије. Такође, SDINS су знатно флексибилнији за унапређења и увођење нових алгоритама за одређивање навигационих параметара јер су промене углавном софтверске.

Концепт SDINS састоји се из скупа једначина којима се од мерења добијених са излаза акцелерометара и брзинских жirosкопа, уз познавање почетне брзине и позиције објекта, прорачунавају позиција, брзина и подаци о углу објекта. SDINS је дакле механизам релативног одређивања навигационог решења. Први корак је интеграција угаоних убрзања и рачунање нове оријентације IMU на основу познате почетне навигационе информације у односу на локални навигациони координатни почетак. Тиме се непрекидно освежава вредност матрице трансформације C_B^N . Затим се користи ова информација за ротацију убрзања у навигациони координатни систем f^N и рачунају се прираштаји брзине и позиције њиховом двоструком интеграцијом. При том се на основу изабраног модела гравитације Земље, издвајају негравитационе компоненте линеарног убрзања објекта и на излазу SDINS се добијају

тродимензионални вектор брзине \mathbf{V} и вектор позиције \mathbf{S} . Концепт *strapdown* система инерцијалне навигације дат је на слици 4.1 [60]. Испрекиданим линијама означена су погодна места за додатне спољне податке или податке добијене калибрацијом система.



Слика 4.1 Принцип рада SDINS

4.1.1. Алгоритам оријентације

Израчунавања потребна за алгоритам оријентације су критична по питању тачности и брзине, нарочито у условима велике динамике објекта. У многим применама динамички опсег угловних скретања може бити и преко 1000 степени у секунди. Ово је нарочито осетљиво питање код испитивања судара возила где је доста тешко одредити горњу границу динамичког опсега. Нарочит проблем су вибрације које се директно преносе на мерења брзинских жirosкопа. Израчунавања су по правилу на максималној фреквенцији, односно фреквенцији одабирања сензора. Код праћења динамике возила уобичајена фреквенцији одабирања сензора ниске класе тачности је у опсегу 100-1000 Hz, а при лабораторијским испитивањима 10-20 kHz, при чему мерење угловних убрзања углавном није у стандардном скупу мерења. Алгоритам оријентације са том фреквенцијом прорачунава нову матрицу трансформација C_B^N и тако одржава познатим однос везаног и изабраног навигационог координатног система. Вектор

специфичне силе у локалном NED координатном систему f^N добија се из измерених убрзања у координатном систему везаном за навигациону платформу односно координатном систему возила. Матрица трансформације између ова два координатна система, DCM или матрица косинуса праваца (енгл. *Direction Cosine Matrix*) се обично означава са C_B^P . Горњи индекс “P” означава да се у општем случају оријентација прорачунске платформе разликује од праве оријентације локалног NED система. Алгоритам оријентације, који је овде предложен, користи кватернионе, како би се избегао познати проблем сингуларитета који се јавља коришћењем Ојлерових углова за формирање DCM. Трансформације углова и правила аритметике кватерниона дата су у Прилогу 2. Примена кватерниона је рачунски ефикаснији начин рада јер конвенционално рачунање матрице косинуса праваца троши знатно више ресурса за захтевану тачност прорачуна. Алгоритам оријентације може се поделити на два корака [104]. У **првом кораку** се израчунава ротација кватерниона услед ротације везаног система према инерцијалном простору, као што је дато у једначини (4.1). Ова једнакост важи само ако је учестаност одабирања односно прорачунавања одабрана тако да се положај навигацијског система не мења у току једног одбирка. Тада је могуће навигацијски координатни систем представити као инерцијални. Q^P је прелиминарни или почетни кватернион, а Q^F је финални или крајњи кватернион. Једначина (4.2) представља ротацију прираштаја $\Delta\lambda$ због ротације везаног система ω_{IB}^B мереног помоћу три брзинска жироскопа (x, y, z) која су причвршћена за осе везаног система односно возило – као што је дато у једначини (4.3):

$$Q_{k+1}^P = Q_k^F \Delta\lambda, \quad (4.1)$$

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_0 + \Delta\lambda_1 i + \Delta\lambda_2 j + \Delta\lambda_3 k, \quad (4.2)$$

$$\omega_{IB}^B = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T. \quad (4.3)$$

Други корак је ротација навигационог координатног система према инерцијалном простору, приказана у (4.4). Тај корак је корекција кватерниона због промене положаја навигацијског координатног система у односу на инерцијални простор [104]. Једначина (4.5) представља прираштаје кватерниона Δm , односно кватернионе малих ротација између навигацијског и инерцијалног система, израчунате из израза за ω_{IE}^N и ω_{EN}^N .

$$Q_{k+1}^F = \Delta m Q_{k+1}^P, \quad (4.4)$$

$$\Delta \mathbf{m} = \Delta m_0 - \Delta m_1 i - \Delta m_2 j - \Delta m_3 k. \quad (4.5)$$

Овај двокорачни поступак је рекурентан, јер крајњи кватернион из једне итерације се користи као почетни кватернион у наредној итерацији. Раздвајањем на кораке, направљена је јасна разлика између трансформације између везаног и инерцијалног система, где може постојати велика угловна неусаглашеност и брза промена у времену, и трансформације између инерцијалног и навигацијског система где је мала динамика. Овим раздвајањем, осим бољег прегледа овог процеса, може се погодније изабрати и начин и учестаност израчунавања сваког од корака сходно потребама система.

За решавање ових једначина и одређивање вредности прираштаја кватерниона, потребно је израчунати прираштаје вектора ротације координатног система $\Delta \Phi$. За мале углове ротације важи апроксимативна формула за вектор ротације:

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega, \quad (4.6)$$

где је ω вектор угловне брзине добијен са излаза брзинског жирокопа.

Прираштај вектора ротације добија се њеном интеграцијом унутар интервала одабирања:

$$\Phi = \int_{t_n}^{t_n + \Delta t_n} \omega dt + \frac{1}{2} \int_{t_n}^{t_n + \Delta t_n} (\Phi \times \omega) dt. \quad (4.7)$$

Други члан је тзв. "coning" корекција [104] која осликава непоклопљеност вектора ротације и вектора угловне брзине ω . Уколико се врши "coning" корекција, при реализација се њена вредност одређује нумеричком апроксимацијом овог израза. У овде описаном истраживању, нема практичне користи од рачунања "coning" корекција.

Нумеричко решавање овог *strapdown* система је преко система диференцијалних једначина. Детаљно изложен поступак решавања у општем случају је описан на више места у литератури [104][106]. Ротација везаног координатног система у односу на навигацијски координатни систем, може се приказати помоћу кватерниона као:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{q} \cdot \omega. \quad (4.8)$$

Ако су познати почетни услови, једначина (4.8) се решава рекурзијом:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \frac{1}{2} \mathbf{q}_k \cdot \omega T, \quad (4.9)$$

где је T – период одабирања.

Из крајњег кватерниона, датог у једначини (4.10), применом правила кватернионског множења се добија матрица ротације \mathbf{C}_B^P , приказана у (4.11):

$$\mathbf{Q}^F = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k, \quad (4.10)$$

$$\mathbf{C}_B^P = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

После рачунања вредности крајњег кватерниона овим рекурентним поступком, треба проверити да ли је услед недовољне нумеричке тачности временом дошло до значајне акумулације грешке, тако да норма кватерниона више није једнака јединици:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1. \quad (4.12)$$

Уколико је одступање суме квадрата параметара кватерниона постало значајно, односно изнад унапред одређеног прага Δ_0 :

$$\Delta = 1 - (q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) > \Delta_0, \quad (4.13)$$

пре формирања матрице трансформације врши се нормирање кватерниона користећи апроксимацију:

$$\mathbf{Q}_{k+1} = \frac{Q_{k+1}}{\sqrt{1-\Delta}} \cong \mathbf{Q}_{k+1} \left(1 + \frac{\Delta}{2}\right). \quad (4.14)$$

Грешка оријентације потиче од постојања матрице трансформације између навигационог и координатног система прорачунске платформе, која је дата једначином (4.15) претпостављајући да су углови ϕ_N, ϕ_E, ϕ_D мали:

$$\mathbf{C}_P^N = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_D & \phi_E \\ \phi_D & 1 & -\phi_N \\ -\phi_E & \phi_N & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

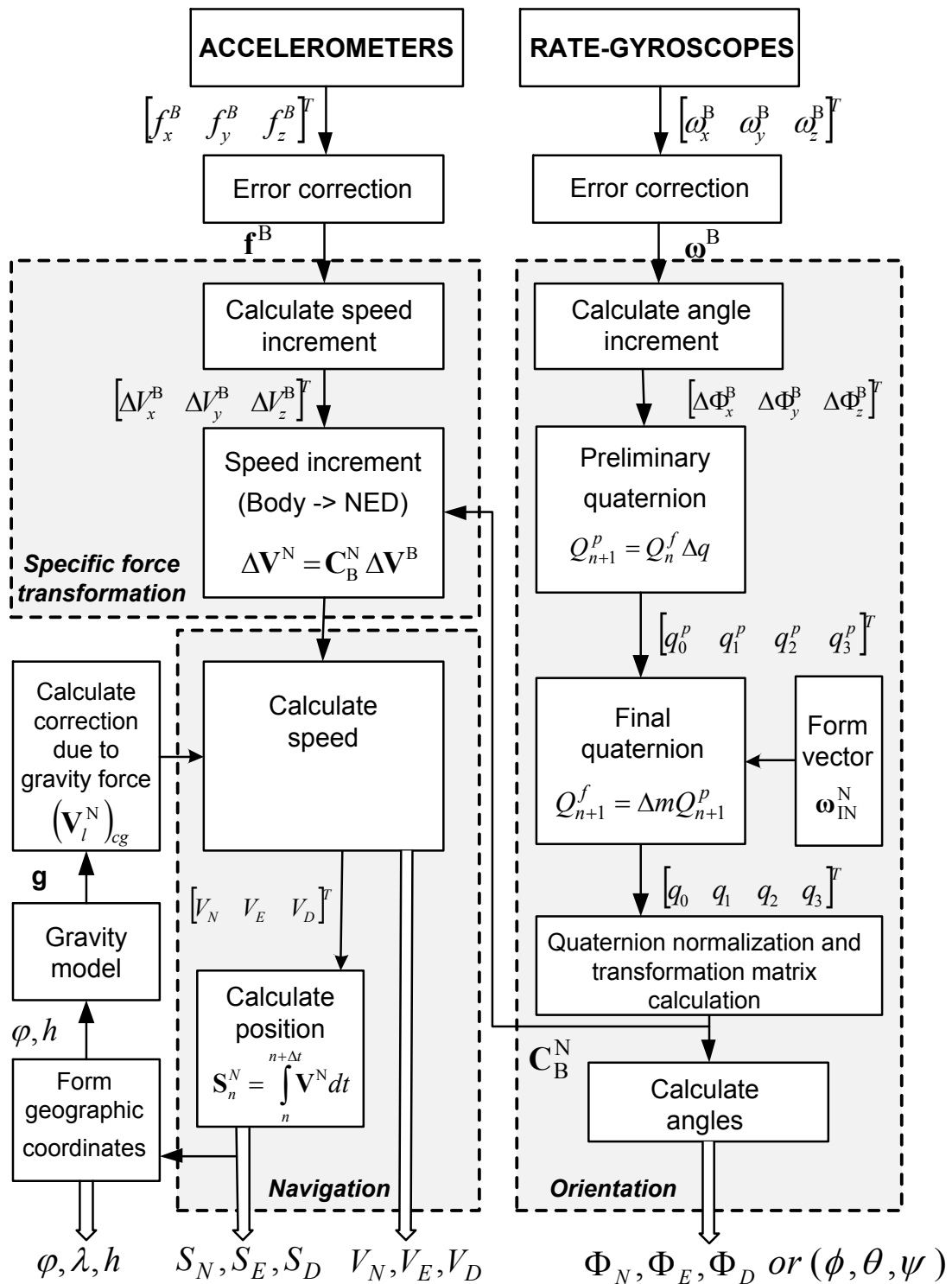
Коначна матрица трансформације између везаног и навигационог координатног система дата је једначином (4.16):

$$\mathbf{C}_B^N = \mathbf{C}_P^N \mathbf{C}_B^P. \quad (4.16)$$

На основу матрице трансформације \mathbf{C}_B^N , надаље се коришћењем одговарајућих релација могу добити вредности углова ваљања ϕ , пропињања θ и скретања ψ (Прилог 2).

Детаљи реализације овог математичког апарата у овом раду су дати на слици 4.2. Алгоритми оријентације и навигације, садрже нека основна поједностављења у односу

на уобичајене описе у литератури [106] – занемарене су корекција услед Кориолисовог убрзања због ограничених перформанси сензора.



Слика 4.2 SDINS алгоритам – као што је имплементиран у софтверу

4.1.2. Алгоритам навигације

Једначине кретања или тзв. алгоритам навигације који описује брзину и позицију објекта у локалном NED координатном систему, који је усвојен за навигацијски систем, дате су изразима (4.15) и (4.16) [60]:

$$\mathbf{V}^N = \int_0^t \mathbf{f}^N dt - \int_0^t [2\boldsymbol{\omega}_{IE}^N + \boldsymbol{\omega}_{EN}^N] \times \mathbf{V}^N dt + \int_0^t \mathbf{g}^N dt, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{S}^N = \int_0^t \mathbf{V}^N dt, \quad (4.18)$$

где су

$\mathbf{V}^N = [V_N \ V_E \ V_D]^T$ – вектор брзине у локалном NED координатном систему,

$\mathbf{S}^N = [S_N \ S_E \ S_D]^T$ – вектор позиције у локалном NED координатном систему,

$\mathbf{f}^N = [f_N \ f_E \ f_D]^T$ – вектор специфичне силе у локалном NED координатном систему,

$\mathbf{g}^N = [0 \ 0 \ g]^T$ – вектор гравитационог убрзања у локалном NED координатном систему,

$\boldsymbol{\omega}_{IE}^N = [\omega_e \cos \varphi \ 0 \ -\omega_e \sin \varphi]^T$ – пројекција угаоне брзине ротације Земље на осе NED система,

$\omega_e = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ – угаона брзина ротације Земље ($\omega_e = 15.041067 \text{ }^\circ/\text{h}$),

$\boldsymbol{\omega}_{EN}^N = \left[\frac{V_E}{R_p+h} \ \frac{-V_N}{R_M+h} \ \frac{V_E \tan \varphi}{R_p+h} \right]^T$ – вектор угаоне брзине ротације навигацијског координатног система у односу на Земљу,

λ, φ, h – координате позиције - географска дужина, ширина и висина,

R_M, R_p – полупречници кривине Земље дуж меридијана и паралеле који су приближно:

$$R_p = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \approx a \left[1 + e^2 \left(\frac{3}{2} \sin^2 \varphi - 1 \right) \right], \quad (4.19)$$

$$R_M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \approx a \left[1 + \frac{1}{2} e^2 \sin^2 \varphi \right], \quad (4.20)$$

где су

a – Земљина дужа полуоса 6,378.137 km,

e^2 – квадрат ексцентрицитета Земље 0.00669438, у WGS-84 координатном систему.

Одавде следе изводи географске дужине, ширине и висине у WGS-84 координатном систему:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_E}{(R_p+h) \cos \varphi}, \quad \dot{\varphi} = \frac{V_N}{R_M+h}, \quad \dot{h} = -V_D. \quad (4.21)$$

Позиција објекта у географским координатама се добија интеграцијом чланова овог израза. За конкретан случај краткотрајне навигације током судара употребом сензора фреквенције одабирања изнад 100 Hz и на малим растојањима у *dead-reckoning* моду, као и за одређивање модела грешака INS, довољно је применити правоугаоно правило за нумеричку интеграцију.

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} \dot{\varphi} dt, \quad (4.22)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} \dot{\lambda} dt, \quad (4.23)$$

$$h_{k+1} = h_k - \int_{t_k}^{t_k+\Delta t} \dot{h} dt. \quad (4.24)$$

Израз (4.15) је сума прираштаја брзина у току једног циклуса израчунавања, израчуната после трансформације излаза акцелерометра из везаног у навигациони координатни систем. Прираштај брзине у везаном координатном систему израчунава се интеграцијом излаза сензора,:

$$\Delta \mathbf{V}^B = \int_{t_s}^{t_s+\Delta t_s} \mathbf{f}^B dt, \quad (4.25)$$

где је са Δt_s означен период израчунавања.

При рачунању овог прираштаја, јавља се ефекат “sculling”-а, детаљно описан у [115]. Компензација “sculling” ефекта, као ни утицај Кориолисовог убрзања, немају практичну вредност код сензора ниске класе тачности и за кратко време навигације, и зато неће бити даље разматрани.

Следећи корак је трансформација овог вектора прираштаја брзине из везаног у навигационо координатни систем:

$$\Delta \mathbf{V}^N = \mathbf{C}_B^N \Delta \mathbf{V}^B. \quad (4.26)$$

Када је познат прираштај брзине у навигационом систему, нови вектор брзине се израчунава нумеричком интеграцијом, под условом да је позната његова претходна вредност:

$$\mathbf{V}_{n+1}^N = \mathbf{V}_n^N + \Delta \mathbf{V}_{n+1}^N, \quad (4.27)$$

где је

\mathbf{V}_n^N – вектор брзине из претходног корака израчунавања,

$\Delta \mathbf{V}_{n+1}^N$ – вектор прираштаја брзине.

У поједностављеном моделу SDINS, у коме су сходно намени система, занемарене још неке корекције, вредност позиције у NED систему добија се интеграцијом:

$$\mathbf{s}_{n+1}^N = \int_{t_s}^{t_s + \Delta t_s} \mathbf{V}_{n+1}^N dt. \quad (4.28)$$

4.2. Почетно постављање система

4.2.1. Прорачун углова у хоризонталној равни

Прорачун углова у хоризонталној равни, нивелисање или хоризонтирање платформе је процедура за одређивање почетних углова $\theta_x(0)$ и $\theta_y(0)$, или у такође честој номенклатури φ и θ . Део је ALIGNMENT процедура у SDINS. У идеалном случају, када не би постојале грешке мерења акцелерометара, идеалним поклапањем вертикалне осе акцелерометра са вертикалном осом локалног навигационог координатног система, у стационарном стању акцелерометар би мерио гравитациону силу g , док би излази акцелерометара у хоризонталној равни давали нулу:

$$[f_N \ f_E \ f_D]^T = [0 \ 0 \ -g]^T. \quad (4.29)$$

Исто важи у везаном координатном систему, где је уобичајена ознака “b” (енг. *body*), уколико два система нису поклопљена:

$$[f_{xb} \ f_{yb} \ f_{zb}]^T = \mathbf{C}_N^B [0 \ 0 \ -g]^T, \quad (4.30)$$

где је \mathbf{C}_N^B матрица трансформације из навигационог у везани координатни систем. Излази акцелерометара у везаном координатном систему f_{xb}, f_{yb} приказују отклон вертикалног акцелерометра у X и Y правцу у односу на вертикални раван:

$$f_{xb} = -g \sin \theta_y(0), \quad (4.31)$$

$$f_{yb} = g \sin \theta_x(0). \quad (4.32)$$

За мале углове, може се написати (слика 4.3):

$$f_{xb} = -g\theta_y(0), \quad (4.33)$$

$$f_{yb} = g\theta_x(0). \quad (4.34)$$

Дакле, теоретски се на основу акцелерометара могу одредити углови у хоризонталној равни, односно углови под којима је везани координатни систем постављен у локалном навигационом систему. Грешке акцелерометара се директно пресликавају на мерења, а нарочито офсети односно константна одступања акцелерометара B_{xb}, B_{yb} . АБГШ се с друге стране једноставно уклања усредњавањем:

$$\tilde{f}_{xb} = -g\theta_y(0) + B_{xb}, \quad (4.35)$$

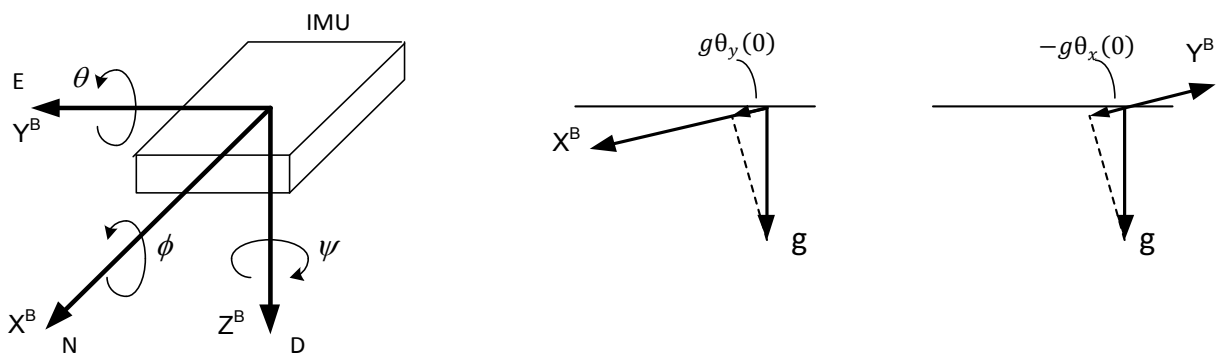
$$\tilde{f}_{yb} = g\theta_x(0) + B_{yb}. \quad (4.36)$$

Тачност прорачуна углова у хоризонталној равни највише зависи од офсета акцелерометара:

$$\tilde{\theta}_x(0) = \tilde{\varphi}(0) = -\frac{B_{yb}}{g}, \quad (4.37)$$

$$\tilde{\theta}_y(0) = \tilde{\theta}(0) = \frac{B_{xb}}{g}, \quad (4.38)$$

где се за угао ваљања и пропињања у везаном координатном систему често користе и ознаке φ, θ .



Слика 4.3 Рачунање углова у хоризонталној равни

4.2.2. Постављање по азимуту

Угао који везани координатни систем односно његова уздужна X-оса заузима у односу на правац севера навигационог, или локалног, координатног система, условно

се може назвати угао у односу на азимут. Тај угао није опсервабилан акцелерометрима у стационарном стању. Решење овог проблема је важно за примену инерцијалне јединице у возилима, где је важно познавати угао под којим је IMU монтирана у односу на уздужну осу возила. Такође је део ALIGNMENT процедура у SDINS. Тривијално решење овог проблема је прецизно поклапање уздужних оса IMU и возила при монтажи, што је подложно људској грешци и није практично. Код IMU високе класе тачности, који имају јако мале дрифтове жirosкопа, уобичајена је тзв. “*north-finding*” процедура [106], односно детекција угаоне брзине ротације Земље током дужег периода усредњавања и одређивања угла према северу. Код сензора ниске класе тачности дрифтови жirosкопа могу бити и до 200-1000 °/h, што ову методу чини неизводљивом. Угао азимута је опсервабилан у кретању, нарочито уколико постоје велике компоненте убрзања у хоризонталној равни, што код возила одговара периодима наглих кочења и убрзања. Постоји читав низ метода за тзв. *kinematic alignment* [107] односно одређивање угла по азимуту при кретању. Преглед литературе дат је у [108]. У [109] приказан је метод заснован на употреби GPS-а и погодан за употребу на друмским возилима који естимира угао између два система коришћењем Калмановог филтра. У [110] се користи информација о брзини са GPS-а за процену угла азимута. У [111] је такође дат метод за рачунање арбитрарног угла према азимуту у кретању. Један од начина за одређивање угла је и употребом магнетометра, односно његовим комбиновањем са акцелерометрима чиме се добија дигитални компас. Мане употребе магнетометра су потреба за калибрацијом и осетљивост на спољашње објекте [112]. Постоје и сложеније методе које користе два или више GNSS модула и антенски диверсити којим се постиже додатна опсервабилност угла азимута [113]. Ова метода је рачунски захтевна и може бити непогодна за инсталацију. У раду [114] приказана је једноставна метода погодна за употребу у телематици, а која користи периоде праволинијског наглог убрзавања или кочења у вожњи аутомобила, при чему се угао између уздужне осе возила и уздужне осе IMU одређује на основу израза:

$$\tilde{\theta}_z(0) = \tilde{\psi}(0) = -\arctan \frac{f_{yb}}{f_{xb}}. \quad (4.39)$$

Ова метода није имуна на грешке сензора и резултати добијени у реалној вожњи биће приказани у наредним поглављима.

4.3. Модел грешака акцелерометара

Модел грешака сензора зависи од њихове конструкције. Модел грешака треба да опише присуство више детерминистичких и случајних ефеката. Већина детерминистичких грешака инерцијалних сензора може бити процењена и компензована калибрацијом, а резидуали грешака, у које спадају и грешке стохастичке природе, се процењују и компензују при раду алгоритма навигације коришћењем естиматора.

Приступ процени грешака сензора зависи од избора сензора, услова рада и захтева за потребном тачношћу. За оптималну комплексност интегрисаног навигационог система, најважније је направити добар компромис између потребне тачности и комплексности модела грешака сензора. Овде ће бити дефинисан модел грешака акцелерометара, а потом и брзинских жироскопа који је погодан за примену за врло кратко време навигације при реконструкцији судара уз коришћење MEMS ниске тачности. Модел грешака је дефинисан у везаном координатном систему, уз претпоставку да је IMU поклопљена са центром масе објекта.

Поједностављен модел грешака, који превасходно обухвата детерминистичке грешке, док стохастичке групише у оквиру шума сензора, може се написати изразом:

$$\mathbf{f}^B = \tilde{\mathbf{f}}^B + \delta \mathbf{f}^B = \tilde{\mathbf{f}}^B + \mathbf{V}_{acc} + \mathbf{f}^B \cdot \boldsymbol{\mu}_{acc} + \mathbf{f}^B \cdot \mathbf{M}_{acc} + \boldsymbol{\eta}_{acc}, \quad (4.40)$$

где су

\mathbf{f}^B – права вредност специфичне силе у везаном координатном систему,

$\tilde{\mathbf{f}}^B$ – измерена вредност специфичне силе у у везаном координатном систему,

$\delta \mathbf{f}^B$ – грешке излаза акцелерометра у везаном координатном систему,

\mathbf{V}_{acc} – офсет акцелерометра,

$\boldsymbol{\mu}_{acc}$ – фактори скалирања акцелерометара,

\mathbf{M}_{acc} – неортогоналност оса акцелерометарске тријаде,

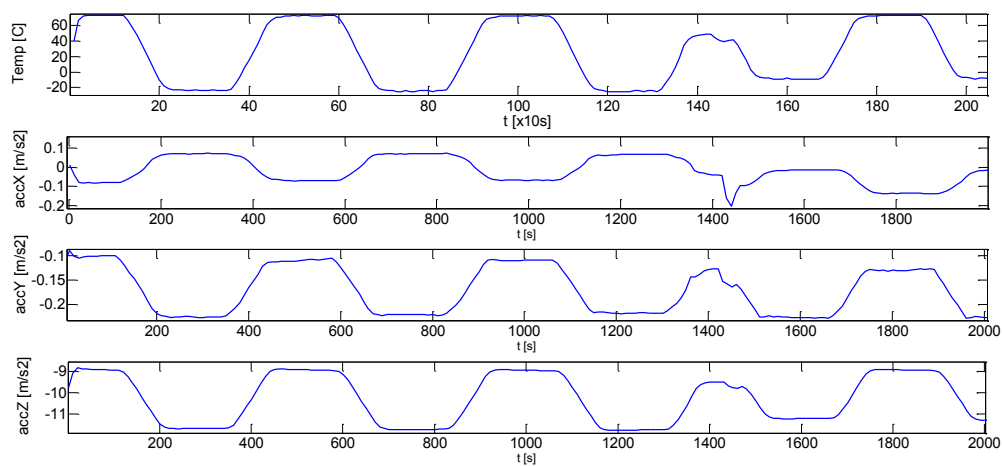
$\boldsymbol{\eta}_{acc}$ – шум акцелерометара у који су укључене све стохастичке грешке, што ће бити детаљно анализирано.

У детерминистичке грешке акцелерометра, поред офсета, фактора скалирања и неортогоналности оса, убраја се и нелинеарност. Овде приказан модел је модификован на основу [116].

Сви ови коефицијенти су температурно зависни. Температурна зависност грешака се моделује зависно од неопходне тачности и њене стабилности – од линеарног модела до моделовања полиномом четвртог реда. За MEMC ниске класе тачности, од највеће важности је моделовање температурне зависности офсета акцелерометара.

Температурни опсег од интереса за примену SDINS у возилима је релативно широк и може се сматрати да у већини случајеве обухвата температуре -20 до 60 C, зависно од позиције монтаже. Температурна зависност IMU се одређује поступком калибрације сензора у за то намењеним термичким коморама.

Ради илустрације ове температурне зависности, извршена су мерења и добијен је један карактеристичан пример утицаја температуре на излазе акцелерометара. Резултати су приказани на слици 4.4. Може се уочити да на тестираном сензору, утицај температуре на офсет акцелерометра, варира од осе до осе акцелерометра и то за читав ред величине. При промени температуре од -20 до +60 C, амплитуда промене офсета акцелерометра се мења од 0.15 m/s^2 на X-оси, до 2.4 m/s^2 на Z-оси. Приметно је да је утицај приближно линеаран и поновљив.



Слика 4.4 Карактеристичан пример – резултати испитивања утицаја температуре на излазе акцелерометара MEMC IMU у временском домену

Уз детерминистичке компоненте, свака од грешака има одговарајућу стохастичку компоненту [115]. Тако офсет акцелерометара најчешће има бар две компоненте – детерминистички офсет, који се још зове и одступање од нуле, *turn-on bias* или одступање при укључењу и дрефт или *in-run bias*. Одступање при укључењу је константно за једно мерење и може се уклонити калибрацијом на почетку мисије.

Оваква природе грешке као случајне константе је честа. Та случајна константа је стационарна, али њена средња вредност није иста по ансамблу, односно није ергодична и зато се офсет, нарочито код јефтиних сензора, може значајно разликовати од укључења до укључења. Ово је проблематично код акцелерометара јер се такав офсет не може естимирати и уклонити у мировању, већ само калибрацијом и применом естиматора при навигацији. Исто важи и за дрифт офсета. Величина *turn-on* офсета за МЕМС је и до 60 mg и може зависити не само од температуре већ и од напона напајања сензора, што је чињеница која се ретко наводи у литератури. Ред величине *in-run* офсета је неколико mg.

Фактор скалирања је претежно детерминистичка грешка, али у општем случају се такође моделује као случајан процес. Неортогоналност оса је претежно детерминистичка грешка која је последица несавршености процеса производње и код новијих генерација сензора је значајно умањена.

У предложеном једноставном моделу, стохастичке компоненте су сврстане унутар једне компоненте шума. Три најједноставнија модела ових случајних процеса су помоћу стохастичких линеарних диференцијалних једначина:

1. Најједноставнији процес је већ наведена **случајна константа**, описана диференцијалном једначином:

$$\dot{X}(t) = 0, X(t_0) = X_0, \quad (4.41)$$

где се без губитка општости, може претпоставити да је средња вредност процеса нула

$$E(X_0) = 0. \quad (4.42)$$

2. Други важан модел случајног процеса је **random walk** описан следећом диференцијалном једначином и почетним условом [128]:

$$\dot{X}(t) = W(t), X(t_0) = 0, \quad (4.43)$$

где је W бели шум средње вредности нула. *Random walk* није стационарни процес и његова варијанса расте линеарно са временом. Ако је процес белог шума Гаусовски, онда ће и *random walk* бити такав, јер сумирање не мења природу процеса. Тада се процес зове и Винеров или *Brownian-motion* процес. *Random walk* процеси, односно дрифт, су природно чести код инерцијалних навигационих система јер се подаци са излаза сензора углавном интеграле. Бели шум на излазу акцелерометера после интеграције резултује дрифтом брзине што је *random walk* процес. Слично томе,

грешка оријентације је *random walk* процес ако је последица белог шума при мерењу угаоне брзине.

3. Трећи модел случајног процеса су **Гаус-Марковљеви процеси**, описани диференцијалном једначином првог реда [128]:

$$\dot{X}(t) = -\beta X(t) + W(t), \quad (4.44)$$

где је $\beta \geq 0$ константа, а W је Гаусов бели шум нулте средње вредности. Назива се и експоненцијално корелисан шум, због коваријансе која је експоненцијално зависна од параметра β .

Најчешће се користи Гаус-Марковљев процес првог реда за описивање корелисаних сигнала, при чему параметар β дефинише степен корелације и одговара инверзној вредности времена корелације. У граничном случају, ако $\beta \rightarrow 0$ сигнал постаје случајна константа, у супротном ако $1/\beta \rightarrow 0$, сигнал брзо постаје некорелисан и постаје бели шум, бар на ниским учестаностима. Гаус-Марковљев процеси су погодни за моделовање временски корелисаног дрефта акцелерометра, али и жироскопа.

За оцену параметара стохастичког модела грешака сензора IMU се обично користе спектрална густина снаге, аутокорелациона функција и рачунање Аланове варијансе. Аланова варијанса је статистичка метода, која анализира излазе сензора у мировању током дужег периода и омогућава идентификацију главне изворе грешака и њихову вредност варијансе. Алановом варијансом се не може одредити време корелације експоненцијално корелисаног шума и зато се додатно користи аутокорелациона функција. Сложенији модел грешака сензора, који важи за сензоре знатно више тачности, као и детаљи калибрационих процедура, укључујући процедуре за оцену параметара стохастичког модела грешака сензора IMU дати су у [115][116].

4.4. Модел грешака брзинских жироскопа

Слично моделу грешака акцелерометара, и за жироскопе се може поставити поједностављен модел, који превасходно обухвата детерминистичке грешке, док стохастичке групише у оквиру шума сензора:

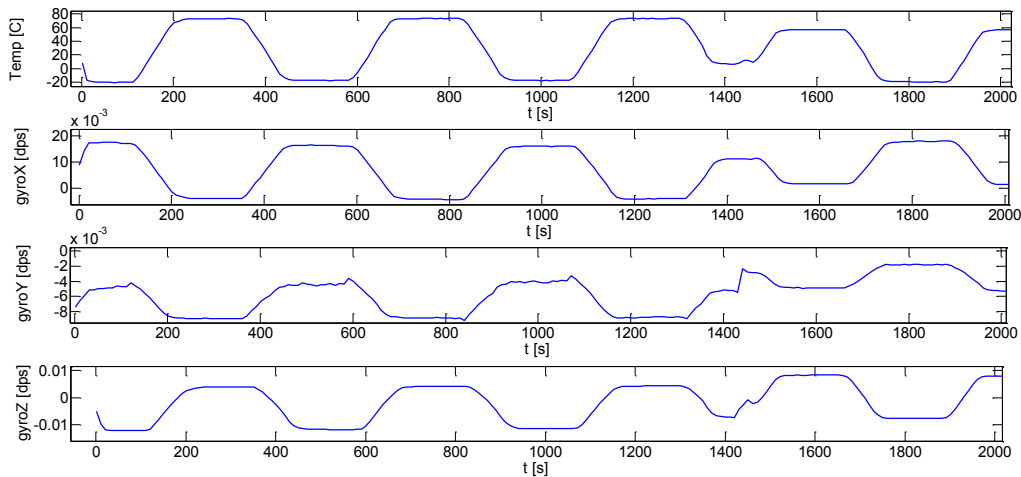
$$\omega^B = \tilde{\omega}^B + \delta\omega^B = \tilde{\omega}^B + \mathbf{B}_{\text{gyro}} + \omega^B \cdot \boldsymbol{\mu}_{\text{gyro}} + \omega^B \cdot \mathbf{M}_{\text{gyro}} + \boldsymbol{\eta}_{\text{gyro}}, \quad (4.45)$$

где су

- ω^B – права вредност угаоне брзине у везаном координатном систему,
- $\tilde{\omega}^B$ – измерена вредност угаоне брзине у у везаном координатном систему,
- $\delta\omega^B$ – грешке излаза жироскопа у везаном координатном систему,
- \mathbf{V}_{gyro} – офсет угаоне брзине,
- μ_{gyro} – фактори скалирања угаоне брзине,
- \mathbf{M}_{gyro} – неортогоналност оса жирокопске тријаде,
- η_{gyro} – шум жироскопа у који су укључене све стохастичке грешке.

У детерминистичке грешке жироскопа, поред офсета, фактора скалирања и неортогоналности оса, убрајају се нелинеарност, осетљивост на линеарно убрзање *g-sensitivity* и осетљивост на вибрације *g²-sensitivity*. Овде приказан модел је модификација модела датог у [116]

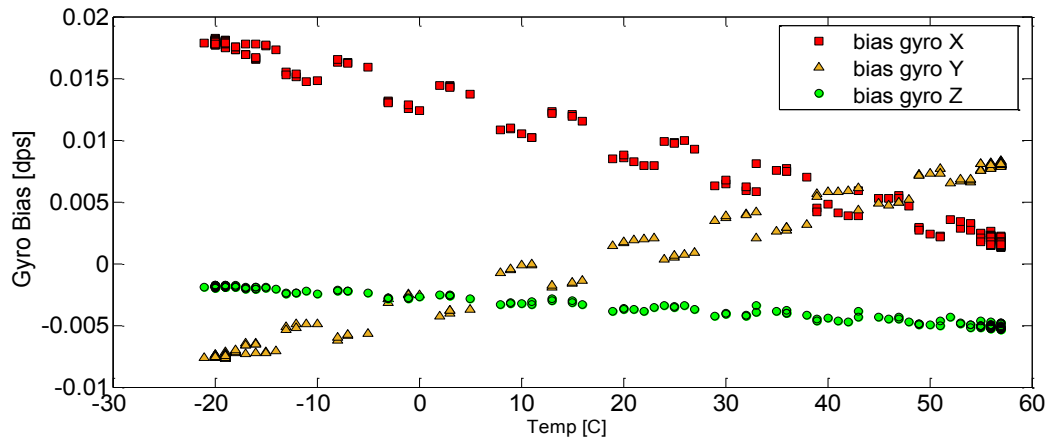
Као и код акцелерометара, и за жирокопе такође важи да су сви ови коефицијенти температурно зависни. Ради илустрације ове температурне зависности, извршена су мерења и добијен је један карактеристичан пример утицаја температуре на излазе брзинских жироскопа. Резултати су приказани на сликама 4.5 и 4.6. Може се уочити да је утицај температуре на офсет жироскопа приближно линеаран и поновљив. На тестираном сензору, промена офсета жироскопа услед промене температуре од -20 до +60 С је и до 0.02 °/s.



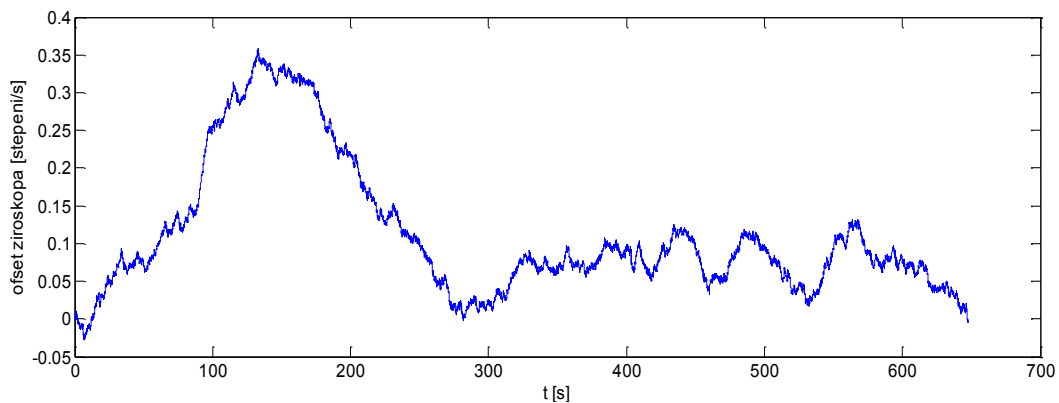
Слика 4.5 Карактеристичан пример – резултати испитивања утицаја температуре на излазе МЕМС брзинских жироскопа у временском домену

Уз детерминистичке компоненте, свака од грешака има и одговарајућу стохастичку компоненту. За жирокопе је нарочито важан дрефт односно *angular random walk*

(ARW). ARW је једна од основних мера квалитета жироскопа јер се ова компонента офсета излаза жироскопа тешко уклања усредњавањем у мировању. Зато се ARW компонента не може калибрисати стандардним методама. На слици 4.7 је карактеристичан пример ARW на једној оси жироскопа, забележен током овог истраживања. Вредност ARW код сензора ниске класе тачности може бити и $0.1 \text{ }^\circ/s$.



Слика 4.6 Резултати испитивања утицаја температуре на излазе MEMC жироскопа

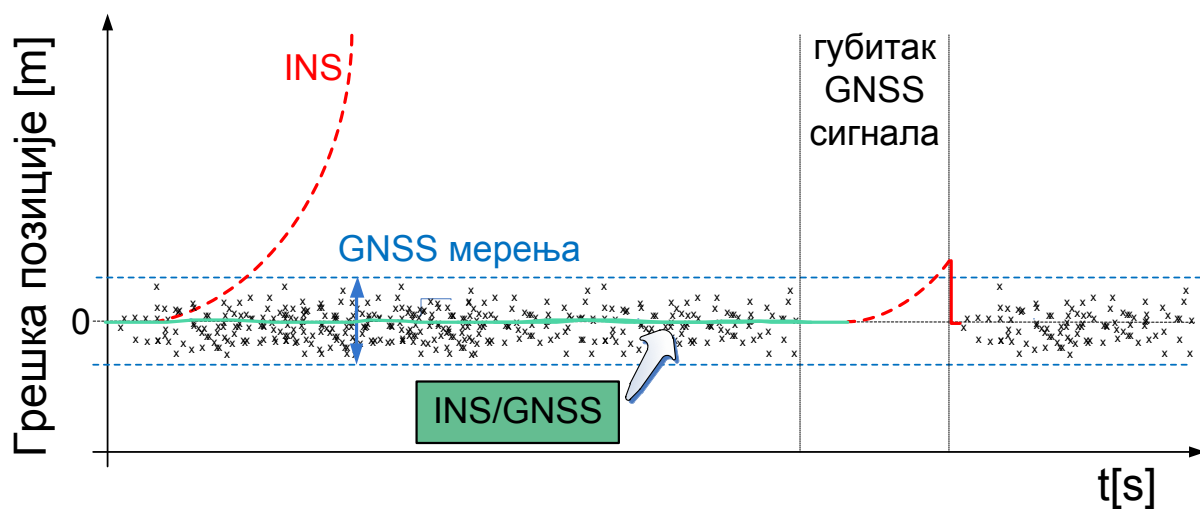


Слика 4.7 ARW жироскопа жироскопа

Овај „шетајући офсет“ не мора бити центриран око константе вредности офсета, односно његова средња вредност на одређеном интервалу посматрања не мора да одговара офсету. Из тог разлога се ARW не може калибрисати већ се уклања при рачунању навигационог решења спрежања са осталим сензорима. Овде предложена метода је нарочито погодна за уклањање утицаја ARW који се код MEMC изузетно брзо мења.

5. Интеграција “strapdown” INS и GNSS-а

Резултати добијени помоћу аутономног инерцијалног система су дивергентни и за дуже време навигације неопходно је спрезање са другим системима чија је апсолутна грешка ограничена. Најчешћи облик ове интеграције је интеграција са GNSS. Улога система инерцијалне навигације је одређивање навигационог решења између узастопних мерења GNSS, што у највећем проценту случајева значи да се од инерцијалног система захтева тачност само у врло кратким интервалима. Уколико су доступни излази оба сензора, ово време навигације је краће од једне секунде, што значи да се добри резултати у рачунању позиције могу постићи и употребом IMU ниске класе тачности. Уколико су решења оба система доступна, тачност овог интегрисаног система је практично одређена тачношћу GNSS. У случају губитка GNSS сигнала, сигнал прелази у инерцијални режим - мод који се може назвати ПРЕДИКЦИЈА. ПРЕДИКЦИЈА је дивергентан мод и колико дуго ће навигационо решење бити у прихватљивим границама грешке зависи од квалитета сензора. Ови режими рада илустровани су на слици 5.1. Додатни проблем интеграције је што положај возила, нарочито углови пропињања и ваљања нису директно опсервабилни GNSS мерењима, и могу се естимирати само посредно на основу једначина кретања. Слично, апсолутна висина није опсервабилна на основу инерцијалних сензора.



Слика 5.1 Примена интегрисаног навигационог система

Начини комбиновања INS и GNSS се могу поделити према степену интеграције два система на централизовано и децентрализовано [101] или на слабо спрегнуте, чврсто спрегнуте и ултра-чврсто спрегнуте системе (*loosely, tightly, ultra-tightly*) [128]. Неки аутори наводе и дубоко спрегнуте (*deeply coupled*) системе. Заједничко за све врсте спреге је да је INS главни навигациони систем који прорачунава референтну трајекторију, док GNSS коригује решење.

Код децентрализованих система, GNSS решење - позиција, вектор брзине и време, су дати у крајњим географским координатама, док централизовани систем користи елементарније прорачуне GNSS пријемника, као што су псеудорастојања или двоструко диференцирана растојања. Децентрализован приступ дакле представља комбиновање два потпуно независна система. Предности оваквог система наведене су у табели 5.1, а могу се још издвојити и следећи аспекти примене:

- једноставнија замена и модернизација појединих компоненти
- засебна иницијализација инерцијалне мерне јединице
- већа отпорност на грешке појединих система и детекција погрешних мерења
- једноставност.

Недостатак децентрализоване архитектуре је што не користи све GNSS опсервације већ само крајње PVT решење. Ипак ова предност централизованог приступа данас није од пресудне важности јер добра видљивост сателита обезбеђује континуално навигационо решење.

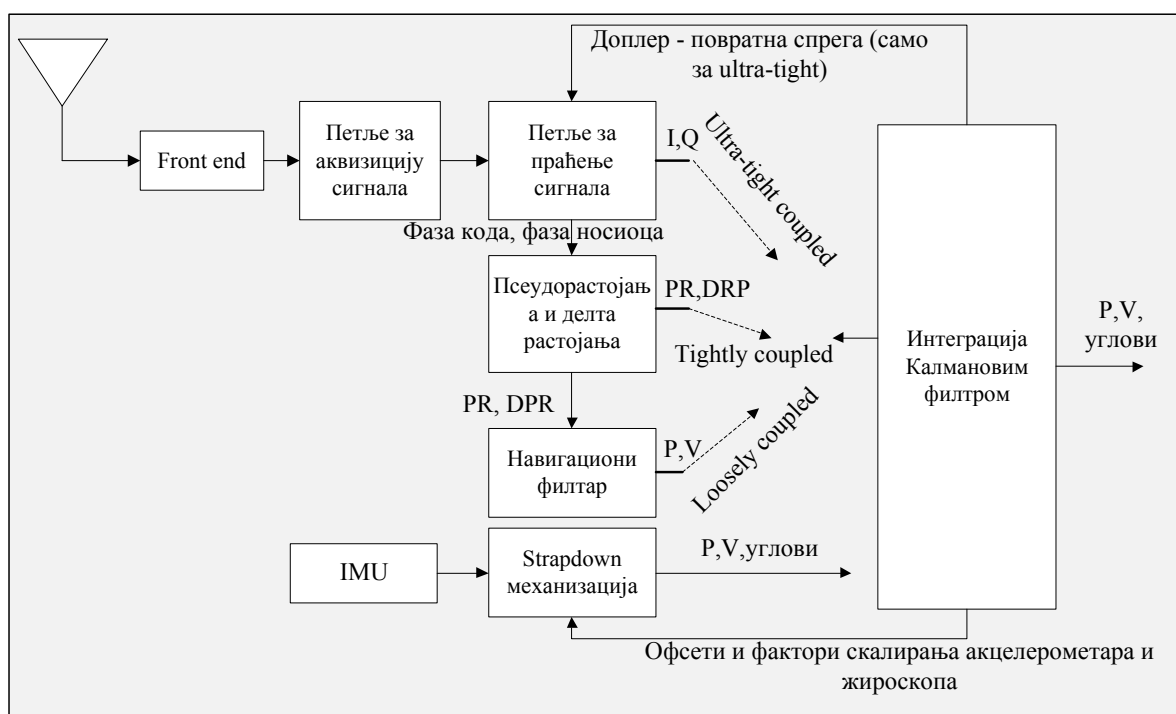
Табела 5.1 Предности и недостаци децентрализоване интеграције

Предности	Недостаци
Модуларност/флексибилност	Осетљивост на губитак GNSS решења (решење: <i>multi-constellation</i> пријемник)
Детекција лоших мерења	Захтева INS више класе тачности (решење: већа учестаност GNSS решења)
Рачунска сложеност	Користи само PVT решење

Друга подела је направљена према информацијама које INS и GNSS размењују при рачунању сопствених навигационих решења. Ако не постоји повратна спрега било ког система ка овом другом у циљу побољшања његових перформанси, ради се о архитектури без спреге (*uncoupled*). У зависности колико се користе мерења једног

система за побољшање перформанси друге компоненте, направљена је градација слаба спрега, чврста спрега, ултра чврста спрега и дубока.

Слаба интеграција је спрезање навигационих решења два система. Чврсте спреге су спрезање на нивоу навигационих мерења, док је дубока интеграција спрезање на нивоу обраде сигнала и спреге са петљама за праћење и аквизицију сигнала у пријемнику. У окружењима у којима је ослабљен GNSS сигнал, као што су заклоњеност дрвећем, погодније је користити дубљу интеграције два система. Ипак ово не мора бити од користи у урбаним условима, када директан сателитски сигнал може бити потпуно блокиран. Избор методе интеграције првенствено зависи од примене система, а затим и од квалитета сензора и GNSS пријемника и доступности сателитског сигнала у радном окружењу. Принципска схема метода за интеграција дата је на слици 5.2.

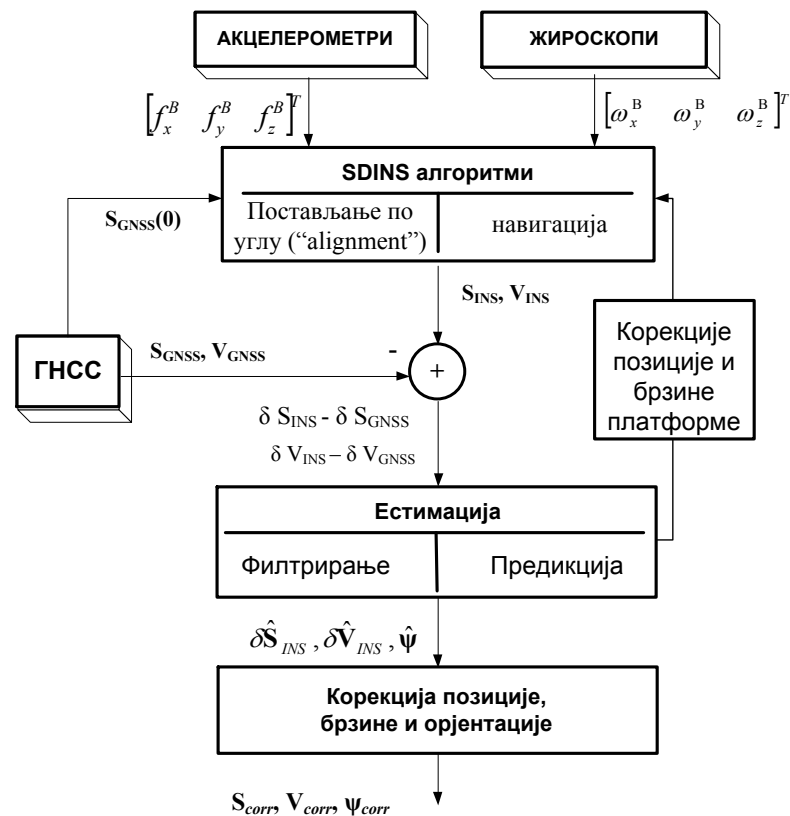


Слика 5.2 Врсте спреге SDINS и GNSS

За естимацију грешака INS најчешће се користи EKF [117]. Варијанте EKF које се често користе у сличним системима су адаптивни EKF [118] и EKF са детекцијом поремећаја (“*shock detection*” [101]) који у случају детектованог поремећаја GNSS прелази у режим ПРЕДИКЦИЈЕ. Реконструкција трајекторије је по дефиницији естимација која се може радити и накнадном обрадом. Зато не постоји потреба за

обработом података у реалном времену нити да се сложеност израчунавање сматра пресудним фактором у избору методе .

Због своје једноставности и флесибилности предложена је употреба слабо спрегнуте интеграције два система и EKF, као на слици 5.3. У слабо спрегнутој конфигурацији, са излаза GNSS пријемника се користе подаци о позицији S_{GNSS} и брзини V_{GNSS} , што укључује и податак о смеру кретања, који се рачуна на основу компоненти брзине у географским координатама. У слабој интеграцији, за постављање матрица Калмановог филтра неопходно је познавање коваријанси мерења. Коваријанса мерења GNSS пријемника зависи од спољних фактора, окружења, интерференције, распореда сателита, а може бити нарочито погођена простирањем сигнала по више путања, тако да ће улазни параметри овог оптималног филтра садржати извесне поремећаје.



Слика 5.3 Блок дијаграм интегрисаног навигационог система

Независно од GNSS мерења, SDINS алгоритам ће на основу мерења специфичних сила f^B и ω^B добијених са излаза инерцијалних сензора израчунавати позицију S_{INS} и брзину V_{INS} као и углове оријентације возила. Разлика позиције δS и брзине δV , као

разлика два навигациона решења су улазна мерења Калмановог филтра, који процењује грешке навигационих параметара и коригује навигационо решење.

За реконструкцију трајекторије при судару возила, првенствено се разматра употреба сензора ниске класе тачности. Ово знатно поједностављује и SDINS јер су многи познати ефекти, као што је угаона брзина Земље, практично маскирани несавршеностима сензора, затим не мора се водити рачуна о врло поузданом моделу гравитације и модел грешака сензора се може свести само на доминантне грешке. С друге стране, улога GNSS у овом интегрисаном систему је критичнија. Рад у режиму ПРЕДИКЦИЈЕ је практично ограничен од неколико до десетак секунди, после чега грешка позиције далеко превазилази сваку уобичајену границу. При нормалној динамици возила, дозвољено је при интеграцији и пројектовању естиматора поставити одређена ограничења – као што је да је вектор брзине углавном на лонгитудиналној оси возила, како би се умањила дивергенција решења и омогућило боља процена грешака инерцијалних сензора.

Приказ осталих метода интеграције може се наћи у [115][128].

6. Одређивање трајекторије возила при судару

6.1. Понашање INS/GNSS при судару

Током судара значајан део кинетичке енергије возила се троши на деформацију структуре возила што усложњава опис кретања једначинама динамике. Уместо тога, кретање се може свести на чисто геометријски опис, као у кинематици [119], јер инерцијални сензори мере специфичне силе, односно силе без масе. По правилу, инерцијални сензори се постављају на доњем делу средњег стуба аутомобила, између предњих и задњих врата као најпогоднијем месту за бележење реакције структуре возила и његовог свеукупног кретања при чеоном судару, који је и најчешћи и потенцијано најопаснији по учеснике. Да би компоненте SDINS верно и у целини забележиле трајекторију возила при судару, морају бити намењене за овакво окружење, (енгл. *shock environment*). Систем намењен реконструкцији судара, поред набројаних, има и следеће специфичности:

1. Током судара не важе уобичајена ограничења кретања – као што је ограниченост брзина у вертикалном и бочном правцу (тзв. *non-holonomic* ограничења)
2. Перформансе компоненти система зависе од динамике
3. Дозвољена је накнадна обрада података – систем нема ограничено кашњење

Динамички опсег сензора треба да може да обезбеди да не дође до сатурације излаза сензора ни пре тешким сударима где је магнитуда импулса судара реда величине 50-100 g. По правилу, већи динамички опсег сензора, подразумева мању резолуцију односно већи ниво шума, тако да је постизање одговарајућег компромиса ових параметара IMU један од најважнијих задатака при пројектовању уређаја за реконструкцију трајекторије возила. При тренутној понуди сензора, најбољи однос цене и перформанси се постиже комбиновањем више акцелерометара различитог динамичког опсега и резолуције. При мерењу судара у лабораторијском окружењу, по правилу се користе пиезо-електрични или пиезо-резистивни акцелерометри јер имају најбоље карактеристике при тзв. „механичком шоку“. Пиезо-резистивни акцелерометри су врста MEMS и чешће се користе јер боље задржавају својства после

шока. Резонантна фреквенција акцелерометра је кључна за оцену колико ће елемент верно пратити високофреквенцијске компоненте судара. Резонантна фреквенција акцелерометра треба да буде бар пет пута већа од највише фреквенције импулса судара да би грешка мерења магнитуде била мања од 10 %. Критеријум се може ублажити због чињенице да сударни импулс није симетричан и да је опадајућа ивица обично мањег нагиба.

Понашање параметара MEMS сензора, а нарочито жироскопа у динамичком окружењу није довољно истражено. У [120] упоређене су карактеристике IMU тактичке и навигационе класе тачности и предложена метода за унапређење калибрације. Према резултатима испитивања, MEMS жироскопи имају постојаније параметре у динамичком окружењу од акцелерометара

Укупно трајање импулса судара је најчешће до 250 ms уз највећа размена енергије током првих 50 ms судара, одакле следи да је минимална потребна учестаност одабирања акцелерометара за детекцију и верно праћење догађаја мора бити изнад 100 Hz [121], уз одговарајући пропусни опсег. Возило се током судара понаша као објект са шест степени слободе кретања у простору. То значи да у моменту судара и периоду непосредно после судара, не важе ограничења кретања као при нормалној вожњи. Ако су познати почетна позиција и брзина кретања возила, онда се даља релативна позиција, вектор брзине и промена углова могу пратити у једном краћем периоду интеграцијом троосних акцелерометара и брзинских жироскопа. Уобичајена метода за интеграцију специфичних сила односно убрзања и угаоних брзина је „инерцијална механизација“ [106]. Инерцијална механизација решава навигационе диференцијалне једначине у изабраном координатном систему.

Друга компонента система за реконструкцију су GNSS пријемници. У условима судара, GNSS пријемници углавном нису поуздани извори података, али могу послужити за праћење брзине и позиције непосредно пре и после судара. Њихова непоузданост последица је ограничења интерног механизма за праћење сигнала, који је најчешће реализован као фазна петља вишег реда (PLL) са променљивим пропусним опсегом [72]. Оваква реализација омогућава праћење објеката до одређених убрзања и промена убрзања (енгл. *jerk*). Типично, произвођачи пријемника гарантују исправан рад до убрзања од 50 m/s^2 и промене убрзања од 20 m/s^3 . У раду, перформансе пријемника могу бити изнад очекиваних, чак и ако се користи само фазна петља трећег реда. Код чврсто спрегнутих система, пропусни опсег петље за праћење носиоца може

бити и цео ред величине мањи, што значи да би такав систем имао боље перформансе при великој динамици. При великој динамици возила, односно GNSS пријемника, петља за праћење сигнала ће наставити исправно да ради ако јој се повећа пропусни опсег и уколико је добар однос сигнал-шум. Пројектанти често не могу да утичу на ове параметре, тако да се може сматрати да је GNSS пријемник поуздан извор података непосредно пре и после судара. Овде поново треба укључити чињеницу, да модерни GNSS пријемници примају више сигнала и прорачунавају навигационо решење фреквенцијом 5-20 Hz. Ово је значајна разлика у односу на некада стандардне пријемнике искључиво GPS сигнала који су тек сваке секунде давали навигационо решење. Очекивано је да самим тим што GNSS нуди бољу тачност, расположивост, континуитет и повољнији геометријски распоред сателита да ће бити боља и естимација грешака инерцијалног дела система, а самим тим и значајно унапређена интеграција INS/GNSS. Треба напоменути да GNSS пријемници који користе диференцирање фазе у два узастопна мерења - TDCP, потенцијално имају боље карактеристике у условима велике динамике возила, али аутор није нашао мерења која би ово потврдила. Недостатак оваквог алгоритма је скоковита тачност естимиране брзине, односно уколико нису доступна мерења фазе са иста четири сателита у два узастопна тренутка времена, грешка брзине ће бити значајно увећана. Ово се може значајно потиснути употребом GNSS пријемника који има учестаност навигационог решења од 10 или више пута у секунди, као и који има поуздан алгоритам за филтрирање ових искока. Пријемник би тако поуздано радио и у врло блиској околини судара што скраћује трајање инерцијалне навигације без интегрисаног рада.

Закључак је да ниједна од компоненти система, инерцијална мерна јединица и GNSS, нису поуздани извори података током судара. Потребан је одговарајући алгоритам који ће комбиновати дата два извора података искориштавајући предност оба система у циљу повећања тачности реконструкције путање возила.

6.2. Модел грешака SDINS

Употреба MEMС у конвенционалној SDINS механизацији је велики изазов јер брзо долази до нагомилавања грешака. Главни извори грешака су:

1. Грешке сензора;
2. Грешке иницијализације - грешке почетног постављања, нивелације, грешке по азимуту, и грешке почетне брзине и позиције;
3. Грешке услед деловања околине (температура, вибрације, спољашње магнетно поље) – при чему је доминантан утицај варијације температуре.

У пракси, при монтажи на возило, уређај се најчешће приближно поставља у предвиђени положај, што увећава грешке иницијализације. Треба напоменути да овде описани метод, практично не зависи од промене температуре. У супротном, температурна зависност се моделује полиномском функцијом, а често је довољна и линеарна апроксимација. За кратко време навигације се могу занемарити остали чести типови грешака који утичу на рад SDINS механизације, као што су коначна дужина речи и ограничена учестаност одабирања. Великим делом се може занемарити и утицај Кориолисовог убрзања и непрецизности гравитационог модела и модела Земље.

У општем случају, грешке INS се могу приказати као грешке оријентације (6.1) и грешке позиције и брзине (6.2-6.3)

$$\dot{\Psi} \approx -\omega_{IN}^N \times \Psi + \delta\omega_{IN}^N - C_B^N \delta\omega_{IB}^B, \quad (6.1)$$

$$\delta\dot{\mathbf{V}} = [\mathbf{f}^N \times] \Psi + C_B^N \delta\mathbf{f}^B - (2\omega_{IE}^N + \omega_{EN}^N) \times \delta\mathbf{V} + (2\delta\omega_{IE}^N + \delta\omega_{EN}^N) \times \mathbf{V} - \delta\mathbf{g}, \quad (6.2)$$

$$\delta\dot{\mathbf{S}} = \delta\mathbf{V}, \quad (6.3)$$

где су

ω_{IN}^N – угаона брзина ротације навигационог координатног система према инерцијалном систему,

$\Psi = [\Phi_N \ \Phi_E \ \Phi_D]^T$ – грешке оријентације прорачунске платформе,

C_B^N – матрица трансформације везаног у навигациони координатни систем,

$\delta\mathbf{f}^B$ – грешке излаза акцелеромера (у везаном координатном систему).

Координатни систем прорачунске платформе је пресликавање навигационог координатног система, зависно од података са сензора. Ако би сензори били идеални,

ова два координатна система би се преклопила. У стварности, координатни систем прорачунске платформе садржи мали отклон од навигационог координатног система услед грешака сензора. Овај отклон се представља вектором Ψ . Формални запис овог отклона је помоћу матрице трансформације која повезује прорачунски и навигациони координатни систем:

$$\mathbf{C}_P^N = [\mathbf{I} - \Psi] \mathbf{C}_P^N, \text{ where } \Psi \times = \Psi. \quad (6.4)$$

Једначине (6.1-6.4) показују да грешке позиције и брзине директно зависе од специфичних сила односно убрзања у навигационом координатном систему \mathbf{f}^N , грешака оријентације Ψ и грешака акцелерометара $\delta \mathbf{f}^B$ односно грешке измерених специфичних сила у везаном координатном систему.

Мерења убрзања у везаном систему сама по себи садрже грешке сензора, а додатно постоји грешка при њиховој трансформација у навигациони координатни систем због нетачности информације о оријентацији платформе. Ове грешке угла утичу на прорачун угаоних брзина ротације ω_{IE}^N и ω_{EN}^N , што даље повећава раздешеност између тачних оријентација навигационог и везаног координатног система.

Излази акцелерометара и брзинских жirosкопа се најчешће моделују помоћу 5 до 8 различитих параметара и случајних променљивих [123][124]. Неки типови грешака се занемарују за кратко време навигације. У условима ниске динамике, одговарајући модел се састоји од раздешености оса (односно везаног координатног система), офсета акцелерометара и фактора скалирања. Под истим условима и под претпоставком малих углова, када важе апроксимације $\cos \varphi \approx 1$, $\sin \varphi \approx \varphi$, мерења жirosкопа у координатном систему прорачунске платформе (“p”, латинично) се могу изразити помоћу угаоне брзине навигационог координатног система и првих извода грешака оријентације (6.5). Слично томе, излази акцелерометра са одговарајућим грешкама се могу записати као у (6.6):

$$[\omega_N \ \omega_E \ \omega_D]_P^T = \mathbf{C}_N^P [\omega_N \ \omega_E \ \omega_D]_N^T + [\dot{\Phi}_N \ \dot{\Phi}_E \ \dot{\Phi}_D], \quad (6.5)$$

$$[f_N \ f_E \ f_D]_P^T = \mathbf{C}_N^P [f_N \ f_E \ f_D]_N^T + [f_N \mu_N \ f_E \mu_E \ f_D \mu_D]_N^T + [B_N \ B_E \ B_D]_N^T, \quad (6.6)$$

где су:

μ_N, μ_E, μ_D – фактори скалирања акцелерометара,

B_N, B_E, B_D – офсети акцелерометара.

На основу ових модела грешака, динамика грешке SDINS који се креће споро мењајући брзину и оријентацију, може се записати по сваком од N-E-D канала као у следећем скупу спрегнутих диференцијалних једначина (6.7-6.12):

$$\delta\dot{E} = \delta V_E, \quad (6.7)$$

$$\delta\dot{N} = \delta V_N, \quad (6.8)$$

$$\delta\dot{V}_E = -g\Phi_N - f_N\Phi_D + B_E + f_E\mu_E, \quad (6.9)$$

$$\delta\dot{V}_N = g\Phi_E - f_E\Phi_D + B_N + f_N\mu_N, \quad (6.10)$$

$$\dot{\Phi}_N = \frac{\delta V_E}{R_e} + \omega_N^{dr}, \quad (6.11)$$

$$\dot{\Phi}_E = -\frac{\delta V_N}{R_e} + \omega_E^{dr}, \quad (6.12)$$

где важи

$$\dot{B}_N = \dot{B}_E = \dot{B}_D = f_N\dot{\mu}_N = f_E\dot{\mu}_E = f_D\dot{\mu}_D = 0, \quad (6.13)$$

при чему је

$\omega_E^{dr}, \omega_N^{dr}$ – пројекција споропроменљивих компоненти офсета жirosкопа у навигациони координатни систем.

Ово је врло груба апроксимација јер је код MEMS константна једино помереност односно неортогоналност оса. На основу овог модела биће урађена анализа динамике грешака за краткотрајну навигацију.

6.3. Динамика грешака INS за краткотрајну навигацију

Грешке навигационог система се могу груписати према природи грешака на:

- Стационарне или Шулерове (ориг. *Schuler*) компоненте које зависе од дрифта жirosкопа и офсета сензора;
- Нестационарне компоненте које потичу од скала фактора акцелерометара и грешке азимута, што их чини директно зависним од динамике возила односно објекта.

Због Шулерових компоненти грешка INS расте са временом, а због нестационарног дела расте са пређеним путем.

Табела 6.1 Грешке INS

Извор грешака	Значај	Опсервабилност
Грешке инерцијалних сензора: - офсети (<i>bias</i>) - фактори скалирања - преслушавање између оса - раздешеност оса - <i>random walk</i> - нелинеарност	Значајан утицај	Непроменљиви део грешке се може естимирати калибрацијом у лабораторији и процедуром финог или грубог хоризонтирања. Преостали део грешке и временски променљива компонента се могу естимирати и пратити естиматором – као што је Калманов филтар.
Грешке иницијализације: - хоризонтирање - грешке азимута - почетна позиција - почетна брзина	Значајан утицај	Може бити естимирано у фази финог или грубог хоризонтирања, односно естиматором (као што је Калманов филтар) у фази навигације.
Утицај околине: - температурна зависност - вибрације, ветар и сл.	компензован	Може бити естимиран у лабораторији
Грешке рачунања -коначна дужина рачунске речи, грешка заокруживања, кашњење -коначна учестаност одабирања	занемарив	Најчешће су познати параметри система

Према (6.7-6.13), примарни извори грешака при краткотрајној навигацији су приказани у табелама 6.1 и 6.2. Од свих врста грешака, до највеће грешке позиције временом доводе некомпензоване грешке жироскопа јер њихов допринос расте са трећим степеном времена [125]. Као пример, офсет жироскопа ниске класе тачности типично проузрокује грешку позиције од више десетина метара после мање од једног минута. Ипак, ако се урачунају грешке проузроковане начином монтаже уређаја и иницијализације у практичној примени, највећи утицај на грешку позиције ван судара, при трајању навигације од 10 до 20 секунди, имају грешке почетне брзине. Други највећи узрок грешке су офсети акцелерометра, а затим највероватније дрифт жироскопа. При краткотрајној навигацији, офсети узрокују већи раст грешке од дрифта сензора. У овој анализи је претпостављено да су офсети жироскопа константни у интервалу од интереса. То није увек случај јер сензори имају значајну промену офсета од укључења до укључења (енгл. *in-run bias in-stabilities*). Ако се промене офсета жироскопа не прате, њихов утицај јако брзо расте и временом постаје преовлађујући.

Табела 6.2 Пропагација компоненти грешака INS при краткотрајној навигацији (једноканални модел)

Врста грешке	Извори грешака	Утицај на грешку позиције
Грешке иницијализације	Грешка почетног нивелисања ($\Phi_E(0)$)	$g\Phi_E(0)\frac{t^2}{2}$
	Грешка почетног постављања по азимуту ($\Phi_D(0)$)	$\dot{\Lambda} \cos \varphi g\Phi_D(0)\frac{t^3}{6}$
	Грешка почетне брзине $\delta V_N(0)$	$\delta V_N(0)t$
	Грешка почетне позиције $\delta S_N(0)$	$\delta S_N(0)$
„Грешке сензора“	Офсет брзинског жироскопа B_{Egyro}	$gB_{Egyro}\frac{t^3}{6}$
	Офсет брзинског жироскопа у вертикалној равни B_{Dgyro}	$\dot{\Lambda} \cos \varphi B_{Dgyro}\frac{t^4}{24}$
	Офсет акцелерометра B_N	$B_N\frac{t^2}{2}$
Грешке карактеристичне за сударе	Нелинеарност сензора	
	Утицај линеарног убрзања на брзинске жирокопе („g-sensitivity“)	$\iiint B_g f(t)^2 dt dt dt$

где је $\dot{\Lambda} = \omega_e + V_E/R_E \cos \varphi$,

У условима судара, односно непосредно у том интервалу, повећан је утицај нелинеарности и деловање линеарног убрзања на брзинске жирокопе (енгл. “g-sensitivity”). Допринос утицаја линеарног убрзања на брзинске жирокопе је корелисан са преслушавањем између оса брзинских жироскопа (енгл. *cross-coupling*). Табела 6.2 показује приближан допринос сваког од ових извора грешака у случају ако се посматра једноканални модел [106]. B_g означава офсет жироскопа дуж једне осе, а који настаје услед деловања линеарног убрзања. Жирокопи су такође осетљиви и на вибрације, нарочито МЕМС ниске класе тачности. Утицај вибрација на брзинске жирокопе се моделује параметром “g²-sensitivity”. Уколико вибрације нису пригушене, а то се најчешће ради гуменим одбојницима, утицај “g²-sensitivity” може да достигне 0.3 °/s/g.

Коначно, комбиновањем табеле 6.2 и [126], може се написати апроксимативна формула (6.14) која повезује модел грешака и акумулацију грешке позиције у времену у хоризонталном каналу:

$$\delta S_N(t) \approx$$

$$\delta S_N(0) + \delta V_N(0)\Delta t + g\Phi_E(0)\frac{\Delta t^2}{2} + \Phi_D(0)V_N\Delta t + \quad \text{грешке иницијализације} \quad (6.14)$$

$$+ B_N(0)\frac{\Delta t^2}{2} + gB_{Egyro}\frac{\Delta t^3}{6} + \mu\frac{\Delta t^2}{2} + \mu_{gyro}g\frac{\Delta t^3}{6} + \quad \text{грешке сензора}$$

$$+ NL + Gsensitivity \quad \text{грешке карактеристичне за сударе}$$

6.4. Опсервабилност и естимација грешака INS

Модел грешака INS који је заснован на константним дрифтовима (6.7-6.13) важи само ако је интервал предикције неколико секунди. Грешке INS добијају се директним мерењем брзине и позиције помоћу GNSS. Према једначинама (6.9-6.10), ако постоји значајна промена угла азимута, онда се офсети убрзања B_E, B_N могу раздвојити од грешака хоризонтирања односно иницијалног постављања инерцијалне мерне јединице $\Phi_N(0), \Phi_E(0)$. У супротном је врло тешко раздвојити ове утицаје, јер су сви чиниоци $g\Phi_N, g\Phi_E, f_N\Phi_D, f_E\Phi_D$ приближно константни и већина промене оријентације возила је промена правца кретања односно угла скретања. Због тога нису опсервабилни офсети акцелерометара, фактори скалирања и грешке монтаже и могу се моделовати као део улазног шума система $\omega_1(t), \omega_2(t)$ [127]. Дрифт жироскопа је слабо опсервабилан и зато се исто може подвести под улазни шум $\omega_3(t), \omega_4(t)$. Естимација дрифта жироскопа је делом опсервабилна јер је повезана са податком о правцу кретања возила који се добија директним мерењем од GNSS-а. Ову естимацију зато треба раздвојити од осталих грешака вишег реда, као што су фактори скалирања, нелинеарности и грешке настале при монтажи инерцијалне мерне јединице. Естимација грешака INS може се приказати као у једначинама (6.15-6.20):

$$\delta \dot{S}_E = \delta V_E, \quad (6.15)$$

$$\delta \dot{S}_N = \delta V_N, \quad (6.16)$$

$$\delta \dot{V}_E = -g\Phi_N - f_N\Phi_D + \omega_1(t), \quad (6.17)$$

$$\delta \dot{V}_N = g\Phi_E - f_E\Phi_D + \omega_2(t), \quad (6.18)$$

$$\dot{\Phi}_N = \frac{\delta V_E}{R_e} + \omega_N^{dr} + \omega_3(t), \quad (6.19)$$

$$\dot{\Phi}_E = -\frac{\delta V_N}{R_e} + \omega_E^{dr} + \omega_4(t). \quad (6.20)$$

Једначине (6.15-6.20) указују да се грешка азимута Φ_D може раздвојити од грешке постављања по хоризонтали или нивелисања, Φ_N, Φ_E , али је та естимација врло непоуздана при константној брзини, односно ако су $\Delta f_N, \Delta f_E$ испод одређене вредности, што зависи од резолуције и шума мерења као и дужине опсервације.

Модели дрефтова жirosкопа су дати у везаном координатном систему, а естимирани су у навигационом координатном систему. Најједноставнија веза између дрефтова жirosкопа у ова два координатна система постиже се ако се уважи чињеница да возило при нормалној вожњи мења оријентацију, односно положај у простору, претежно мењањем угла скретања односно променом угла у хоризонталној равни. Тада се дрефтови жirosкопа у ова два координатна система могу повезати пројекцијама:

$$\omega_E^{dr} = \omega_{Xb}^{dr} \cos \psi + \omega_{Yb}^{dr} \sin \psi, \quad (6.21)$$

$$\omega_N^{dr} = \omega_{Xb}^{dr} \sin \psi + \omega_{Yb}^{dr} \cos \psi. \quad (6.22)$$

Дрефтови се најчешће моделују као Гаус-Марков случајни процес првог реда, описани диференцијалном једначином:

$$\dot{\omega}_{Xb}^{dr} = -\beta \omega_{Xb}^{dr} + A\sqrt{2\beta} \omega_6(t), \quad (6.23)$$

$$\dot{\omega}_{Yb}^{dr} = -\beta \omega_{Yb}^{dr} + A\sqrt{2\beta} \omega_7(t), \quad (6.24)$$

где су β, A – параметри корелационе функције (β – инверзна вредност времена корелације).

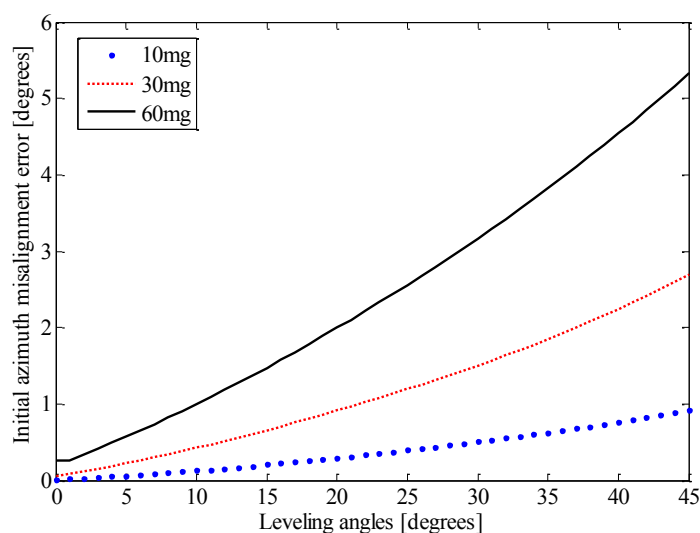
Приближни изрази за грешку почетног постављања односно нивелисања, која такође значајно доприноси укупној грешци, су већ дати у претходним поглављима.

6.5. Одређивања оријентације уређаја према возилу

Грешка оријентације IMU има један од највећих утицаја на тачност позиције у SDINS и зато је изузетно важно проверити колика је грешка при естимирању овог угла на

основу мерења сензора ниске класе тачности. У [114] приказана је метода за одређивање оријентације координатног система везаног за платформу у односу на систем везан за возило, условно названог „угла према азимуту“. Примењен је модел грешака акцелерометара у коме се могу занемарити све грешке осим офсета који могу износити и до 60 mg и фактора скалирања који могу бити и до 5 %. Непоклопљеност оса сензора је до 0.1 %. и занемарује се.

Грешка одређивања углова у хоризонталној равни директно утиче на рачунање угла азимута. Уколико нису уклоњени офсети акцелерометара, постоји њихов утицај на прорачун угла азимута као и утицај углова у хоризонталној равни (слика 6.1). У најгорем случају, при монтажи под углом од 45° и офсетом од 60 mg, утицај на азимут је близу 6° . При уобичајеним вредностима параметара, ова грешка је испод 1° .



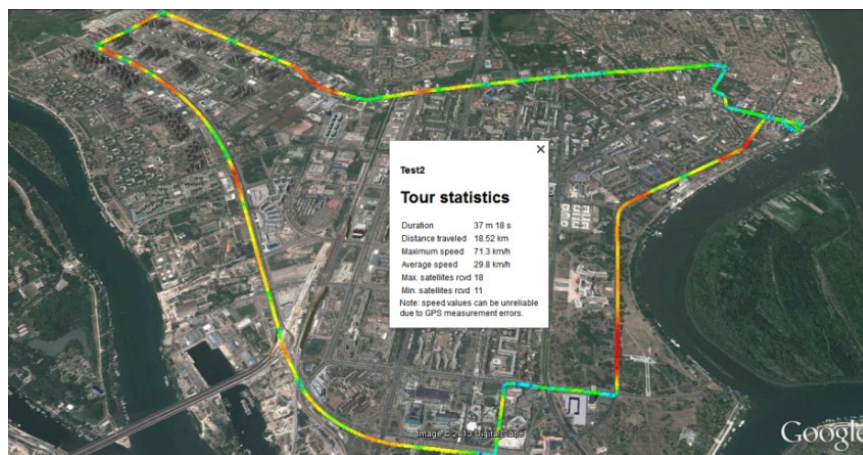
Слика 6.1 Утицај офсета акцелерометара и угла у хоризонталној равни на одређивање угла према азимуту

Углови у хоризонталној равни су опсервабилни само у стационарним режимима, при мировању или кретању константном брзином, а угао према азимуту у периодима са израженим убрзањем. Практично се показује да су периоди праволинијског кретања из стања мировања најпогоднији за одређивање угла према азимуту јер је најмањи шум мерења, изазван кретањем возила и неравнинама на путу.

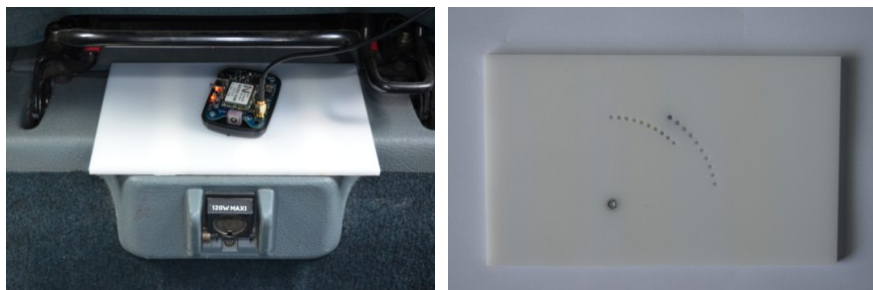
Возило опремљено сензорима и GNSS пријемником је вожено у три наврата по 19 km кроз градску средину (слика 6.2), где је у сваком пролазу мењан угао оријентације уређаја према возилу 5° , 15° и 25° (слика 6.3). Грешка почетног угла постављања уређаја

према возилу је непозната и процена је да износи $1-5^0$ укључујући и несавршености монтаже сензора и интерну непоклопљеност оса сензора и његовог кућишта.

У тесту су коришћени акцелерометри LSM303DLHC, брзински жирокоп L3G4200D, фреквенције давања излазних података од 200Hz. Проверава праволинијског кретања и одређивање угла према азимуту возила у NED систему је на основу излаза GPS/ГЛОНАСС пријемника NV08C-CSM [73]. Фреквенција добијања навигационог решења пријемника је 10 Hz.



Слика 6.2 Тест путања – одређивање оријентације к.с. платформе према к.с. возила



а)

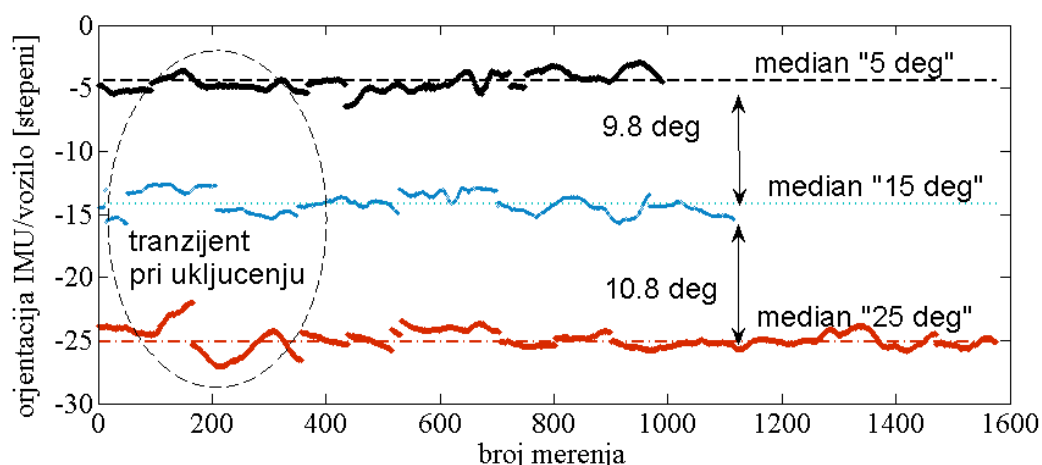
б)

Слика 6.3 Тест уређај а) монтажа б) подлога за прецизно монтирање по углу

У табели 6.3 су приказани резултати мерења. Током три теста трајања по око 30-40 минута, на располагању је било између 660 и 1125 мерења погодних за прорачун. Стандардна девијација резултата је у опсегу $0.6-0.8^0$, а разлика медијане и средње вредности око 0.1^0 . Графички приказ резултата (слика 6.4) показује естимирану релативну промену угла оријентације од 9.8^0 и 10.8^0 . Одавде следи да је грешка при одређивању угла оријентације IMU према возилу мања од 1^0 . Грешка може бити већа ван равнице.

Табела 6.3 Резултати одређивања оријентације платформе према возилу.

“номинална вредност” оријентације уређаја према возилу	Број мерења у стационарном стању насупрот броју мерења погодних за прорачун	Прорачунат угао оријентације		
		Средња вредност	медијана	Стандардна девијација
5°	13 /31% (660 мерења)	-4.38°	-4.37°	0.73°
15°	19/42% (1056 мерења)	-14.09°	-14.2°	0.8°
25°	12/58% (1125 мерења)	-24.92°	-25.09°	0.57°



Слика 6.4 Естимација угла оријентације уређаја према возилу за три различите монтаже

6.6. Тачност алгоритма инерцијалне навигације – пример

У следећем нумеричком примеру, биће размотрени потребни услови које један SDINS треба да задовољи за постизање задате тачности навигационог решења током предефинисаног кратког времена навигације.

Ради једноставности примера, може се претпоставити да у INS постоји n некорелисаних компоненти грешака сензора и грешака иницијализације. Укупна грешка позиције се тада може израчунати као корен суме квадрата сваке од грешака:

$$\text{укупна грешка} = \text{RSS}(1\sigma) = \sqrt{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_n^2}, \quad (6.25)$$

где је у означавању коришћен термин “*root of sum of squares*”, RSS.

У још једноставнијем примеру, претпоставка је да сви извори грешака подједнако доприносе укупној грешци система:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n, \quad (6.26)$$

што значи да је за задату укупну грешку $RSS(1\sigma)$, максимална дозвољена грешка која потиче од једног извора грешака износи:

$$\sigma_1 = \frac{RSS(1\sigma)}{\sqrt{n}}. \quad (6.27)$$

Листа грешака може обухватити три офсета, по један за сваку од оса сензора, затим три фактора скалирања акцелерометара, три офсета односно дрифта жироскопа, три фактора скалирања жироскопа, по шест преслушавања између оса акцелерометара и оса жироскопа, и на крају три „g-sensitivity“ параметра жироскопа. Ово је укупно 27 извора грешака INS које потичу само од сензора. Надаље се могу додати грешке постављања платформе у хоризонталној равни и по азимуту, а у општем случају и грешке почетне брзине и позиције. Последње две грешке не утичу на укупну грешку предложене методе за реконструкцију путање. У табели 6.4 приказане су све побројане врсте грешака. Може се поставити критеријум да тачност навигационог решења INS буде боља од 1 m после унапред задатог времена навигације. За испуњење тог критеријума је потребно да утицај сваке од набројаних грешака буде највише 0.21 m. Ова табела даље илуструје захтевани ниво грешака сензора и непоклопљености оса координатних система потребних за постизање задате тачности навигације, а при различитим трајањима навигације, односно реконструкције трајекторије Δt . Овај рачун је само индикатор који указује на критичне грешке INS. Ради једноставности, пример је дат на основу једноканалног модела INS, док је судар догађај у тродимензионалном простору.

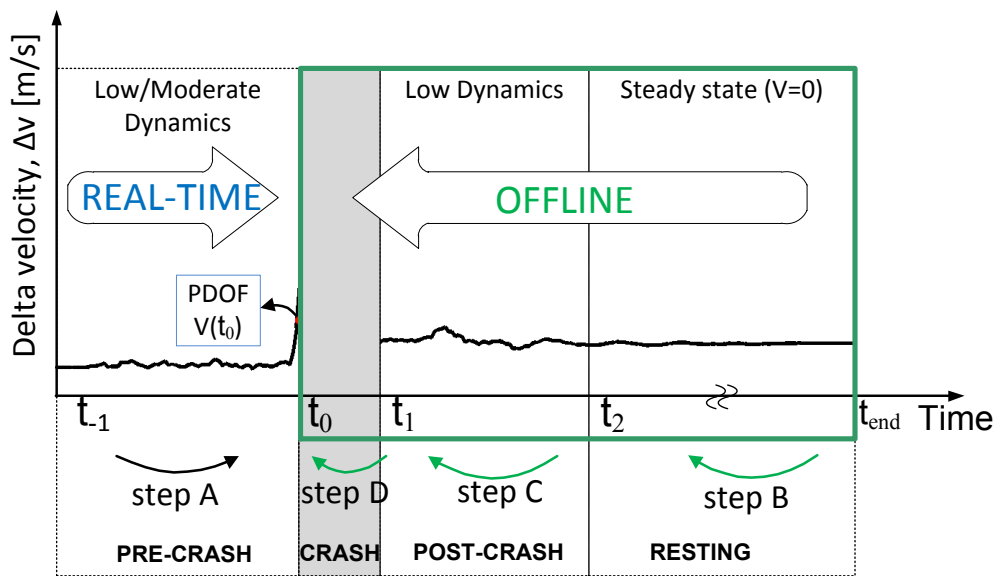
Табела 6.4 Вредности компоненти грешака INS које изазивају грешку позиције $\sim 0.2m$

Извори грешака	Период посматрања Δt			Утицај на грешку позиције
	1s	3s	5s	
$\Phi_E(0)$	2.28^0	0.27^0	0.1^0	$\sim t^2$
$\Phi_D(0)$	$\sim 7.16^0/V$	$\sim 0.27^0/V$	$\sim 0.06^0/V$	$\sim t^3, \sim 1/V$
$\delta V_N(0)$	Без утицаја на предложену методу			
$\delta S_N(0)$	Без утицаја на предложену методу			
B_{Egyro}	7.16^0	0.27^0	0.06^0	$\sim t^3$
B_{Dgyro}	$\sim 280^0/V$	$\sim 3.4^0/V$	$\sim 0.46^0/V$	$\sim t^4, \sim 1/V$
B_N	$0.42m/s^2$	$0.047m/s^2$	$0.017m/s^2$	$\sim t^2$
нелинеарност	Директно утиче на период судара од 50-250ms			
„g-sensitivity“				$\sim f^2 t^3$
Фактор скалирања	Константан за МЕМС, може се уклонити калибрацијом			
Раздешеност оса	Константан за МЕМС, може се уклонити калибрацијом			

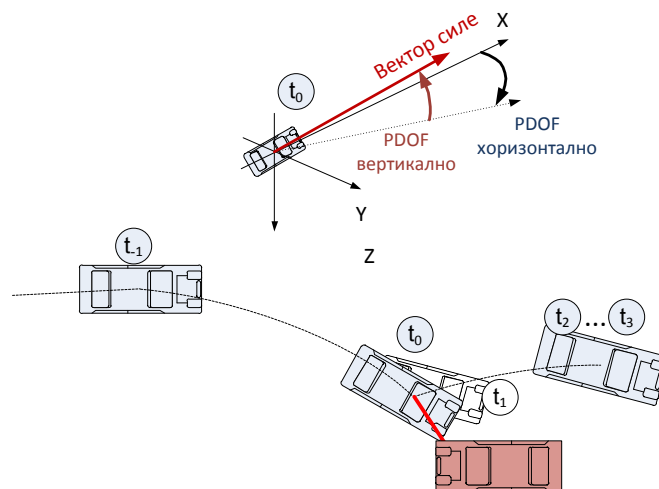
6.7. Метода реконструкције судара

6.7.1. Хронологија судара

На слици 6.5 издвојени су сегменти једног изолованог судара илустрованог сликом 6.6. Ради једноставности излагања, при даљој анализи биће занемарене особености сложенијих и вишеструких судара као и нагле промене амбијенталних услова, као што су температура и влажност.



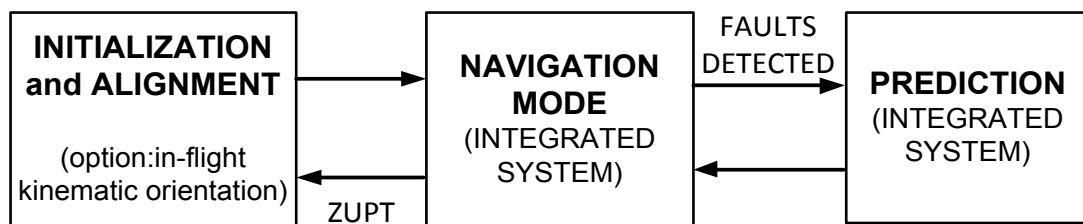
Слика 6.5 Хронологија типичног судара и предложени редослед корака реконструкције



Слика 6.6 Пример изолованог судара возила (приказ у равни)

Судар се може поделити на неколико фаза према динамици аутомобила: PRE-CRASH односно пре судара, CRASH или судар, POST-CRASH односно интервал непосредно после судара и RESTING POSITION односно крајњи положај или мировање. Претпостављене су следеће карактеристике сваког од ових сегмената, као и активности потребне за реконструкцију судара:

(1) PRE-CRASH (t_{-1} до t_0). Динамика возила је мала или осредња, убрзања (по било којој оси возила) су најчешће мања од ± 2 g. Овај сегмент практично траје од укључења уређаја и корисно је да уређај бележи излазе сензора и GNSS пријемника за накнадну анализу и побољшање модела грешке инерцијалних сензора. Најпогоднија реализација је помоћу довољно великог циркуларног бафера. Пожељно је сачувати за накнадну анализу податке током најмање 10 секунди. У овом периоду, уређај ради у INS/GNSS спрегнутом моду (*dead reckoning* – DR, NAVIGATION, навигација у прекиду, слика 6.7), где инерцијална навигација прорачунава референтну трајекторију, а затим се позиција и брзина коригују информацијом од GNSS као ређе доступног извора информација [128].



Слика 6.7 Мод рада пре судара - PRE-CRASH

(2) CRASH интервал (t_0 to t_1). Почетак овог сегмента у предложеном решењу је одређен помоћу URGENCY алгоритма [23][24], али су могућа и друга решења. Возило услед силине удара почиње да се креће у простору без ограничења у било којој равни. Уређај за детекцију судара, процењује у сваком тренутку промену вектора брзине (“delta-V”) у временском прозору од 30 ms. Када промена вектора брзине превазиђе праг дефинисан у свим правцима помоћу елипсоида, сматра се да је детектован судар. У тренутку почетка судара, може се израчунати правац силе PDOF у координатном систему возила. Прорачун користи основну тригонометрију и филтрирање сигнала, како би се потиснуо утицај шума на резултат. PDOF у локалном, NED координатном систему зависи од угла који заузима возило у простору у тренутку судара. У овом

интервалу, главни режим рада уређаја за анализу и реконструкцију судара је PREDICTION, односно предикција инерцијалном навигацијом, јер GNSS решење није поуздано при овој динамици.

(3) POST-CRASH (t_1 до t_2) или непосредно после судара је интервал мале или средње динамике док возило не пређе у стање мировања. Основни радни режим може бити PREDICTION, односно предикција инерцијалном навигацијом, или интегрисана навигација INS/GNSS зависно од видљивости сателита и трајања овог периода.

(4) RESTING POSITION или мировање (t_2 до t_{end}) – период у коме се возило налази у крајњем положају у мировању. Трајање овог периода може бити врло различито.

Ово је само једна предложена стратегија за бележење података и параметара судара и могући су и други приступи – као што је стављање акцента на *post*-анализи, чување дужих записа сензора и GNSS и накнадно одређивање модела грешака сензора и алгорита интеграције инерцијалног система и GNSS.

6.7.2. Алгоритам реконструкције

Алгоритам реконструкције кретања возила при судару заснива се на накнадној обради забележених излаза сензора, GNSS и навигационог решења израчунатог при кретању возила. Циљ алгорита је побољшање естимације кретања возила и то најпре позиције и оријентације у простору. Један могући приступ је побољшање естимације модела грешака SDINS и мање ослањање на податке који су забележени током мање поузданих стања система, као што је непосредно пред почетак судара.

Реконструкција кретања возила је могућа коришћењем SDINS и стандардном обрадом података према редоследу пристизања. Ово се може назвати методом „унапред“ (*forward*), као продужетак режима ПРЕДИКЦИЈА односно рачунске навигације. Овакав приступ подразумева следеће кораке: Током PRE-CRASH интервала, уређај односно алгоритам континуално процењује модел грешака инерцијалног система. У тренутку судара, угао пропињања и угао ваљања возила нису у потпуности познати, јер нису опсервабилни на основу GNSS сигнала. Они могу бити грубо процењени на основу посредних мерења. Ова посредна мерења могу укључити мерења промене атмосферског притиска односно промене висине баро-висиномером или неким другим сензором. Такође, могуће је пратити положај возила од претходног мировања, уколико није протекло сувише времена од последњег стања мировања

возила, односно ако решење инерцијалне навигације није постало сувише дивергентно. PDOF, који је у тренутку судара процењен у везаном координатном систему, неће бити познат у навигационом, тангентном, систему јер је непознат однос ова два система. Постоје изузеци, као што је појава судара док је возило паркирано. Надаље се током судара мењају карактеристике сензора услед деловања екстремне механичке силе. Мења се такође и модел грешака сензора и неке нове врсте грешака могу постати израженије. Ове грешке, које су одлика сензора само током судара, не могу се естимирати пре судара. Ту припадају нелинеарност и осетљивост на линеарно убрзање. У сценарију реконструкције „методом унапред“ надаље деградира израчуната трајекторија, све до краја CRASH интервала. Иако је ово најосетљивији интервал за реконструкцију кретања јер на возило делују највеће силе, утицај ових грешака је доста ограничен јер је трајање догађаја врло кратко. У POST-CRASH интервалу, као следећој и крајњој секвенци овог алгоритамског приступа, наставља се ПРЕДИКЦИЈА при чему се надаље акумулирају грешке инерцијалне навигације.

По дефиницији, реконструкција судара не захтева никакве обраде у реалном времену, односно може бити делимично или у потпуности део *post*-анализе. Следи, да је за реконструкцију судара, можда погоднија употреба неког типа естиматора који користе кашњење, као нпр. “*backward smoothing*” EKF [99]. EKF би у том случају био естиматор модела грешака инерцијалног система. Проблем овог приступа је што EKF није погодан за рад у системима у којима постоји овако нагла промена динамике, и модел грешака сензора притом није увек опсервабилан и може се значајно мењати.

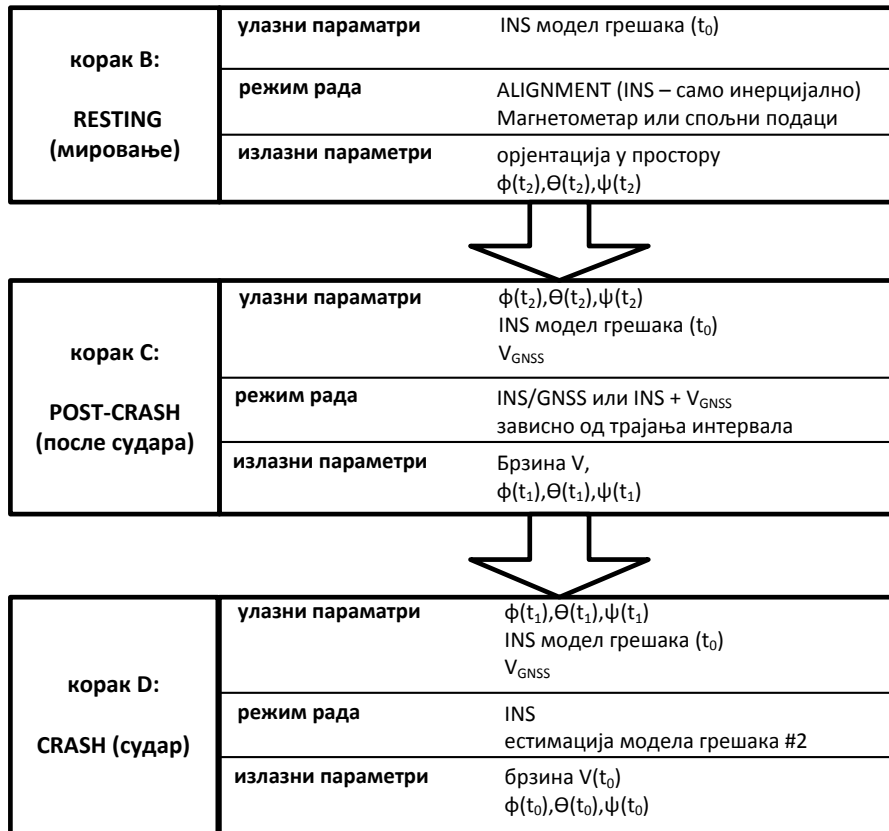
Коначно, овде је предложено решење које је засновано на накнадној обради података у редоследу супротном од њиховог оригиналног пристизања са излаза сензора – уназад. Ова обрада података је подељена на више режима рада сходно карактеристикама сваког од сегмената судара. Ови кораци су означени са A-B-C-D на сликама 6.5 и 6.8. За естимацију грешака интегрисаног система, кључни су RESTING и PRE-CRASH интервали. Тачност те процене грешака система надаље одређује укупну тачност позиције и положаја возила током судара. Предложени редослед корака и детаљи радних режима су дати на слици 6.9. Углови $[\varphi \theta \psi]$ представљају угао ваљања, пропињања и скретања возила у навигационом координатном систему.

У првом кораку се понавља ALIGNMENT процедура на подацима прикупљеним током мировања возила, RESTING POSITION, односно одређивање угла ваљања и пропињања аутомобила у мировању, када су вибрације најмање. Претпостављено је да

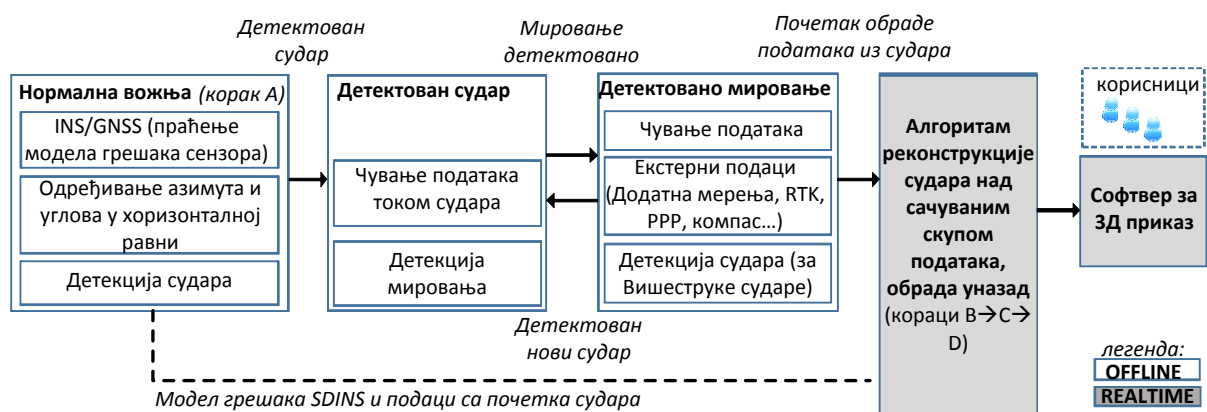
су тада на располагању и неки додатни спољни извори података, тако да је могуће одредити „тачну“ крајњу позицију и азимут возила, магнетометром, односно компасом или на неки други начин. Такође, офсети брзинских жироскопа се могу додатно уклонити на основу података забележених непосредно по почетку мировања возила. Из иницијализације система и PRE-CRASH интервала је познат детерминистички део офсета сензора. Трајање ALIGNMENT процедуре треба да буде довољно за смањање утицаја шума сензора на процену стања. У случају MEMS, то може бити и само 10 s, мада је оптимално ако трајање процене овог стања одговара минимуму графика квадратног корена Аланове варијансе [115]. У практичној реализацији, мало је вероватно да ће возило бити у потпуном мировању. Зато ALIGNMENT процедура може бити комбинована са мерењем варијансе излаза сензора, што може да укаже на неку активност. Резултат овог првог корака у алгоритму је „финални“ кватернион и коефицијенти матрице трансформације DCM. Овај „финални“ кватернион је заправо почетни кватернион за реконструкцију путање уназад. Почев од овог новог почетног стања, алгоритам естимира трајекторију возила у POST-CRASH сегменту, коришћењем само инерцијалне навигације (PREDICTION) или, ако постоје услови, у режиму интегрисане навигације, INS/GNSS. У току судара, CRASH интервал, користи се само инерцијална навигација. У практичној реализацији неопходно је комбиновати најмање два троосна акцелерометра различитог динамичког опсега, како би се постигао довољан укупан динамички опсег уз добру резолуцију и низак ниво шума сензора који су неопходни при уобичајеном кретању возила. Офсети акцелерометара великог динамичког опсега (тзв. „*high-G*“) су изузетно велики за употребу тих сензора без калибрације ван режима судара. Код сензора ниске класе тачности чији је динамички опсег 50-100 g, офсет у мирном стању може бити и преко 10 m/s². Сходно томе, у сваком од предложених радних режима и када год околности то дозвољавају, треба грубо процењивати офсет ових сензора. Нарочито су погодни периоди нормалне вожње и ALIGNMENT режим у RESTING POSITION. У ALIGNMENT режиму, ако је претходно добро урађено хоризонтирање платформе, односно ако су процењени углови између везаног и навигационог координатног система, може се сматрати да ће утицај нагиба терена бити занемарив при уклањању офсета ових сензора.

Овај алгоритам реконструкције завршава се доласком до тренутка детекције судара, односно краја PRE-CRASH интервала. Као резултат могу се упоредити почетна процена улазне брзине судара и нове процењене вредности. Такође, постоји нова

естимација положаја возила у навигационом координатном систему, односно углови ваљања, пропињања и правац кретања возила у NED систему. Резултати рада на развоју овог алгоритма публиковани су у [122].



Слика 6.8 Преглед корака еконструкције судара и режими рада



Слика 6.9 Један могући поступак чувања и обраде података

7. Експериментално испитивање

Метода реконструкције судара, предложена у поглављу 6.7.2, је експериментално проверена излагањем пројектоване мерне јединице условима судара и снимањем догађаја додатним (референтним) мерним системом више класе тачности. Поред верификације методе, експеримент треба да помогне у одговарању на питања:

1) Да ли се овом методом постиже довољно тачна процена грешке МЕМС акцелерометара и брзинских жироскопа за реконструкцију судара?

2) Да ли уређај опремљен МЕМС инерцијалним сензорима може да постане прихватљив алат за реконструкцију судара?

Извођење експеримента у коме се посматра судар правих аутомобила у лабораторијским условима је скуп и организационо захтеван процес. Зато су први тестови, за проверу концепта, изведени помоћу модела аутомобила опремљеног инерцијалном мерном јединицом.

7.1. Провера концепта употребом модела аутомобила

За проверу методе реконструкције судара инерцијална мерна јединица је постављена на даљински управљан 1:5 умањени модел аутомобила који је потом изложен сударима који су били поредиве динамике као код судара правих аутомобила. Употребљен је модел аутомобила са слике 7.1. Дужина возила је приближно 1 метар, а тежина 10 kg. Аутомобил је оклопљен чврстим металним лимом како би ниво деформације био што мањи. Може се сматрати да је понашање овог возила при судару слично понашању чврстог тела. Као погон је коришћен електрични мотор снаге 4 kW напајан из литијум-полимерске батерије. Модел аутомобила могао је да постигне брзину преко 80 km/h уз убрзање знатно изнад убрзања аутомобила. Пре извођења судара, серијом тестова показано је да не постоји значајан утицај електромагнетног зрачења мотора и електричног кола аутомобила на IMU и систем за аквизицију података.



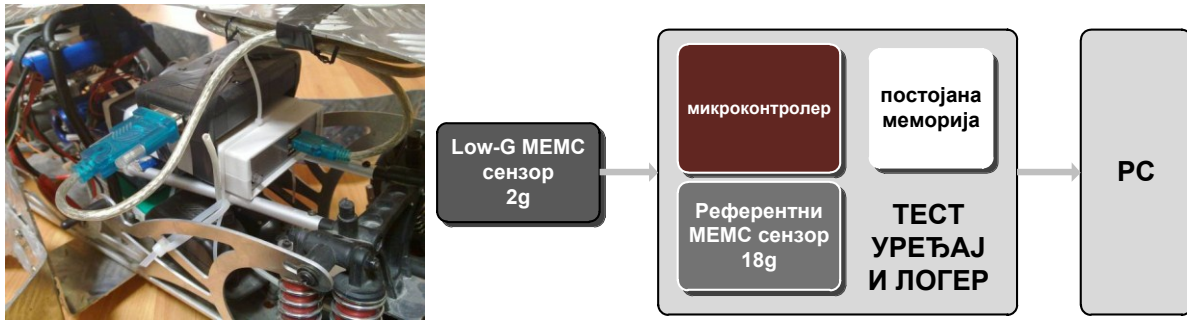
Слика 7.1 Модел аутомобила са инсталираним уређајем

7.1.1. Пример поставке тестирања моделом аутомобила

Тест је припремљен и изведен водећи рачуна о механичким карактеристикама објеката, тежини модела аутомобила, односу величине тачкова и неравнина подлоге, вибрације мотора и њихово амортизовање. У тесту су упоређене две инерцијалне мерне јединице, прва врло ниске класе тачности и друга референтна јединица индустријских карактеристика, описане у табели 7.1. Јединица ниске класе тачности је употребљена примарно ради анализе пропусног опсега и понашања овог типа сензора током судара. Референтни сензор је имао знатно бољу резолуцију односно осетљивост, као и динамички опсег. Циљ теста је провера рада алгоритма за детекцију судара, процену правца деловања механичке силе, као и провера да ли овај тип теста може бити употребљен за реконструкцију судара. Подаци су складиштени у трајној меморији и обрађени *offline* на рачунару опште намене, према опису на слици 7.2.

Табела 7.1 Произвођачке спецификације сензора у тесту

Параметар	Low G	Референти
Ознака компоненте	STMicro LIS302DL	Analog Devices ADIS 16340
Динамички опсег	$\pm 2 \text{ g}, \pm 8 \text{ g}$	$\pm 18 \text{ g}$
Врста сензора	MEMS, дигитални	MEMS, дигитални
Праг осетљивости	18 mg	3.33 mg
Учестаност одабирања	100 Hz	200 Hz



Слика 7.2 а) Модел аутомобила са инсталираном тест опремом б) блок дијаграм опреме за прикупљање и обраду података

Уређај је забележио фронтални судар модела аутомобила са постављеном препреком. Препрека је направљена од картонске кутије, углавном хомогеног садржаја, тежине приближне тежини модела аутомобила. Препрека је постављена на бетонску подлогу, а због малог трења између подлоге и препреке, положај препреке је ојачан металним подупирачима.

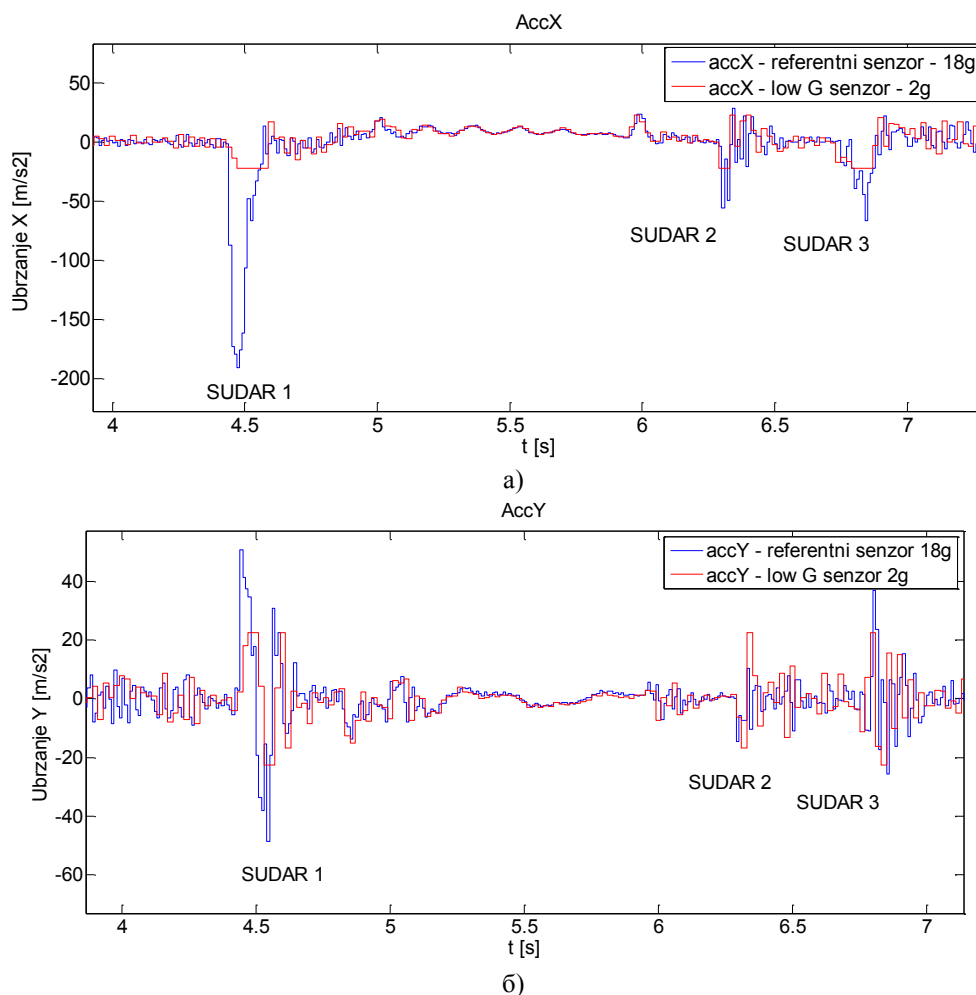
Брзина модела аутомобила при судару је износила око 30 km/h што је на слици 7.3 означено као „СУДАР 1“. Ударац је изазвао одбијање и пропињање модела аутомобила до угла између 45° и 90°, А затим враћање у хоризонтални положај, што је други ударац означен као „СУДАР 2“. Кретање модела аутомобила је настављено до директног чеоног ударца у металну конструкцију при малој брзини, означеног као „СУДАР 3“. Овај једноставни тест је прилика за посматрање понашања сензора при вишеструком судару са различитим препрекама.

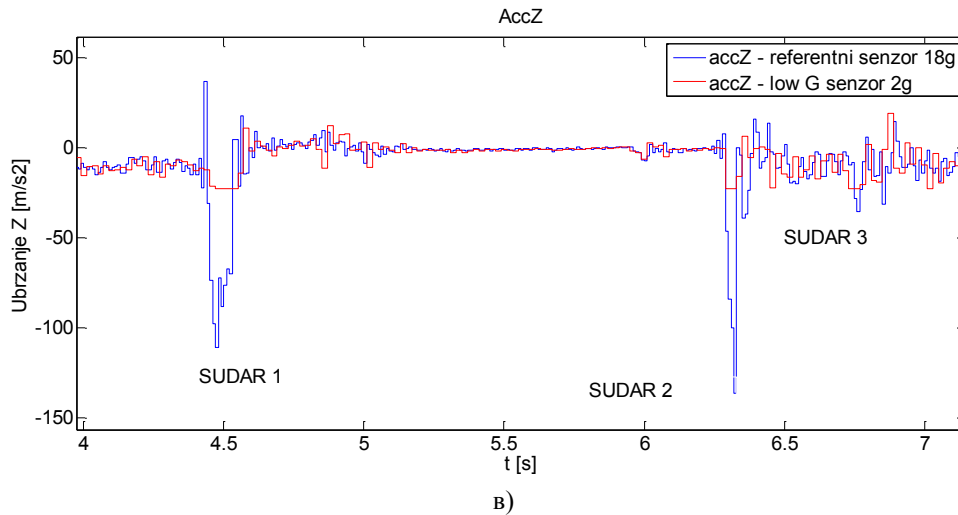


Слика 7.3 Тест моделом аутомобила

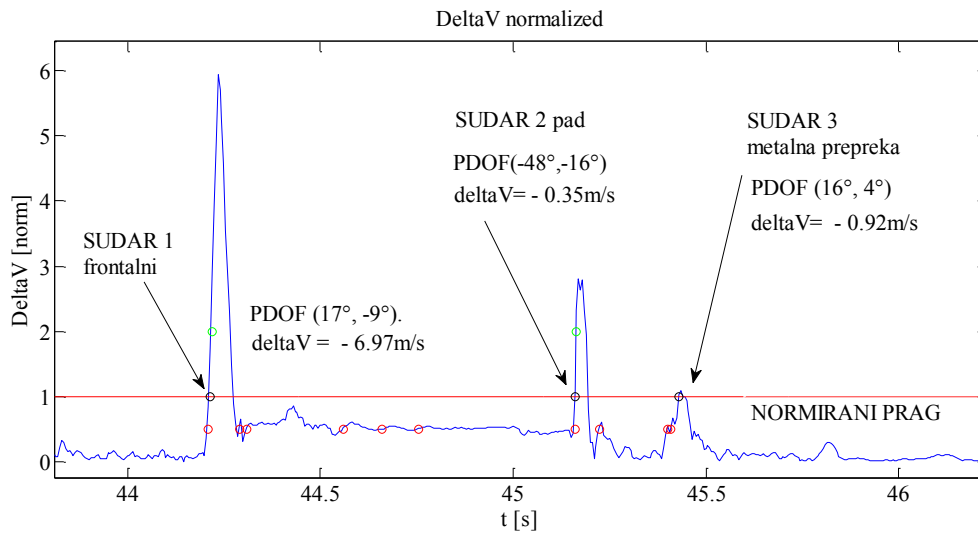
7.1.2. Пример резултата теста моделом аутомобила

На слици 7.4 су дата измерена убрзања модела аутомобила по свакој од оса. Уређај је успешно детектовао судар на основу мерења референтне инерцијалне јединице [121]. Детекција судара је према URGENCY алгоритму [23]. Праг за детекцију судара је математички описан помоћу елипсоида дефинисаног са (4g, 2g, 2g). При провери услова за детекцију судара, промена брзине односно вредност убрзања, је усредњавана на интервалу од 30 ms. Правац деловања силе, приказан на слици 7.5, је одређен у тренутку детекције судара, а не на максималној вредности судара. Процењена вредност PDOF при првом судару је 17° у хоризонталној и -8° у вертикалној равни. Ове вредности приближно одговарају правцу судара са видео снимка.





Слика 7.4 Измерена убрзања при тесту моделом аутомобила

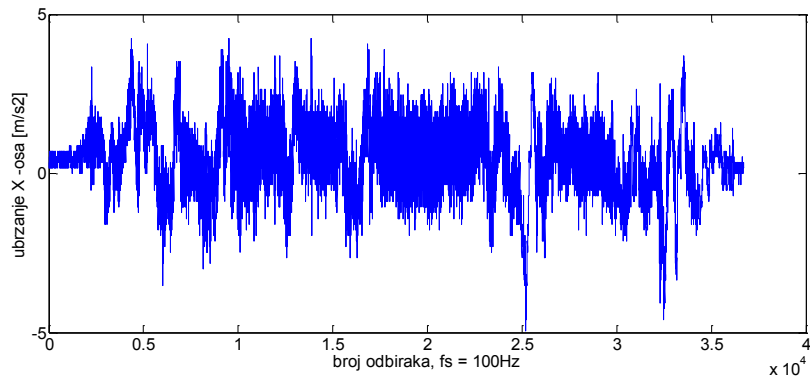


Слика 7.5 Нормирана вредност ΔV и процењени правци деловања силе

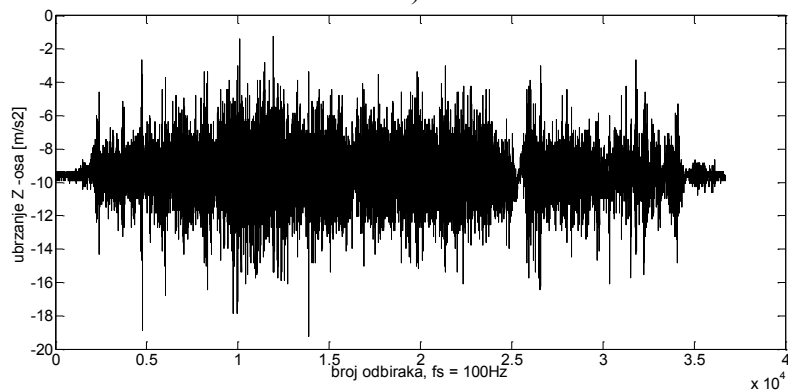
7.1.3. Недостаци тестирања моделом аутомобила

Утицај неравнина на путу на резултате мерења је био изузетно велики, иако је коришћени модел имао механичке амортизере и точкове са меком гумом,. Разлози су мала укупна маса возила и радијус точкова. Овакав шум директно зависи од брзине кретања и површине пута. Примери мерења убрзања модела аутомобила по две различите осе дати су на слици 7.6. Додатне разлике у односу на прави аутомобил су недостатак зоне деформације при судару (енгл. *crush zone*), доста виша динамика кретања и другачија управљивост, као и сила ударца која је поредиве али ипак различите магнитуде. Због честог проклизавања точкова, врло је тешко постићи

поновљивост експеримента са оваквим моделом. Закључено је да је овакав модел возила врло погодан за тестирање алгорита за детекцију судара и одређивање правца силе PDOF, али да је тешко употребљив за практично тестирање алгорита за реконструкцију трајекторије током судара због превеликих вибрација и специфичне динамике возила.



а)



б)

Слика 7.6 Пример утицај шума на мерење убрзања модела аутомобила а) уздужна оса б) вертикална оса

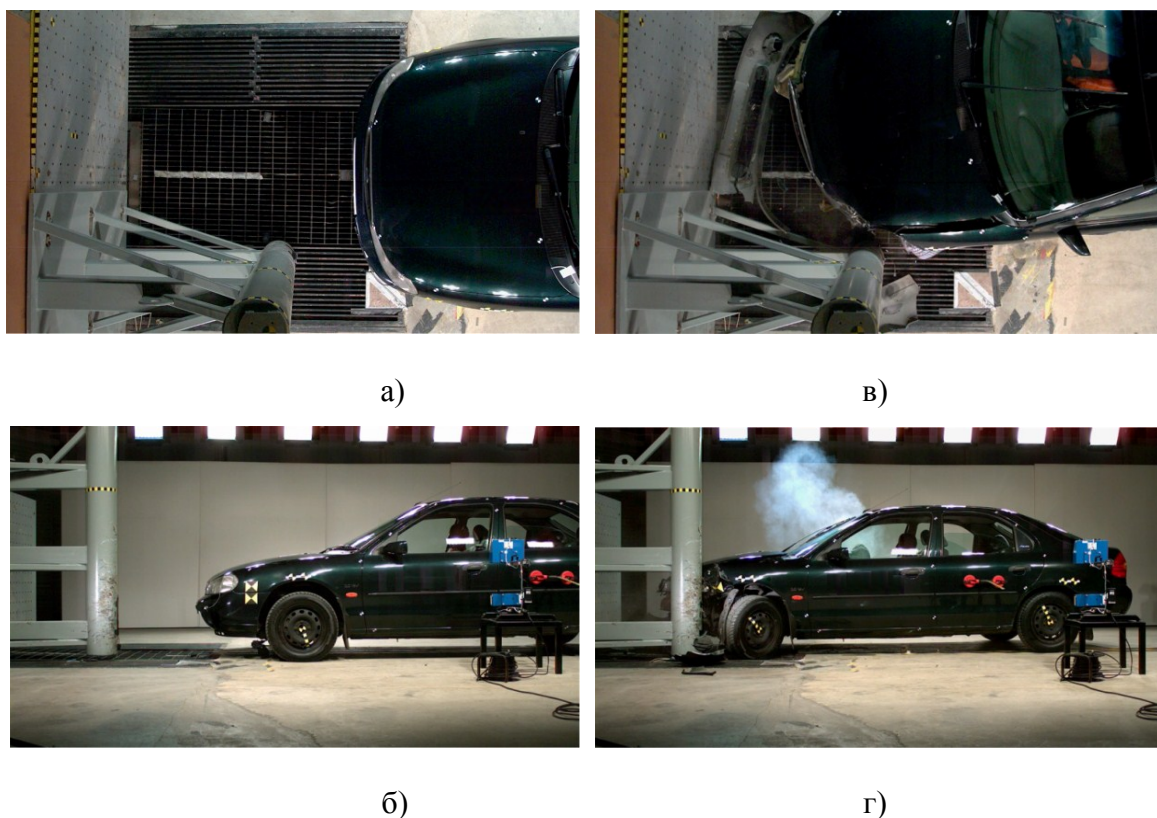
7.2. Провера у лабораторији за истраживање судара

Основна намена лабораторија за истраживање судара је испитивање безбедности возила и издавање сертификата о безбедности возила и опреме за возила, као и проучавање штете која настаје на различитим моделима аутомобила при неким од најчешћих облика судара. Њихова основна опрема обухвата следеће мерне инструменте:

- систем супер-брзих камера који снимају догађај у хоризонталној и вертикалној равни (односно бочно и из „птичје перспективе“)

- пиезорезистивни акцелерометри који имају одличне карактеристике управо у „шок“ окружењима, односно довољно широк пропусни опсег и малу нелинеарност тако да могу верно да прикажу судар.

Извођење испитивања је по правилу у затвореном простору без рипитера GNSS сигнала, што отежава извођење теста INS/GNSS система у контролисаним условима. Додатни проблем је то што је дужина путање возила из мировања до судара свега око 50 m. За прелажење тог пута је потребно неколико секунди. То значи да је период за процену грешака инерцијалног система веома кратак. Тунел у коме аутомобил убрзава је металне конструкције са зидовима од ребрастог лима, што неминовно доводи до великог броја рефлесија и преламања радио таласа. Постављање GNSS рипитера са антеном у близини места судара не би у потпуности решило проблем радио окружења и простирања GNSS сигнала. Зато је у жижу испитивања постављено понашање инерцијалног система током судара, а сензори су делом калибрисани пре самог мерења.



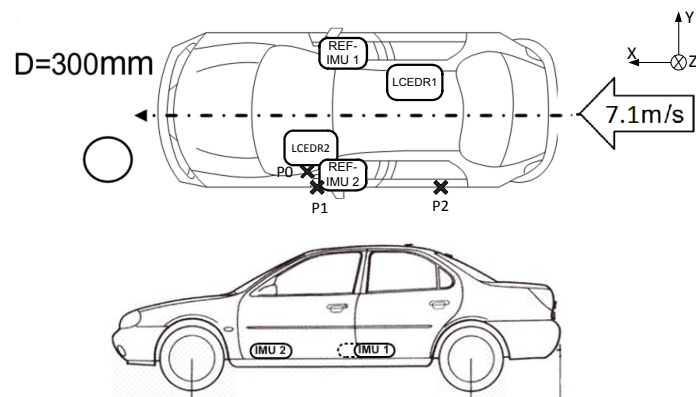
Слика 7.7 Извођење судара у контролисаном окружењу – снимак а)-б) пре судара в)-г) после судара

Путнички аутомобил је праволинијски вучен помоћу шине дуж тунела до судара са металном цеви. Цев је померена за око 40 сантиметара од уздужне осе возила, као што је дато на слици 7.7. Догађај је снимљен помоћу референтних лабораторијских акцелерометара (REF1, REF2), тест/испитних уређаја са инерцијалном мерном јединицом (LCEDR1, LCEDR2) монтираних на различитим позицијама унутар возила и две супер-брзе камере. Камере снимају брзином од 1000 фрејмова у секунди уз резолуцију од 1.3 милиона тачака. Тестни уређаји LCEDR1/2 су причвршћени директно за шасију возила што осигурава верно праћење кретања возила. Од особља лабораторије је добијен податак о измереној улазној брзини судара од 25.16 km/h. Снимак направљен брзим камерама пружа поуздане податке о позицији праћењем карактеристичних црно-жутих маркера на кључним тачкама возила. Маркери који су били погодни за праћење кретања возила означени су на слици 7.8 са P_0 , P_1 , P_2 . Изабрани маркери припадају делу на коме је мала деформацијом возила, а такође и централном делу снимљене сцене чиме је смањен утицај несавршене геометрије камере. Праћење оријентације аутомобил током судара помоћу камере је доста непоузданије него праћење позиције маркера. Исти тригер импулс покреће снимање камером и бележење излаза референтних сензора.

Пошто сензори и маркери који су праћени на снимку нису на истом месту, постоји одређено неслагање трајекторија које ове мерне тачке прелазе. У општем случају то важи и за положај GNSS антене. То је геометријски проблем, иначе познат под називом *non-zero lever arm offset* [106]. Овај померај се може математички компензовати транслацијом свих сензора у једну заједничку референтну тачку. Услов је да су позната сва растојања између датих тачака и осе ротације. У изведеном експерименту, сензори и праћени маркери приближно припадају једној равни и груписани су на растојању од 0.6 m. Оса ротације возила је јединствена за сваки судар, што је велики проблем за реконструкцију судара. Оса ротације се може приближно одредити праћењем погодних распоређених маркера. У овом случају, оса ротације је накнадно приближно одређена. И вертикална и хоризонтална оса ротације су биле врло близу места судара.

Тестни уређаји LCEDR1 и LCEDR2 комбинују излазе више различитих акцелерометара како би постигли велики динамички опсег, смањили шум мерења, повећали резолуцију и стабилност. Сензори су укључени око 10 минута пре почетка снимања догађаја. Овиме се осигурава да је прошао прелазни режим у коме мерења нису поуздана због загревања компоненте (енг. “*warm-up transient*”). Кретање било које

друге тачке на чврстом телу је могуће одредити ако се зна трајекторија инерцијалне мерне јединице у простору. Ово важи само ако се објекат понаша као „чврсто тело“, односно може се сматрати приближно тачним ако је мала деформација објекта.



Слика 7.8 Распоред инерцијалне мерне јединице и маркера

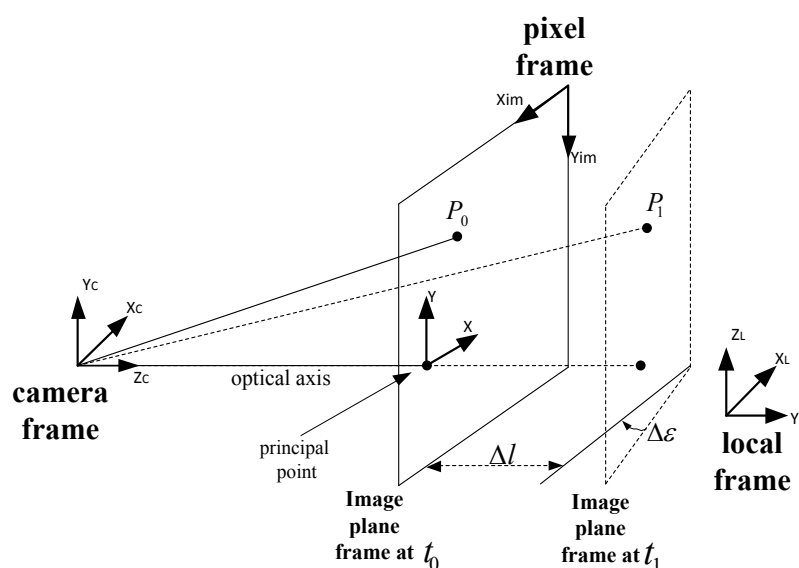
7.2.1. Анализа видео записа

У лабораторији за испитивање судара, постоје бочне и плафонске камере. Камере су редом постављене на растојањима од 9 m и 4.5 m од места судара, односно номиналне трајекторије аутомобила. Подаци о кретању возила у времену су издвојени на основу видео снимка анализом фрејмова. Постоји специјализовани софтвер за тзв. “*contour tracking*” односно праћење објекта на основу задатих или аутоматски одређених карактеристичних тачака, али током рада није било приступа таквом софтверу. Такав софтвер може значајно скратити време потребно за издвајање трајекторије. Главни извори грешака при анализи видео снимка су:

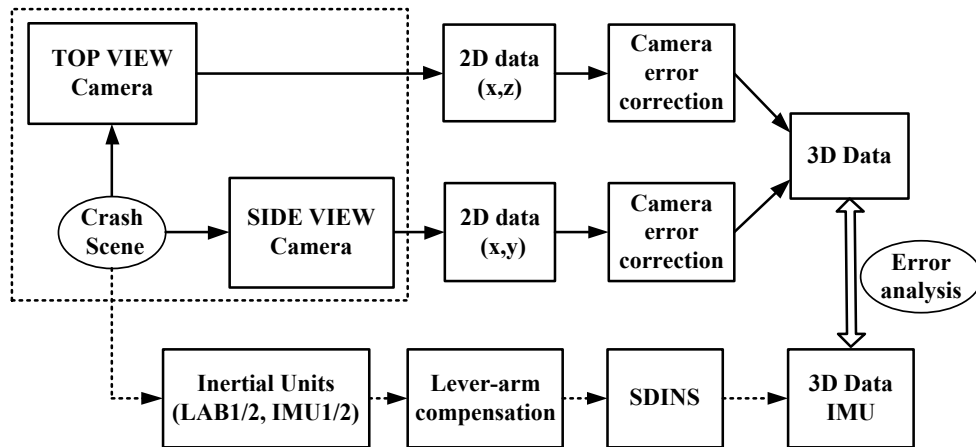
- „Спољашњи“ (енгл. *extrinsic*) параметри који зависе од забележене сцене - као што је грешка при трансформацији положаја тачака из референтне равни камере у раван возила.
- „Унутрашњи“ (енгл. *intrinsic*) параметри који не зависе од забележене сцене за одређену жижну даљину камера. Ове грешке укључују оптичке, геометријске и дигиталне карактеристике камере што обухвата пројекцију перспективе, изобличења услед несавршености сочива камере и сл.

„Спољашње“ грешке су директно сразмерне величини translације и ротације објекта. То се може уочити на примеру једног маркера снимљеног камером у два различита тренутка, а који притом припада двема различитим равнима на слици 7.9 ($P_0(t_0)$, $P_1(t_1)$). Према запису бочне камере, максимална translација дате равни током судара је 0.5 m (Δl) од номиналног растојања камере и објекта који износе 9 m. Одатле следи да је максимална промена величине пиксела датог видео снимка према физичком свету око 5%. Слично томе, максимална ротација равни снимљеног објекта на слици у односу на почетни положај исте равни је 8° ($\Delta \varepsilon$), што значи да је максимална грешка услед промене величине пиксела у физичком свете око 1%. За изведени тест, ово су доминантни извори грешке при одређивању положаја возила. Слична анализа се може извести и за камеру која бележи догађај одозго, што је приказано на слици 7.10.

„Унутрашње“ грешке нису биле унапред познате због недоступне спецификације камере. Пре снимања судара, није рађена додатна калибрација камера. Ипак, била је могућа одређена само-калибрација [129] на основу познавања физичких димензија аутомобила и саме сцене односно простора у лабораторији. Може се израчунати да пројекција перспективе није доминантан извор грешака за конкретна растојања између објекта и камера при овом тесту. Такође, при анализи је избегнуто праћење обојених маркера са периферних делова видео записа, чиме је смањен утицај изобличења услед геометрије сочива. Коначно, како нису познати сви параметри камере, запис је делимично коригован на основу само-калибрације. Табела 7.2 даје преглед израчунатих максималних релативних грешака позиције аутомобила према извору грешке.



Слика 7.9 Трансформација референтне равни слике

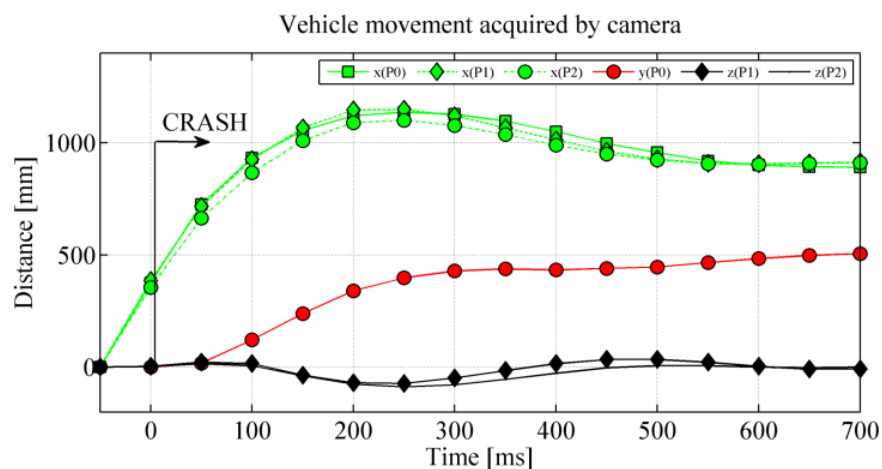


Слика 7.10 Обрада података

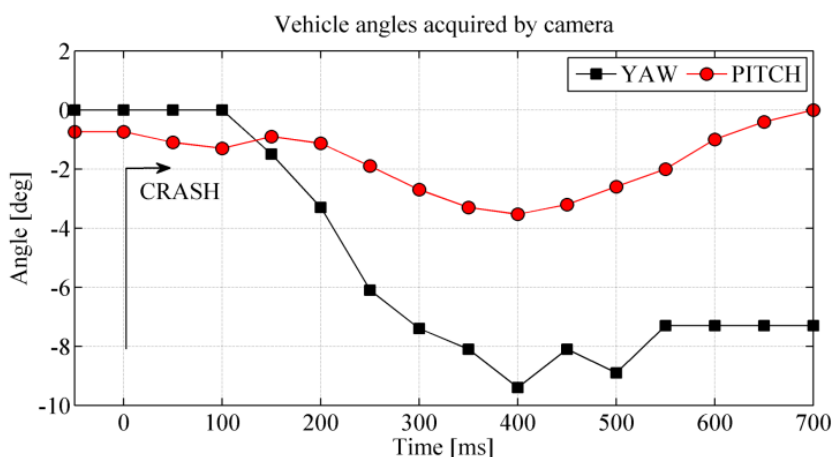
Табела 7.2 Главни извори грешака позиције одређених на основу видео записа

Врста грешке	Узрок грешке	Релативна грешка (БОЧНА КАМЕРА)	Релативна грешка (ГОРЊА КАМЕРА)
Спољашњи параметри	транслација ($\sim \Delta l$)	<5%	<2.2%
	ротација ($\sim \Delta \epsilon$)	<1%	<0.2%
Спољашњи параметри (независно од сцене)	Пројекција перспективе	Непознато, нису доминантне	Непознато, нису доминантне
	Трансформација координата у равни слике у координате у равни пиксела	<1%	<1%
	Изобличења оптике	Непознато, нису доминантне	Непознато, нису доминантне

Праћен је положај само оних маркера који нису трпели велику деформацију услед судара. Слика 7.11 приказује путању одређену на основу маркера, а на слици 7.12 је угловна оријентација возила у простору према процени на основу записа камера.



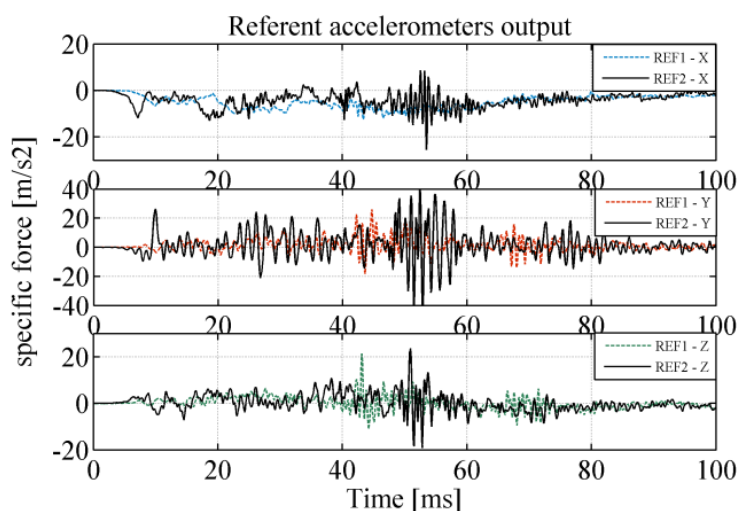
Слика 7.11 Трајекторија аутомобила током судара – процена према запису камера



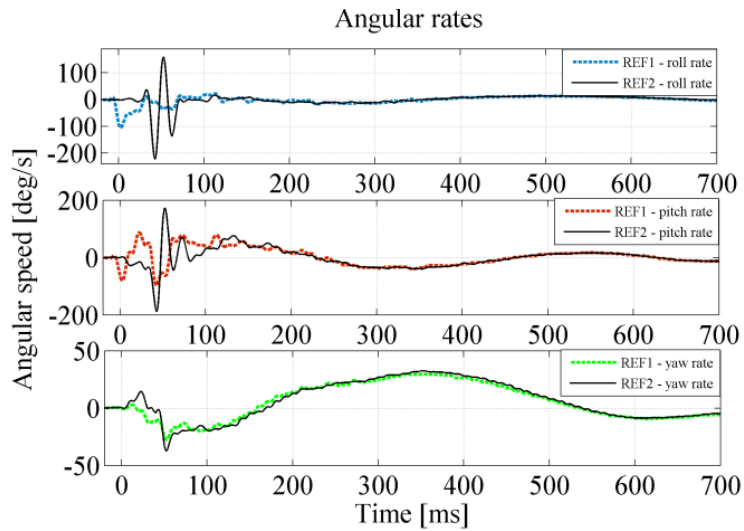
Слика 7.12 Оријентација аутомобила у NED током судара – процена према запису камера

7.2.2. Анализа мерења инерцијалних мерних јединица

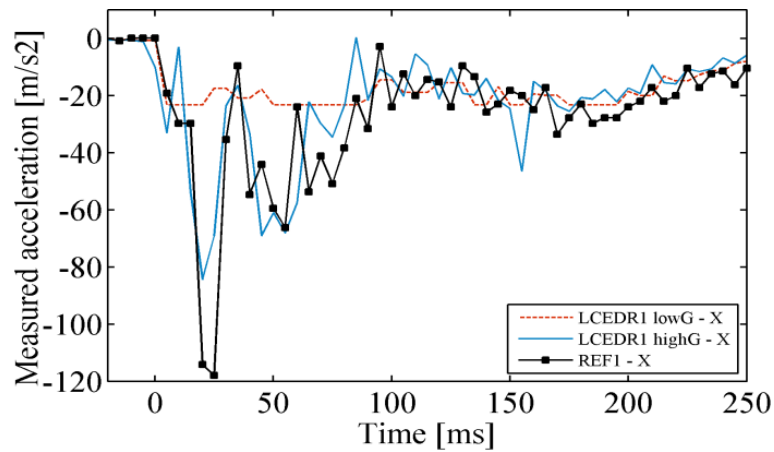
На слици 7.13 приказана су мерења референтних лабораторијских сензора REF1 и REF2 током 100 ms судара. Фреквенција мерења референтних сензора је 10 kHz. На слици 7.14 су дате угаоне брзине возила током судара измерене уређајима LCEDR1, LCEDR2 који су у овом тесту једини опремљени брзинским жirosкопима. На сликама 7.15 и 7.16 су упоређене измерене специфичне силе у правцу уздужне осе возила између акцелерометара различитог динамичког опсега у уређајима LCEDR1, LCEDR2 и њима одговарајућих референтних уређаја REF1, REF2.



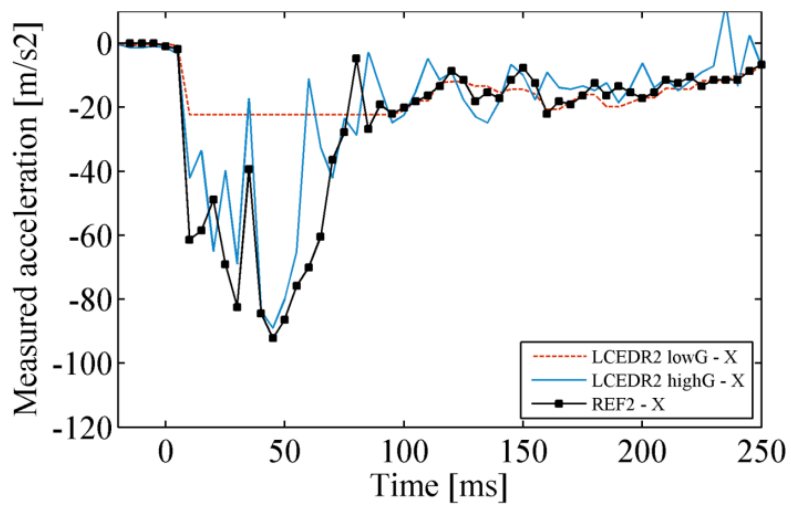
Слика 7.13 Излаз референтних лабораторијских акцелерометара током судара



Слика 7.14 Забележена угаона брзина аутомобила током судара



Слика 7.15 Убрзања у правцу уздужне осе мерено на левој страни возила



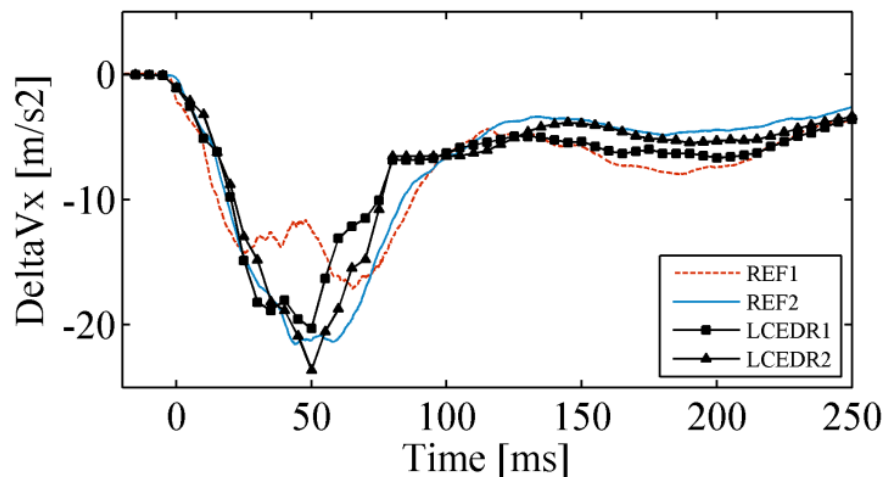
Слика 7.16 Убрзања у правцу уздужне осе мерено на десној страни аутомобила

7.2.3. Измерена механичка сила и правац силе

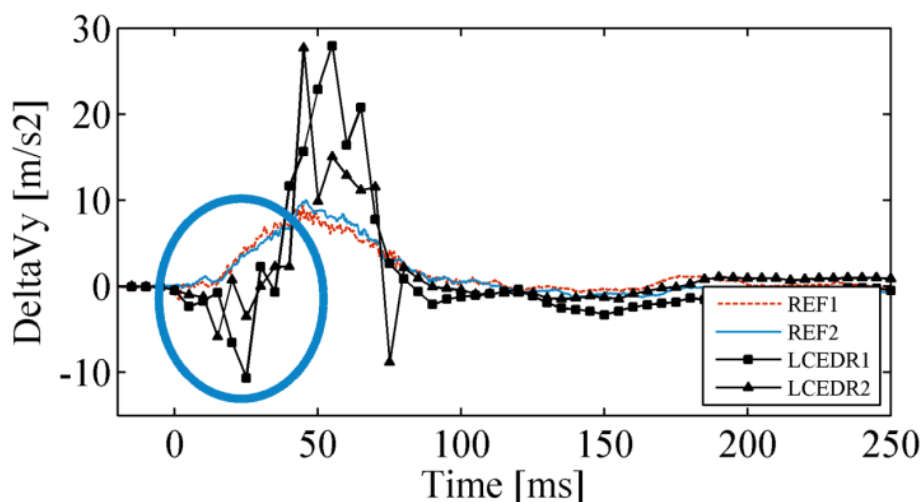
У табели 7.3 приказани су правци деловања механичке силе процењене помоћу четири мерне платформе REF1, REF2, LCEDR1, и LCEDR2. Процењени правци деловања силе у вертикалној равни су врло конзистентни, за разлику од резултата добијених у хоризонталној равни. Узрок се може уочити анализом брзине промене вектора брзине “delta-V” са слика 7.17 - 7.19. Записи са уређаја LCEDR1 и LCEDR2 имају негативну вредност у бочном правцу у тренутку детекције судара, што је на слици означено плавим кругом. Ово је главна разлика у односу на мерења преостала два уређаја. Вероватни узрок ове разлике је другачија монтажа уређаји или сама позиција где су постављени због деформације структуре возила. Уређаји LCEDR1 и LCEDR2 су причвршћени директно за шасију возила, а REF1 и REF2 за средњи Б-стуб.

Табела 7.3 Измерен правац деловања силе

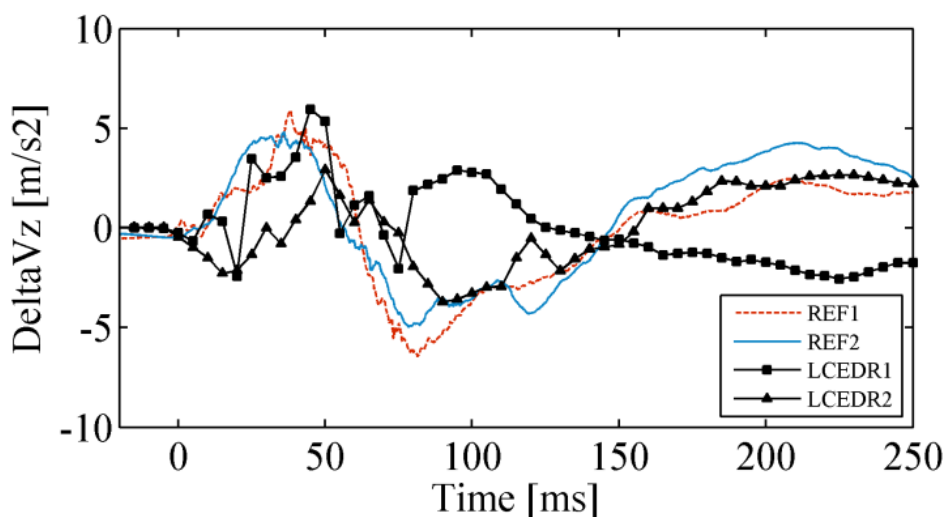
Уређај	Угао у хор. равни (везани к.с), овде преклопљен са NED	Угао у верт. равни (везани к.с), овде преклопљен са NED
REF1	-10°	14°
REF2	-6°	11°
LCEDR1	33^{0*}	11°
LCEDR2	43^{0*}	15°



Слика 7.17 Убрзање уздуж правца аутомобила усредњено на 30ms



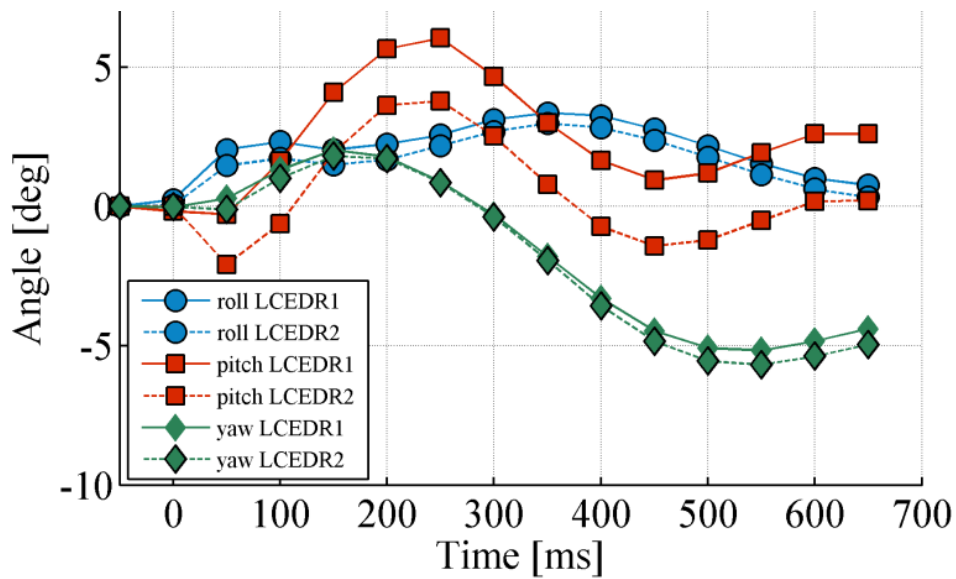
Слика 7.18 Бочно убрзање аутомобила усредњено на 30ms



Слика 7.19 Убрзање по вертикалној оси аутомобила усредњено на 30ms

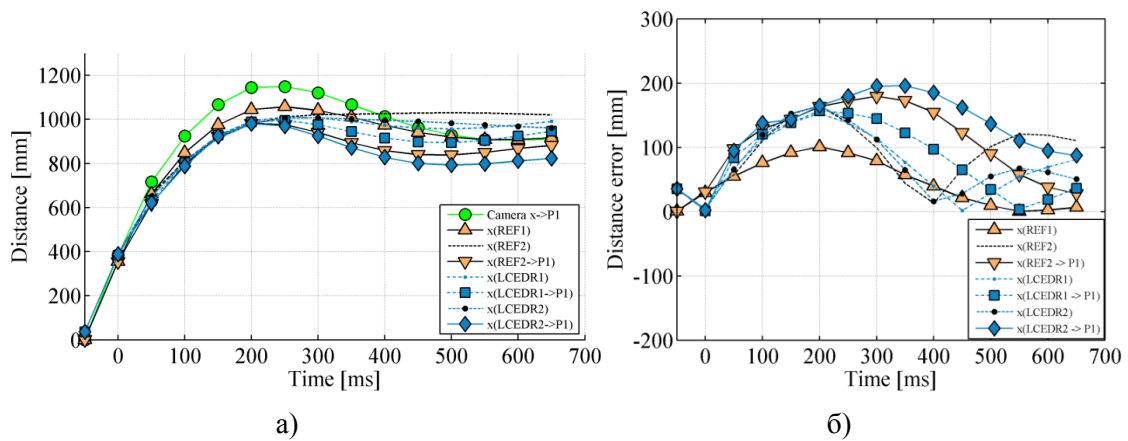
7.2.4. Резултати реконструкције трајекторије возила

За реконструкцију тродимензионе трајекторије возила непосредно током судара употребљена је *strapdown* инерцијална навигациона платформа. Платформа математички прорачунава трајекторију возила на основу мерења четири доступне групе сензора. На слици 7.20 су приказане процене оријентације возила на основу мерења сензора са LCEDR1/2. Резултат показује подударност углова ваљања, *roll* и скретања, *yaw*, док се разликује угао пропињања *pitch*. Необрађени подаци о брзини пропињања потврђују постојање кратког импулса на мерењима са LCEDR1, који вероватно потичу од лабаве монтаже уређаја, или од деформације дела аутомобила.

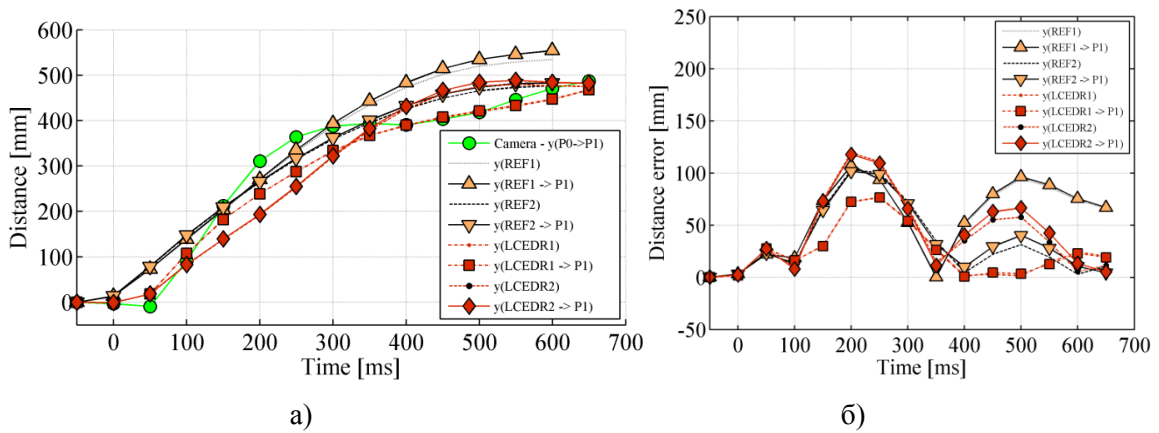


Слика 7.20 Промена оријентације аутомобила према мерењима брзинских жироскопа

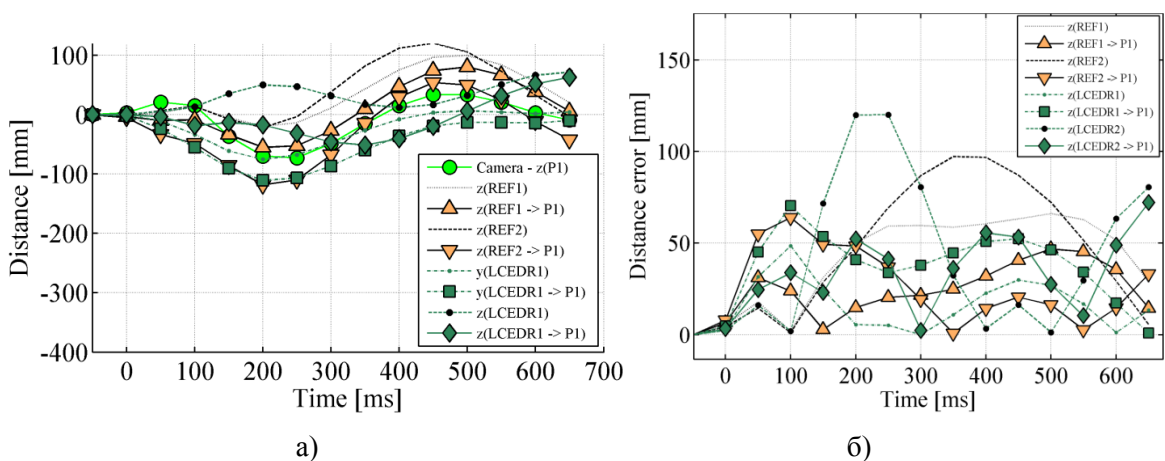
На сликама 7.21 – 7.23 су редом приказано уздужни, бочни и вертикални померај аутомобила у NED координатном систему према подацима добијеним са видео снимка, затим референтних лабораторијских уређаја REF1/2 и тестираних уређаја LCEDR1/2. За почетни положај аутомобила усвојен је положај у тренутку почетка мерења референтних сензора и почетка видео записа. Поређење је дато за најдинамичнији део судара у трајању од 750 ms. За сва мерења је урађена *lever-arm* компензација у исту референтну тачку P1, што је приказано на слици 7.8. Овим је значајно смањена грешка процене позиције. Разлика трајекторија добијених на основу видео снимка и интеграцијом инерцијалних сензора је на нивоу неколико дециметара. Тест је изведен у затвореном простору, без доступних сигнала GNSS. Због задатих услова тестирања, трајање почетног нивелисање платформе је било врло кратко као и периоди мировања и кретања у којима би систем обновио процене грешака сензора. Због наведеног, међу узроке грешке позиције треба убројати и грубе процене офсета и скала фактора сензора. Добијена трајекторија возила потврђује предложени концепт и потврђује могућност примене ове класе сензора за праћење кретања возила током судара, уз наравно прихватљиви ниво грешке током врло кратког времена навигације.



Слика 7.21 а) Процењена трајекторија аутомобила на основу видео записа и на основу инерцијалне навигације - уздужна оса б) одступање процене инерцијалне навигације од положаја процењеног на основу камера – уздужна оса



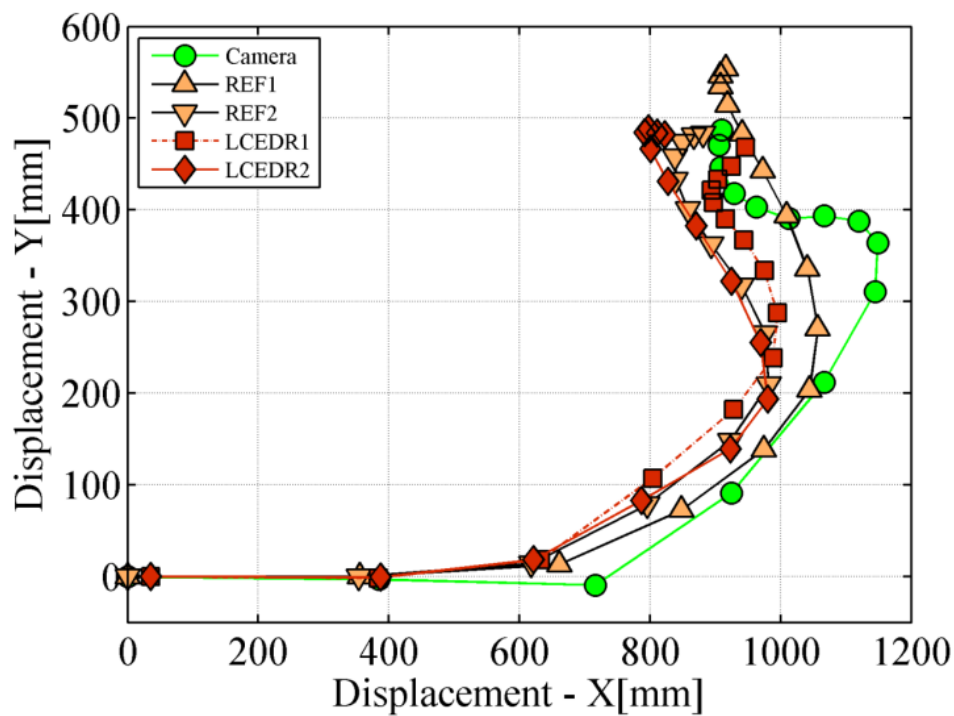
Слика 7.22 а) Процењена трајекторија аутомобила на основу видео записа и на основу инерцијалне навигације – бочно кретање б) одступање процене инерцијалне навигације од положаја процењеног на основу камера – бочно кретање



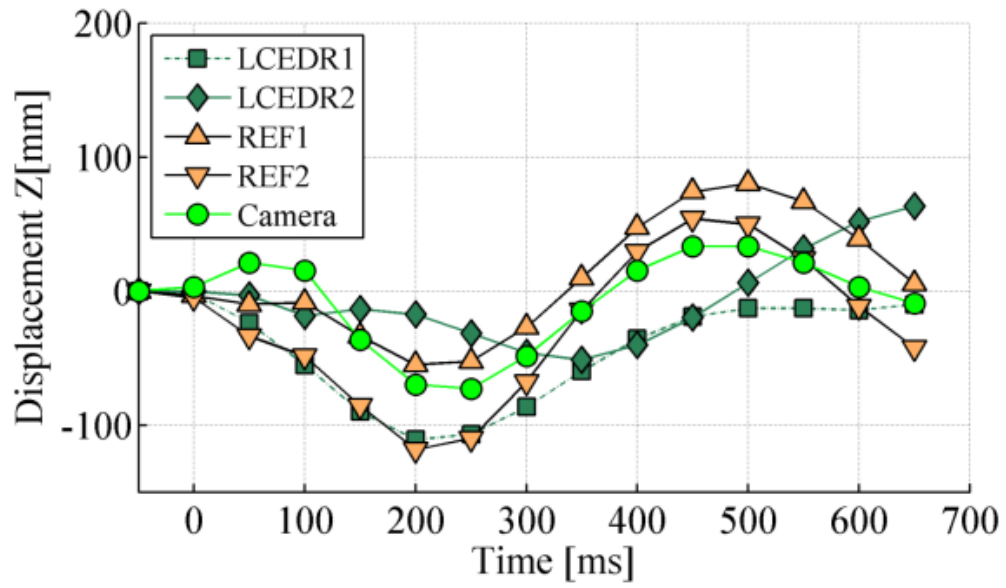
Слика 7.23 а) Процењена трајекторија аутомобила на основу видео записа и на основу инерцијалне навигације – вертикална равна б) одступање процене инерцијалне навигације од положаја процењеног на основу камера – вертикална равна

Према резултатима добијеним на основу LCEDR1/2, високофреквентне вибрације које су уочене на референтним сензорима, имају ограничен утицај на крајњу позицију. Сlike 7.24 и 7.25 приказују кретање возила у хоризонталној и у вертикалној равни, према мерењима различитих уређаја. Дати су само записи са компензованим утицајем *lever-arm* помераја. Слика 7.26 је добијена преклапањем снимака аутомобила у два различита тренутка и илуструје бочно кретање возила током судара.

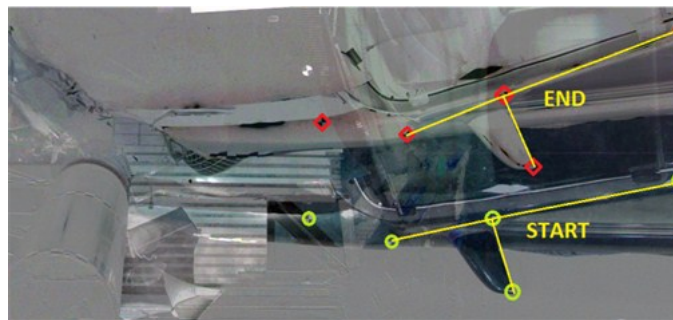
На слици 7.27 је изглед корисничке апликација за приказ и анализу података о судару и анимацију кретања возила током судара. На слици 7.28 приказан је уређај који је коришћен током теста. Табеле 7.4 и 7.5 садрже основне карактеристике употребљених сензора. Детаљан опис уређаја дат је у Прилогу 3.



Слика 7.24 Кретање аутомобила у хоризонталној равни



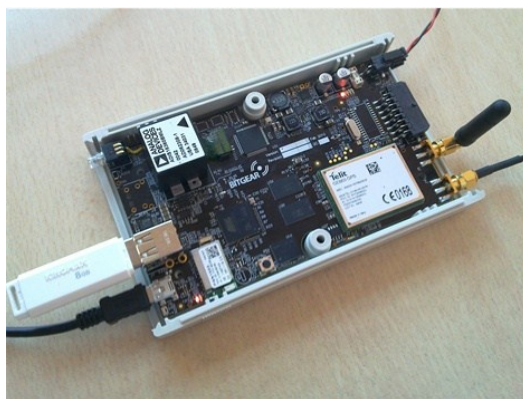
Слика 7.25 Кретање аутомобила у вертикалној равни



Слика 7.26 Бочни померај аутомобила током судара



Слика 7.27 Изглед корисничке апликације



Слика 7.28 Тестни уређај (Битгип)

Табела 7.4 Карактеристике акцелерометара у тесту

Параметар	REF-lab	LCEDR-highG	LCEDR-lowG
Ознака компоненте	ENDEVCO 7264B-500	Freescale MMA3202, MMA1213	STMicro LIS302DLH
Динамички опсег	±500 g	±50, ±100g	±2, ±4, ±8 g
Врста сензора	Пиезорезистивни, аналогни, undamped	MEMС, аналогни, рациометријски	MEMС, дигитални
Праг осетљивости	0.8m V/g	20 mV/g	1 mg
Пропусни опсег	3000 Hz	400 Hz	200 Hz
Грешка нелинеарности	±1 %	±1 %	/
Шум (СГСС)Noise PSD	/	110 uV/sqrt(Hz)	218 ug/sqrt(Hz)
Одступање излазног напона при нултом убрзању (Zero-G output)	±25 mV	±150 mV	±20 mg

Табела 7.5 Карактеристике брзинских жироскопа у тесту

Параметар	LCEDR
Ознака компоненте	Invensense IDG-500, ISZ-500
Динамички опсег	±500 ⁰ /s
Врста сензора	MEMС, аналогни
Праг осетљивости	2mV/ ⁰ /s
Пропусни опсег	140-200Hz
Грешка нелинеарности	<1%
Cross-axis sens.	±1%
Шум rms	0.6mV
Одступање излазног напона при нултом убрзању (Zero-G output)	±80mV

8. Закључак

Повећање количине информација о судару и побољшање метода за анализу доступних података је од изузетне важности за унапређење безбедности возила и расветљавање тешких саобраћајних судара у којима страдају милиони људи. У протеклој деценији је драстично увећано коришћење *Event Data Recorder* уређаја за иновирање традиционалног вештачења судара, али постојећи алати и методе и даље често не пружају довољно информација за откривање свих околности и узрока судара. Велики напредак је постигнут у коришћењу информација о судару добијених са излаза инерцијалних сензора уграђених у аутомобиле, али је употреба и даље ограничена на одређивање правца силе и оцене тежине судара. Коришћење математичког апарата који би користио прецизније информације о трајекторији возила непосредно пре, током и после судара ослањањем на *strapdown* инерцијални навигациони систем као и његово спрезање са сателитским навигационим системом за позиционирање и одређивање брзине у циљу смањење грешака су недовољно истражени, а практични тестови су врло ретки.

У раду су приказани математички принципи позиционирања употребом GNSS, евалуација узрока грешака позиционирања, три основне врсте опсервација који су основ за добијање навигационог решења укључујући естимацију брзине и убрзања GNSS пријемника. Демонстрирана је могућност модерног једнофреквентног пријемника у мерењу убрзања возила и упоређена са излазом инерцијалних сензора. Затим је демонстриран утицај избора естиматора стања на навигационо решења и предложени проширени Калманов филтар као естиматор који је погодно користити и при филтрирању GNSS решења, а такође и као естиматор грешака инерцијалног навигационог система. Детаљно су теоријски обрађена ограничења сателитске и инерцијалне навигације при великој динамици објекта. Уобичајена структура GNSS пријемника, односно пропусни опсег петљи за праћење сигнала, дозвољава рад пријемника у оквиру предвиђене грешке до убрзања од око 5g. Код инерцијалне навигације се више испољавају грешке услед нелинераности, утицаја вибрација, као и другачије карактеристике сензора у овим условима.

Приказан је математички модел грешака сензора и *strapdown* INS који одговара сензорима ниске класе тачности и датом начину коришћења за кратко време

навигације. Предложено је спрезање *strapdown* инерцијалног навигационог система и GNSS пријемника за реконструкцију тродимензионалне трајекторије возила. Познато је да је тачност интегрисаног INS/GNSS навигацијског система у највећој мери ограничена тачношћу и континуитетом GNSS мерења. Захтев за континуитетом GNSS мерења је нарочито критичан када се користе инерцијални сензори ниске класе тачности, јер у недостатку периодичне корекције позиције и брзине тачност решења интегрисаног система нагло опада. У случају реконструкције судара, важност ове интеграције је у повећавању учестаности којом се добијају решење позиције и брзине, реконструкцији вектора брзине и положаја возила, као и превазилажење ограничења GNSS пријемника у условима велике динамике. Основна намена интеграције је континуирано праћење модела грешака INS јер се тиме омогућава употреба јефтених MEMS погодних за масовну примену. Модерни GNSS пријемници у пракси имају изузетан континуитет при рачунању решења позиције и брзине. Због великог броја сателита у орбити то решење је најчешће добијено при врло повољном геометријском распореду сателита. На располагању су и помоћни сигнали са SBAS сателита којима се додатно смањује ниво случајних грешака. Ипак у урбаним условима се не могу избећи стандардни проблеми при простирању радио сигнала, од којих највише простирање по више путања односно *multipath*. Из тог разлога се при спрезању INS и GNSS треба заштитити од дивергенције алгоритма навигације у случају поремећаја сателитског решења. Предност модерних пројемника је употреба естиматора у виду динамичког филтра, који у условима нормалне динамике возила на интелигентан начин сузбија поремећаје навигационог решења.

Код стандардне примене *strapdown* INS, циљ је дугорочна предикцији кретања возила у равни у случају губитка GNSS. При томе је дозвољено пригушење грешке у вертикалном каналу. Такође је дозвољено увести извесна ограничења у бочном кретању возила према поједностављеном моделу кретања аутомобила. Насупрот томе, при реконструкцији трајекторије приликом судара, не смеју постојати таква ограничења кретања, али је време предикције зато добро дефинисано и врло ограничено.

У раду је теоријски и нумерички приказан значај почетног постављања инерцијалне мерне јединице по углу у хоризонталној равни, као и одређивање угла оријентације уређаја према возилу. Дат је једноставан и практично применљив алгоритам за рачунање овог угла при вожњи. Предложеним алгоритмом се постиже тачност боља од

1 степена, што поједностављује монтажу уређаја. Алгоритам је тестиран при три различита положаја мерне јединице при краћој градској возњи и показана је добра стабилност решења и брза конвергенција.

Развијени су алгоритам оријентације и навигације примерени овој класи сензора, који раде на учестаности одабирања еквивалентне инерцијалне мерне јединице. За решавање алгоритма оријентације су коришћени кватерниони, чиме се превазилази проблем сингуларитета који је присутан у случају коришћења Ојлерових углова за формирање матрице косинуса праваца. Предложен је децентрализован или каскадни алгоритам интеграције INS и GNSS као независних извора мерења. Ово је нарочито погодно за услове судара јер су извори информација независни у могу се погодно комбиновати. Затим је предложен алгоритам реконструкције путање уназад, почев од мирног стања возила. Овим приступом се уклањају неки од битних извора грешака, као што је грешка почетне брзине и позиције, као и смањење грешке постављања по углу у хоризонталној равни. Такође се осигурава боље уклањање офсета жirosкопа јер поступак предвиђа додатну естимацију офсета жirosкопа у мирном стању, када је утицај вибрација најмањи.

Верификација предложених алгоритама извршена је коришћењем реалног наменски развијеног интегрисаног INS/GNSS навигацијског. Тестирање је обављено у лабораторијским условима и то на правом аутомобилу и коришћењем модела возила. За формирање реалног модела система на располагању је био скуп инерцијалних сензора, GNSS пријемника и скуп референтних инерцијалних сензора. При реализацији SDINS је комбиновано више инерцијалних мерних јединица различитог динамичког опсега и резолуције. Овим је постигнута прецизнија процена грешака сензора при возњи на основу финијих мерења, а истовремено је обезбеђен веран запис и избегнута сатурација излаза сензора при судару. Нарочита пажња посвећена је синхронизацији снимања излаза сензора. У тесту са моделом аутомобила је приказана успешна детекција судара и одређивање правца силе. Ово је предуслов за реконструкцију трејекторије из мирног стања. Идентификовани су недостаци оваквог тестирања, а пре свега проблеми услед знатно већег утицаја вибрација због неравнина подлоге и отежане управљивости возила. Ова ограничења су користан путоказ другим истраживачима који се такође ослањају на овај вид експеримента као алтернативу тестирању коришћењем правих аутомобила што захтева знатно већи трошак.

У другој фази верификације изведен је тест у акредитованој лабораторији за сертификацију безбедности возила. У контролисаним условима је изведен судар путничког аутомобила и металне препреке при чему је догађај забележен референтним лабораторијским инерцијалним сензорима високе класе тачности и учестаности одабирања, паром брзих камера високе резолуције из два угла и тестираним уређајем са МЕМС сензорима. Како би се постигла боља тачност референтних мерења компензоване су грешке камера и *lever-arm* услед више мерних тачака. Резултати реконструкције путање пројектованим системом показали су дециметарско одступање у односу на запис видео камера што се може сматрати прихватљивим нивоом грешке који не утиче значајно на поузданост осветљавања догађаја. Анализирани су практични проблеми при монтажи уређаја и нивои офсета сензора при краткој калибрацији пре судара.

Детаљно је приказан развијени хардверско-софтверски систем за аквизицију и обраду података, као и развијени софтвер за приказ 3D реконструкције.

Примена резултата овог рада је у индустрији осигурања, аутомобилској индустрији и као део софтверских алата који се користе при анализи односно вештачењу судара. На бази овог истраживања развијени су посебни хардверско-софтверски модули и лиценцирани под комерцијалним условима на иностраном тржишту.

Као посебан допринос истраживања представљеног у овом раду може се навести следеће:

- Теоријски су објашњена ограничења постојећих метода сателитске навигације за примене у безбедности саобраћаја и праћење динамике возила при вожњи и при судару;
- Теоријски су објашњена ограничења постојећих метода инерцијалне навигације за примене у безбедности саобраћаја и праћење динамике возила при вожњи и при судару;
- Теоријски су објашњена ограничења постојећих метода интеграције инерцијалне и сателитске навигације за примене у безбедности саобраћаја и праћење динамике возила при вожњи и при судару;
- Предложена је нова метода реконструкције кретања возила током судара којом се може унапредити осветљавање узрока и околности судара;
- Приказан је практично применљив алгоритам за постављање инерцијалне мерне јединице у равни и одређивање оријентације уређаја у односу на возило;

- Анализирана је грешка трајекторије и њена зависност од почетног постављања платформе и перформанси сензора;
- Анализирана је могућност коришћења инерцијалне МЕМС технологије наспрам сензора више класе тачности и остали потребни услови за ширу практичну примену предложеног система.

Будућа истраживања

Неки од могућих даљих праваца развоја и тестирања предложене методе за реконструкцију судара су:

- Даље повећање флексибилности система и могућности обраде података ван платформе, као и приступ необрађеним подацима укључујући GNSS опсервације као и могућност да се запис GNSS мерења сведе на одбирке сигнала у основном опсегу. Овај начин рада омогућава обраду података софтверски дефинисаним GNSS пријемником као независном и флексибилном платформом која на исти начин користи податке са свих уређаја. Софтверски приступ омогућава боље праћење динамичног развоја GNSS јер је потпун пријемник реализован као одвојена и независна целина. Недостатак овог решења може бити велика количина података. Типична учестаност одабирања GNSS пријемника је 20-32 MSPS, а потребна резолуција конвертора од 2 до 8 бита. Истовремено, уклањањем потпуног пријемника са возила намена уређаја би постала уско специјализована, што може бити недостатак. Предност оваквог система може бити бржа пенетрација двофреквентног GNSS решења у масовну примену јер не зависи од произвођача GNSS модула, већ од избора антена и софтверске обраде.
- Увођење нових сензора, а пре свега баро-висиномера односно сензора притиска и магнетометра за бољу процену модела грешака инерцијалних сензора. Модерни баро-висиномери имају ниво шума испод 30 cm и могу значајно унапредити информацију у вертикалном каналу где је највећа грешка GNSS мерења. Увођење магнетометра као компоненте осетљиве на спољне утицаје треба да буде ограничено али и може значајно допринети идентификовању поремећаја у GNSS мерењима.
- Даље увођење корекција GNSS, а нарочито при накнадној обради података коришћењем спољних информација.
- При употреби података за вештачење судара од велике је важности информација о интегритету мерења и потребни су даљи кораци ка том циљу. Од велике важности је боље коришћење редувантих информација са више сензора. Одређен помак очекује се и од Galileo сателитског система.

Прилог 1 – Координатни системи и њихове трансформације

Координатни систем везан за Земљу

Координатни систем који је везан за Земљу (енгл. *Earth-Centered Earth-Fixed* - ECEF) је фиксиран референтни координатни систем чији се координатни почетак налази у центру масе Земље и који ротира заједно са Земљом угаоном брзином $\omega_e = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} \text{ rad/sec}$.

ECEF координатни систем се дефинише са:

- координатни почетак смештен је у центру масе Земље
- Z оса је нормална на екваторијалну раван и усмерена је у правцу северног пола
- позитиван смер X осе је у правцу нулте географске дужине
- позитиван смер Y осе је померен за 90° у правцу источне географске дужине
- раван X-Y се поклапа са екваторијалном равни

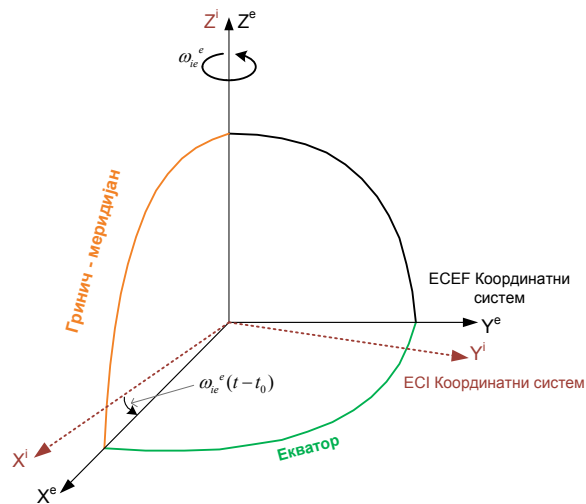
Инерцијални координатни систем

Инерцијални координатни систем (енгл. *Earth Centered Inertial* - ECI) је координатни систем у којем су Њутнови закони кретања и гравитације одрживи. Сматра се да овакав систем не поседује убрзање, већ се константно креће. Гравитациона сила Месеца и других небеских тела утичу на Земљину осу ротације, што имплицира да екваторијална раван није фиксна. Такође, орбита Земље која се формира кружењем око Сунца, није константна. Самим тим, када се анализира ECI координатни систем, дефинише се и референтна епоха.

ECI координатни систем је дефинисан са:

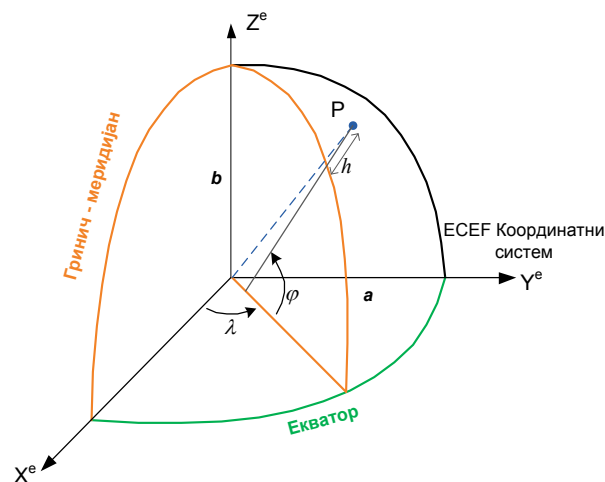
- координатни почетак се налази у центру масе Земље
- Z оса је нормална на екваторијалну раван и усмерена је у правцу северног пола
- позитиван смер X осе се дефинише у правцу пресека екваторијалне равни и равни еклиптика, тј. тачка од центра масе Земље ка правцу пролећне равнодневнице
- Y оса се затвара тако да систем формира десни координатни систем у екваторијалној равни

Најчешће коришћени тип ECI координатног система (J2000) се дефинише у односу на средњу вредност екваторијалне равни и равни Земљине орбите у 12:00 UTC (USNO) часова 01.01.2000. године.



Веза између ECI и ECEF координатних система

Међународни геодетски систем WGS-84



Разлика између геоцентричне висине и висине изнад WGS-84 елипсоида

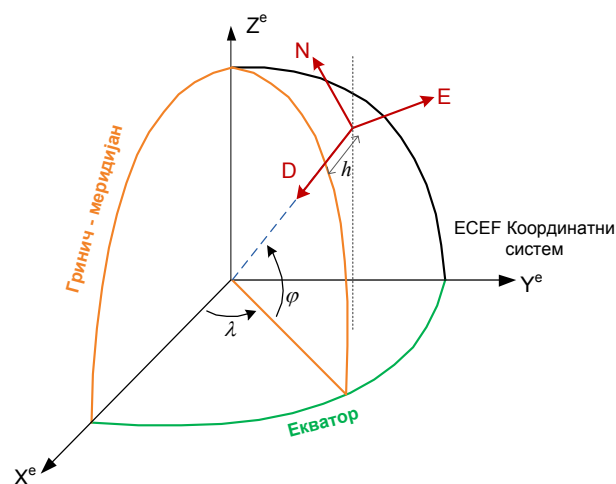
WGS-84 представља елипсоид који се користи као референтни координатни систем. У овом моделу, пресек Земље по екватору има полупречник 6,3781.137 km. У оквиру пресека Земље, који је нормалан на екваторијалну раван, садржана је Z оса, која се поклапа са поларним пречником Земље. Полуоса а је истих димензија као и средњи

екваторијални радијус, а полуоса b одговара поларном полупречнику Земље (6,356.7523142 km). Ексцентричност се може одредити на основу следећег израза:

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0.08181919093$$

Локални NED и ENU координатни системи

Локални координатни систем је везан за локалну тачку на површини Земље. Правац N осе је тангента на дату тачку усмерена ка северу (*North* - N). Правац E осе је такође тангента на дату тачку усмерена ка истоку (*East* - E), и заклапа са N осом прав угао. D оса је нормална на раван коју образују N и E оса и усмерена је ка центру Земље (*Downward* - D). Овакав систем везан за локалну тачку се назива NED систем. ENU координатни систем, има идентичне N и E осе, једино је U оса усмерена на горе (Up - U). На слици је приказан однос NED и земаљског система, где су λ – географска дужина, φ – географска ширина, h – висина.



Приказ односа ENU и ECEF координатних система

“Wander” азимут координатни систем

“Wander” азимут координатни систем је навигациони координатни систем који се користи у навигационим системима. Он елиминира недостатак локалног координатног система у близини полова. У локалном NED систему, NED ротира са кретањем

навигацијског система тежећи да N оса буде управљена ка северу. Уколико се навигацијски систем налази у близини пола, ова угловна брзина ротације система око D осе може знатно да порасте него када се систем налази даље од полова, односно, на мањим географским ширинама. У екстремном случају, у тренутку проласка кроз пол, угловна брзина ротације око D осе тежи бесконачности. То се види из израза за ротацију NED система у односу на Земљу:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{EN}}^{\text{N}} = \begin{bmatrix} \frac{V_E}{R_e + h} & \frac{-V_N}{R_e + h} & \frac{-V_E \tan \varphi}{R_e + h} \end{bmatrix}^T,$$

где су: V_E , V_N – брзина навигацијског система у правцу E и N осе, R_e – средњи полупречник Земље, φ - географска ширина и h – висина изнад Земље.

“Wander” координатни систем елиминише потребу за повећавањем угаоне брзине, тако што уместо да N оса буде усмерена ка северу, она се ротира око D (или U) осе за угао α (Wander угао). Вредност Wander угла се може израчунати на основу:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{V}{R_e + h} \tan \varphi \right).$$

Везани координатни систем

Везани координатни систем је одређен типом објекта који се посматра:

- Координатни почетак се налази у центру масе објекта
- X оса је оријентисана у правцу кретања, при чему лежи у симетричној равни посматраног објекта
- Y оса је усмерена у правцу десне стране објекта
- Положај Z осе је такав да се формира десно оријентисани координатни систем

Трансформација из инерцијалног у ECEF координатни систем

Вектор угаоне брзине ECEF координатног система (E) у односу на ECI координатних систем (I) изражен у ECEF систему се може представити као:

$$\boldsymbol{\omega}_{IE}^E = (0, 0, \omega_e)^T,$$

при чему важи $\omega_{IE}^E = \omega_{IE}^I$ и где је $\omega_e = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$ брзина ротације Земље.

Трансформација координата из инерцијалног у Земаљски (ECEF) координатни систем је посредством матрице трансформације

$$\mathbf{C}_I^E = \begin{bmatrix} \cos\omega_e t & \sin\omega_e t & 0 \\ -\sin\omega_e t & \cos\omega_e t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (\mathbf{C}_E^I)^T$$

Веза између ECEF и ECI координатног система:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_E = \mathbf{C}_I^E \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_I$$

Трансформација из ECEF у NED координатни систем

Ротациона матрица за конверзију ENU у ECEF је дата са:

$$\mathbf{C}_E^N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\lambda & \sin\lambda & 0 \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где су λ – географска дужина и φ – географска ширина.

Веза између ECEF и NED координатног система:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_N = \mathbf{C}_E^N \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_E$$

За трансформацију из ECEF у NED, поред ротације, мора се узети у обзир и просторна помереност самих координатних систем, што произилази из чињенице да су координатни почаци различити.

$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ D \end{bmatrix}_N = \mathbf{C}_E^N \cdot \left[\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_E - \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}_E \right]$$

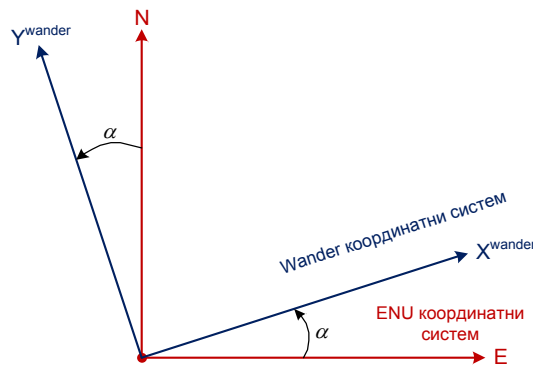
Трансформација из локалног NED у локални ENU координатни систем

Матрица трансформације координата из локалног NED у локални ENU координатни систем је

$$\mathbf{C}_{NED}^{ENU} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Трансформација из ENU/ECEF у Wander azimuth координатних система

Wander координатни систем ротира око Z осе за Wander угао α , у односу на ENU координатни систем.



Приказ везе Wander и ENU координатних система

Ротациона матрица за конверзију из Wander у ENU координатни систем је дата:

$$\mathbf{C}_W^{ENU} = \begin{bmatrix} \cos(-\alpha) & \sin(-\alpha) & 0 \\ -\sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_W^{ENU} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

За конверзију ENU у Wander, ротациона матрица се добија:

$$\mathbf{C}_{ENU}^W = (\mathbf{C}_W^{ENU})^T$$

Сада се добија:

$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ U \end{bmatrix}_{ENU} = \mathbf{C}_W^{ENU} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_W$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_W = \mathbf{C}_{ENU}^W \cdot \begin{bmatrix} N \\ E \\ U \end{bmatrix}_{ENU}$$

За конверзију Wander у ECEF и обрнуто се користе следеће ротационе матрице:

$$\mathbf{C}_W^E = \mathbf{C}_{ENU}^E \mathbf{C}_W^{ENU}$$

$$\mathbf{C}_E^W = (\mathbf{C}_W^E)^T$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} = \mathbf{C}_W^E \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_W$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_W = \mathbf{C}_E^W \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_E$$

Трансформација WGS-84 у ECEF координатни систем

Нека су дате вредности географске ширине (φ), географске дужине (λ) и висине (h) у WGS-84 координатном систему. Koordinate у ECEF координатном систему се добијају на основу:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ECEF} = \begin{bmatrix} \frac{a \cos \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \varphi}} + h \cos \lambda \cos \varphi \\ \frac{a \sin \lambda}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \varphi}} + h \sin \lambda \cos \varphi \\ \frac{a(1 - e^2) \sin \lambda}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} + h \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Трансформација координата из ECEF у WGS-84 се са високом тачношћу може реализовати:

$$\begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \left(1 + \frac{e^2 \sin \varphi \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}}{z} \right) \right) \\ \operatorname{atan2}(y, x) \\ \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\cos \varphi} - \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \end{bmatrix}$$

Прилог 2 – Аритметика кватерниона

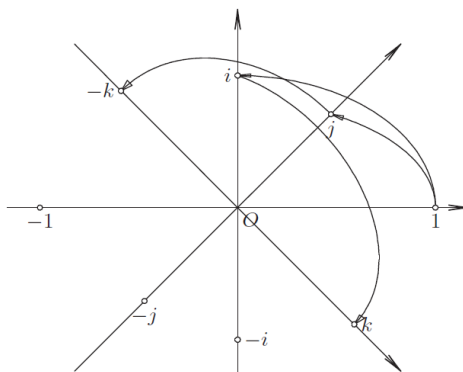
Кватерниони представљају проширење скупа комплексних бројева. Нарочито су погодни за прорачуне тродимензионалних ротација тела у простору. Појам кватерниона се објашњава на примеру операције дељења два вектора a и b . Резултат дељења два вектора, који у општем случају нису колинеарни, би требало да буде величина коју Q , која задовољава једнакост $a = Q \cdot b$. Овај производ геометријски представља дилатацију и обртање вектора b за неки угао $\theta = \angle(a, b)$, до поклапања са вектором a . Математичар Хамилтон је 1843. године дефинисао количник два вектора као збир броја A и вектора v , те она као таква није ни број ни вектор. Како између вектора у простору и уређених тројки постоји изоморфизам, то је величина Q одређена са четири броја, те јој одатле назив кватернион. За кватернионе важи да је:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

при чему важи:

$$\begin{aligned} ij = k & \quad ik = -j & \quad jk = i \\ ji = -k & \quad ki = j & \quad kj = -i \end{aligned}$$

односно графички се то може приказати:



Комплексно i код кватерниона представља ротацију за 180° око x осе, комплексно j представља ротацију за 180° степени око y осе и комплексно k ротацију за 180° степени око z осе. Такође, i^2 представља ротацију од 360° степени око x осе.

Основне рачунске операције са кватернионима

Сабирање и одузимање

Нека су дефинисана два кватерниона са: $Q_A = q_{0A} + i \cdot q_{1A} + j \cdot q_{2A} + k \cdot q_{3A}$ и $Q_B = q_{0B} + i \cdot q_{1B} + j \cdot q_{2B} + k \cdot q_{3B}$. Тада је збир или разлика ова два кватерниона дефинисана са:

$$Q_C = Q_A \pm Q_B = q_{0A} \pm q_{0B} + i \cdot (q_{1A} \pm q_{1B}) + j \cdot (q_{2A} \pm q_{2B}) + k \cdot (q_{3A} \pm q_{3B})$$

Множење два кватерниона:

Рачунска операција множења два кватерниона није комутативна, односно:

$$Q_A \cdot Q_B \neq Q_B \cdot Q_A.$$

Резултат множења два кватерниона зависи од редоследа којим се операција обавља.

Норма кватерниона

Уколико је са $Q = q_0 + i \cdot q_1 + j \cdot q_2 + k \cdot q_3$ дат општи облик кватерниона, тада је норма кватерниона дата са:

$$n = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}$$

док је нормирани кватернион дат са:

$$Q_n = \frac{q_0}{n} + i \cdot \frac{q_1}{n} + j \cdot \frac{q_2}{n} + k \cdot \frac{q_3}{n}$$

За нормирани кватернион важи да је $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$.

Конјуговани кватернион

Конјуговани кватернион се рачуна слично као и конјуговани комплексни број:

$$\bar{Q} = q_0 - i \cdot q_1 - j \cdot q_2 - k \cdot q_3$$

Дељење кватерниона

За дељење кватерниона се не користи ознака Q_1/Q_2 , јер операција множења кватерниона није комутативна те се јасно мора разликовати $Q_1 \cdot Q_2^{-1}$ и $Q_2^{-1} \cdot Q_1$. Уместо операције дељења, користи се операција множења са инверзном вредношћу. Уколико је кватернион нормализован, тада важи да је:

$$Q^{-1} = \bar{Q}$$

Трансформација Ојлерових углова у кватернион

Под Ојлеровим угловима сматрамо ротације око x, y и z осе. Ротација око x осе означена је са ψ и представља угао скретања, ротација око y осе је означена са θ и представља угао понирања или пропињања, док је ротација око z осе дата са φ и представља угао ваљања. За сваку од ротација око дате осе се може формирати један кватернион. Нека је са Q_A означен кватернион који представља ротацију око x осе, са

Q_B кватернион за ротацију око y осе и Q_C кватернион за ротацију око z осе. Ови кватерниони се могу записати на следећи начин:

$$Q_A = \cos \frac{\psi}{2} + i \cdot \sin \frac{\psi}{2} = c_1 + i \cdot s_1$$

$$Q_B = \cos \frac{\theta}{2} + j \cdot \sin \frac{\theta}{2} = c_2 + j \cdot s_2$$

$$Q_C = \cos \frac{\varphi}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi}{2} = c_3 + k \cdot s_3$$

Укупну ротацију могуће је представити преко једног кватерниона добијеног множењем појединачних кватерниона ротације око оса координатног система, према следећем распореду:

$$Q = Q_C \cdot Q_B \cdot Q_A$$

$$Q = (c_3 + k \cdot s_3) \cdot (c_2 + j \cdot s_2) \cdot (c_1 + i \cdot s_1)$$

$$Q = (c_2 c_3 + k c_2 s_3 + j s_2 c_3 - i s_2 s_3) \cdot (c_1 + i \cdot s_1)$$

$$Q = c_1 c_2 c_3 + s_1 s_2 s_3 + i \cdot (s_1 c_2 c_3 - c_1 s_2 s_3) + j \cdot (c_1 s_2 c_3 + s_1 c_2 s_3) + k \cdot (c_1 c_2 s_3 - s_1 s_2 c_3)$$

Дати кватернион се може представити и у матричној форми који уједно представља Ојлерову трансформацију углова у кватернион:

$$Q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} + \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \\ \cos \frac{\psi}{2} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix}$$

Лако се може закључити да је редослед ротација у претходном извођењу битан. Према најчешћој и овде коришћеној конвенцији, прво се узима у обзир ротација око x осе, затим око y осе и на крају око z осе.

Трансформација кватерниона у Ојлерове углове

Трансформација кватерниона се добија преко матрице сложене ротације, која се формира множењем три матрице основних ротација које представљају Ојлерове

ротације, и матрице која представља матрични запис кватерниона. Матрични запис кватерниона се описује се преко примера трансформације тачке у простору.

Нека је дат кватернион $Q = q_0 + i \cdot q_1 + j \cdot q_2 + k \cdot q_3$ који је нормиран, односно $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ и тачка P са координатама (x, y, z) . Тачку P се може написати помоћу кватерниона у следећем облику:

$$P = 0 + x \cdot i + y \cdot j + z \cdot k$$

Ротација тачке у простору преко кватерниона дата је са

$$P_B = Q \cdot P_A \cdot \bar{Q},$$

где је Q кватернион који описује ротацију, \bar{Q} је конјуговани кватернион, P_A почетна тачка, а P_B крајња тачка. Коначно, матрични запис кватерниона се добија из:

$$P_B = \mathbf{M} \cdot P_A$$

Множењем и груписањем одговарајућих чланова уз i, j и k , односно x, y и z , матрица \mathbf{M} добија облик:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2 \cdot (q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2 \cdot (q_0 q_2 + q_1 q_3) \\ 2 \cdot (q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2 \cdot (q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2 \cdot (q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2 \cdot (q_0 q_1 + q_2 q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}$$

Користећи матрични запис кватерниона \mathbf{M} , и матрицу сложене ротације, добијају се изрази за вредности Ојлерових углова, који су следећег облика:

$$\psi = \text{atan2}[2 \cdot (q_2 q_3 - q_0 q_1), (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)]$$

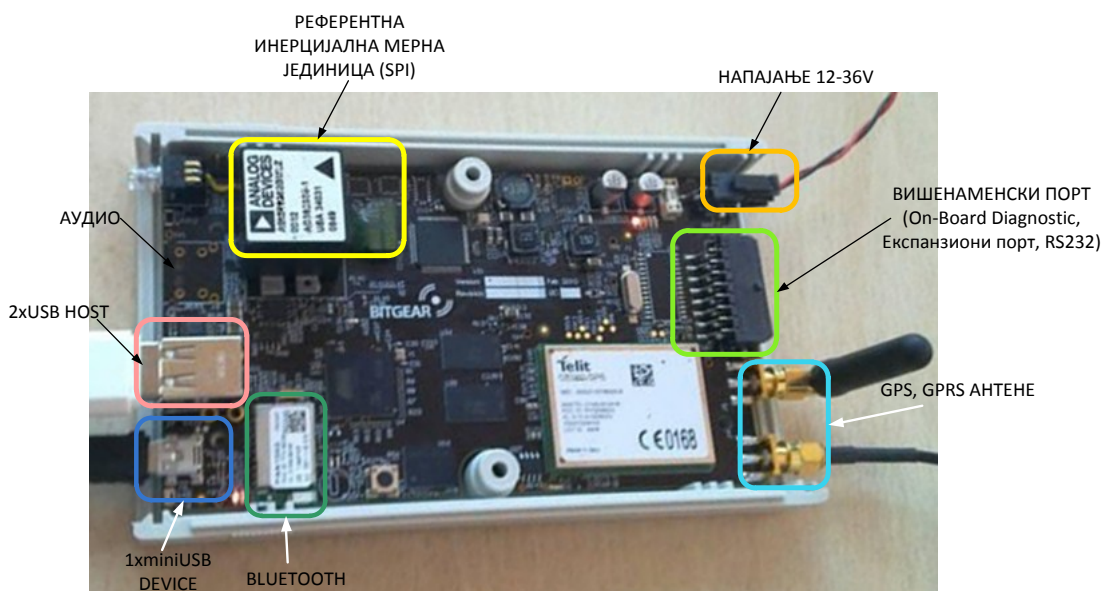
$$\theta = \text{arcsin}[-2 \cdot (q_0 q_2 + q_1 q_3)]$$

$$\varphi = \text{atan2}[2 \cdot (q_1 q_2 - q_0 q_3), (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)]$$

Прилог 3 - Систем за прикупљање и обраду података

У оквиру тестирања предложеног метода развијено је и реализовано тестно хардверско и софтверско окружење. У оквиру овог прилога приказане су реалне употребљене компоненте да би се приказала економска исплативост на нивоу данашње технологије коришћењем предложеног метода.

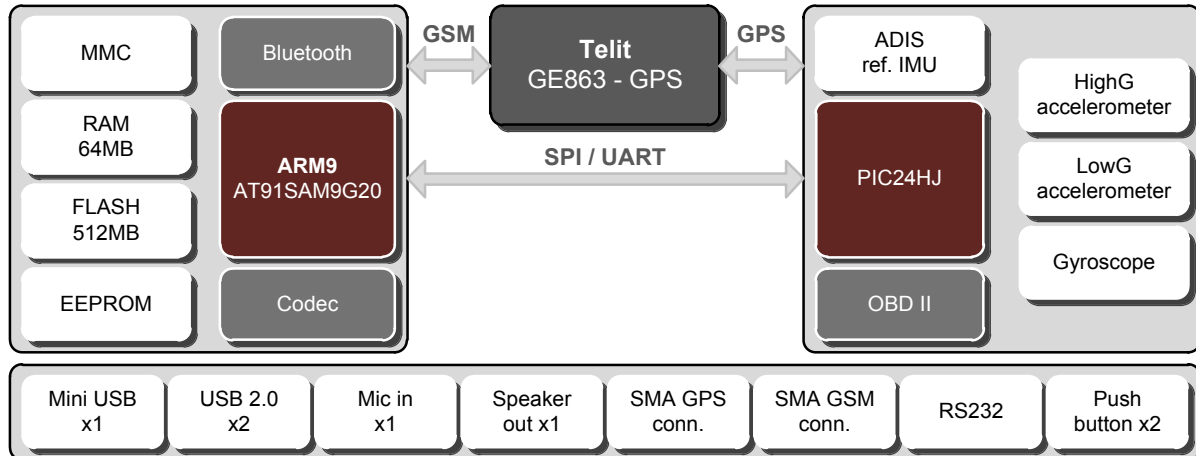
Реализована софтверско-хардверска платформа је флексибилно решење за развој напредних алгоритама инерцијалне навигације, интегрисаних навигационих система, телеметрије различите намене, а пре свега за примену у аутомобилима. Платформа, приказана на слици 8.1, омогућава скоро синхрону аквизицију сигнала интерних или референтних инерцијалних сензора и синхронизацију са GPS решењем. Ово омогућава лакшу интеграцију два система и развој сложенијих алгоритама. Изабрани процесор пружа задовољавајућу рачунску снагу за рад сложених естиматора, а оперативни систем олакшава портовање нових апликација. Подручје примене надаље увећава широк избор интерфејса за пренос података на даљину и спрезање са спољним изворима информација. Платформа је произведена у Србији у технологији површинске монтаже. Штампана плоча је реализована у 8 слојева штампе.



Развијена софтверско-хардверска платформа (Битгир)

Блок дијаграм

Поједностављени блок дијаграм хардверске платформе употребљене при развоју и тестирању алгоритама је приказан на слици:



Блок дијаграм система за аквизицију и обраду података

Основни елементи платформе за интелигентну анализу сигнала са MEMS су:

- AT91SAM9G20 - ARM926EJ-S базиран 32-битни RISC, 400 MHz
- PIC24HJ256GP610 - CPU 80 MHz, 40 MIPS
- 2 x 32 MB RAM меморија
- 512 MB Flash меморија
- Telit GE863-GPS (GPS и GSM/GPRS)
- EEPROM меморија
- **Инерцијални сензори - акцелерометри**
 - XY-оса, аналогни, динамичког опсега ± 100 g
 - Z-оса, аналогни, динамичког опсега ± 50 g
 - XYZ-оса, аналогни, динамичког опсега $\pm 2/\pm 8$ g, 1 mg резолуција
 - XYZ-оса, дигитални, динамичког опсега $\pm 2/\pm 4/\pm 8$ g, 1mg резолуција
- **Инерцијални сензори - жирокопи**
 - XY-оса, 250-500 $^{\circ}/s$, аналогни
 - Z-оса, 250-500 $^{\circ}/s$, аналогни
- **Референтна инерцијална мерна јединица (IMU) Analog Devices, серија ADIS**
/пример ADIS16360/ ADIS16365 (дигитални, троосни, опсег рада

акцелерометара 18 g, жирокоп 300 $^{\circ}$ /s, 20 $^{\circ}$ /h in-run bias stability, 2 mV/ $^{\circ}$ /s, 819 Hz output data rate).

Оваква платформа, са широким спектром интерфејса и добрим рачунским могућностима, је самостално развојно окружење за алгоритме напредне анализе сигнала MEMS као и за широк опсег других примена. За обраду сигнала и управљање радом платформе на располагању су два микроконтролера:

- AT91SAM9G20 је апликативни процесор на коме се извршава *Embedded Linux* оперативни систем. *Embedded Linux* омогућава извршавање стандардних апликација доступних из великог броја постојећих библиотека као и извршавање специфичних алгоритама обраде сигнала писаних за ову намену.
- PIC24HJ256GP610 је микроконтролер који обезбеђује интелигентно управљање напајањем, аквизицију сигнала аналогних сензора, синхронизацију одабирања сензора и GPS података.

Опис појединих модула

Централни процесор

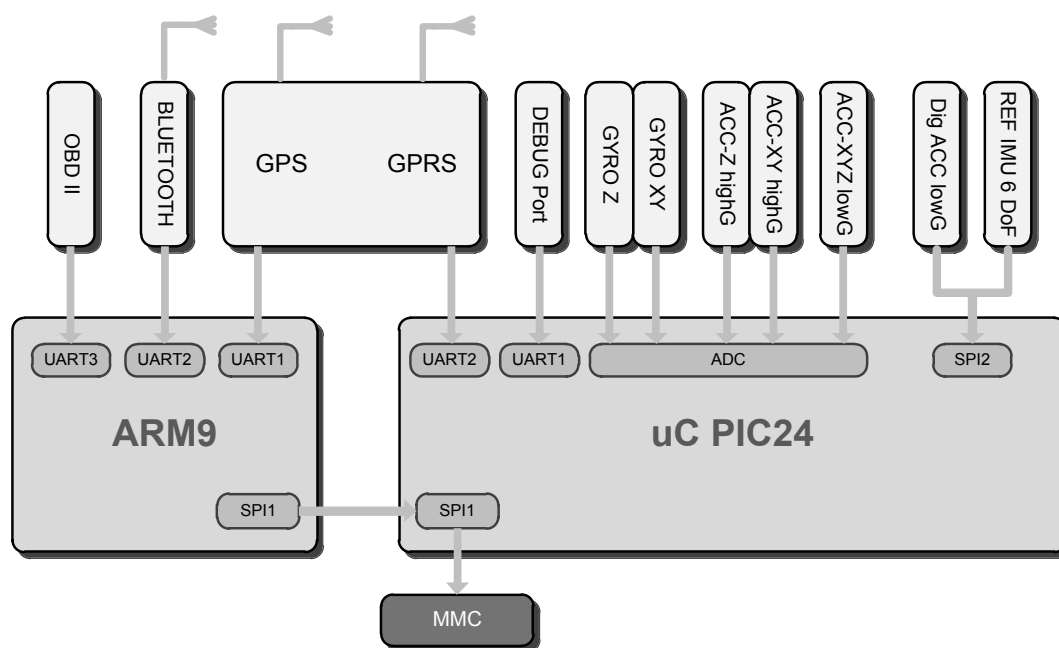
AT91SAM9G20 је процесор модерне архитектуре и ниске потрошње базиран на ARM926 језгру, максималне учестаности рада до 400 MHz. Процесор располаже са 64 MB интерне RAM меморије и 512 MB *Flash* меморије. Потрошња у радном режиму и при активним свим периферијама је 80 mW.

Основни скуп апликација које процесор извршава су инерцијални и навигациони алгоритми и алгоритми за праћење стила вожње:

- Аутоматска трансформација координата
- *Lever-arm* компензација офсета
- Праћење вектора брзине
- „Zero velocity update“ – корекција грешака сензора у стационарном режиму
- Интеграција са GNSS подацима
- Интеграција са информацијом о брзини добијеном са одометра аутомобила

Аквизиција података са сензора и основни интерфејси

PIC24HJ је микроконтролер заснован на модификованој харвардској архитектури са 40MIPS, 24-битном ширином инструкцијске речи и 16-битном ширином магистрале података. Избор микроконтролера представља компромисно решење којим се задовољавају захтеви за квалитетну аналогно-дигиталну конверзију сигнала са сензора, потреба за многобројим интерфејсима, ниском потрошњом и ценом. PIC24HJ има 8 DMA (*Direct Memory Access*) канала који се користе у комбинацији са А/Д конверторима за приближно синхроно одабирање сигнала са аналогних сензора. Од стандардних интерфејса на располагању су SPI, I2C, UART, ECAN (*Enhanced CAN*), 32 канала А/Д конвертора са 10 бита (1.1 MSPS) или 12 бита (500 kSPS). Микроконтролер располаже са 16 kB SRAM меморије и 256 kB *Flash* меморије, као и додатна 2 kB RAM меморије за DMA.



Повезивање сензора и основни интерфејси платформе

Поред аквизиције сигнала са сензора, улога микроконтролера је управљање напајањем плоче, синхроно читање решења GPS-а и комуникација са ARM9 процесором. Аквизиција сигнала са MEMS сензора се синхронизује са референтним сензором и GPS-ом.

GPS пријемник и модем

Модул Telit GE863-GPS је GPRS модем и GPS пријемник. Карактеристике GPS пријемника су:

- GPS SiRF Star IV пријемник; 48 канала;
- Осетљивост до -163dBm
- Тачност < 2.5m
- Hot Start < 1s
- Warm start < 35s
- Cold start < 35s
- Assisted-GPS
- NMEA0183 протокол
- SBAS (WAAS, EGNOS, MSAS, GAGAN)
- Активно уклањање ометања

Инерцијални сензори

Основни скуп сензора чине триаде акцелерометара и жироскопа ниске класе тачности, тзв. „*consumer grade*”. Фреквенција одабирања ових сензора је 400Hz.

Једна триада акцелерометара омогућава праћење кретања возила и оцену ризичне вожње у уобичајеним околностима. Њене карактеристике су висока резолуција и мали динамички опег 2-8g. Параметри грешака ове триаде се прате у режиму рачунске навигације и користе за корекцију грешака друге триаде.



Намена друге триаде акцелерометара је карактеризација судара као догађаја екстремне динамике. Њихова карактеристика је релативно ниска резолуција, те је уобичајено да режим њиховог коришћења буде краткотрајан.

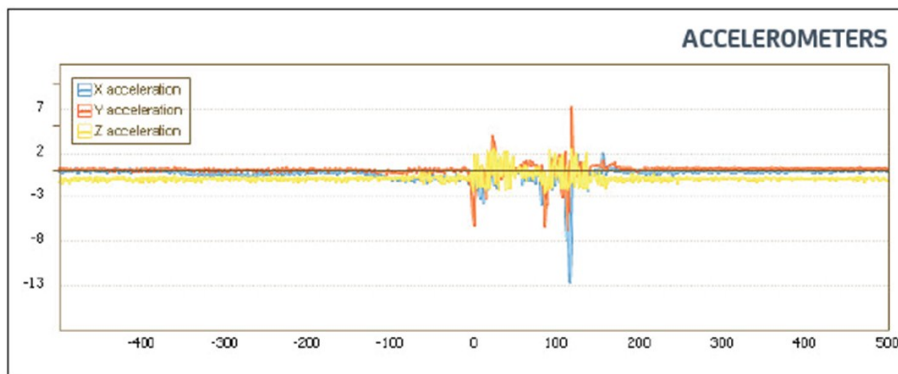
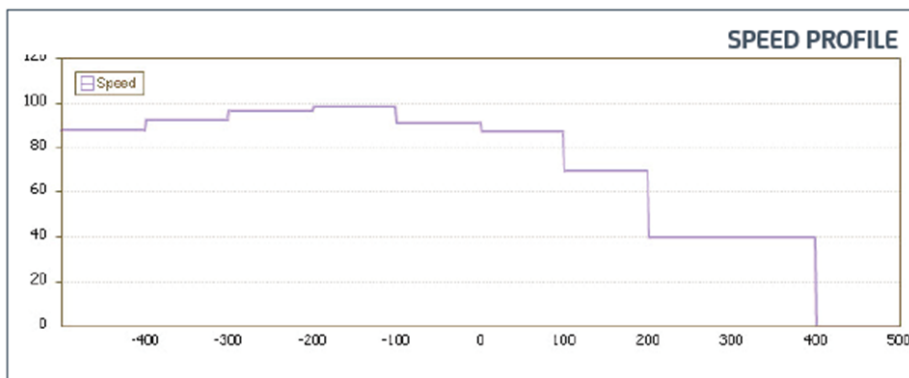
За праћење угаоне брзине возила изабрана је тријада жироскопа која има аналогни излаз и такође је ниске класе тачности. Динамички опсег је прилагођен друмским возилима.

Прилог 4 – Извештај о судару

На сликама су редом приказани фотографија возила које је учествовало у судару и релевантни исечци извештаја који је аутоматски генерисан овде приказаном методом.



	Principal Direction of Force	
	PDOF Horizontal:	50 degrees
	PDOF Vertical:	-6 degrees
	Speed:	86.79 km/h
	Delta V:	106.59 km/h
	Maximum G Force:	17.03 g
	Resting Position	
	Rollover:	0
	Multiple Hits:	1



Фотографија аутомобила после судара и пример генерисаног извештаја

Литература

- [1] D. Obradovic, H. Lenz, and M. Schupfner, "Fusion of sensor data in Siemens car navigation system," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 1, pp. 43–50, Jan. 2007.
- [2] T. Sato, H. Adachi, Y. Nonaka and K. Nagaki, "The second-generation HDD car navigation system," *International Conference on Consumer Electronics, 2005. ICCE 2005 Digest of Technica Papers.*, pp. 457-458. doi: 10.1109/ICCE.2005.1429915
- [3] u-blox M8 3D Dead Reckoning GNSS chips, UBX-M8030-Kx-DR, <https://www.u-blox.com/en/product/ubx-m8030-kx-dr>, приступљено 1. априла 2016.
- [4] Y. Zhang, W. C. Lin and Y. K. S. Chin, "A Pattern-Recognition Approach for Driving Skill Characterization," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 905-916, Dec. 2010. doi: 10.1109/TITS.2010.2055239.
- [5] Deutsches Institut für Normung e. V. DIN EN 15722, "Road Transport and Traffic Telematics – eSafety –Ecall Minimum Set of Data", doc. no. DIN EN 16722, Rev. 1 Aug. 2015.
- [6] Gosudarstvennye Standarty State Standard, GOST R55533, "Global Navigation Satellite System Road Accident Emergency Response System Test Methods for Wireless Communication Modules of In-Vehicle Emergency Call System", doc. no. GOST R55533, Rev. 1. Jan. 2013.
- [7] A. Brown and Y. Lu, "Performance test results of an integrated GPS/MEMS inertial navigation package," in *Proceedings of the ION GNSS Conference*, Long Beach, CA, Mar. 2004., pp. 1251–1256.
- [8] M. Quddus, W. Ochieng, and R. Noland, "Current map-matching algorithms for transport applications: State-of-the art and future research directions," *Transportation Research, Part C—Emerg. Technol.*, vol. 15, no. 5, pp. 312–328, Oct. 2007.
- [9] I. Skog and P. Händel, "In-Car Positioning and Navigation Technologies - A Survey," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* vol. 10, no. 1, pp. 4-21, 2009.
- [10] K. Chiang, H. Hou, X. Niu, and N. El-Sheimy, "Improving the positioning accuracy of DGPS/MEMS IMU integrated systems utilizing cascade de-noising algorithm," in *Proceedings of the 17th International Technical Meeting of Satellite Division of the Institute of Navigation*, ION GNSS, Long Beach, CA, Sep. 2004.

- [11] G. Dissanayake, S. Sukkarieh, E. Nebot and H. Durrant-Whyte, "The aiding of a low-cost strapdown inertial measurement unit using vehicle model constraints for land vehicle applications," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 5, pp. 731-747, Oct. 2001. doi: 10.1109/70.964672
- [12] O.S. Salychev, V.V. Voronov, M. E. Cannon, R. Nayak, G. Lachapelle, "Low Cost INS/GPS Integration: Concept and Testing", *Institute of Navigation National Technical Meeting/Anaheim, CA*, Jan. 26-28, 2000.
- [13] M. Huang, *Vehicle Crash Mechanics*, CRC Press, N.York, 2002.
- [14] S. Varadappa, S. Shih-Ching, A Mani, "Development of a Passenger Vehicle Finite Element Model," Report DOT-HS-808-145, National Highway Traffic Safety Administration, 1993.
- [15] J. Hetrick, "Safety cushion assembly for automotive vehicles," U.S. Patent 2 649 311, Aug. 18, 1953.
- [16] Ching-Yao Chan, "A treatise on crash sensing for automotive air bag systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 7, no. 2, pp. 220-234, Jun 2002. doi: 10.1109/TMECH.2002.1011259
- [17] Diller, R., "Electronic Sensing of Automobile Crashes for Airbag Deployment," *SAE Technical Paper 910276*, 1991, doi:10.4271/910276
- [18] Ching-Yao Chan, "Trends in Crash Detection and Occupant Restraint Technology", *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 2, Feb. 2007., doi: 10.1109/JPROC.2007.888391
- [19] National Highway Traffic Safety Administration database, Available: <http://www-nrd.nhtsa.dot.gov/database/VSR/veh/QueryVehicle.aspx>
- [20] M. K. Verma, R.C. Lange and D.C. McGarry, "A Study of US Crash Statistics from Automated Crash Notification Data," *20th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles (ESV)*, Lyon, France, 2007. p. 18-21.
- [21] M. Tano, "Vehicle Driving Recorder, Vehicle Travel Analyzer and Storage Medium," US Patent 6 067 488, May 23, 2000.
- [22] Jim Harris, "Event Data Recorders - State Statutes and Legal Considerations", *Accident Reconstruction Journal*, vol, 18, no. 1 Jan/Feb 2008.
- [23] Malliaris, A., Digges, K., and DeBlois, J., "Relationships Between Crash Casualties and Crash Attributes," *SAE Technical Paper 970393*, 1997.

- [24] J. Augenstein, E. Perdeck, J. Stratton, K. Digges, G. Bahouth, “Characteristics of crashes that increase the risk of serious injuries”, *Annual Proceedings of the Association for the Advancement of Automotive Medicine* 2003;47:561-76.
- [25] S. Rauscher, G. Messner, P. Baur, J. Augenstein, K. Digges, E. Perdeck, G. Bahouth, O. Pieske, “Enhanced Automatic Collision Notification System – First Field Experience”, *Proceedings of the 21st ESV Conference*, Paper Number: 09-0049, Jun 2009
- [26] Veronica II final report, истраживачки пројекат, 2009. доступно на: http://ec.europa.eu/transport/road_safety/pdf/projects/veronicaii.pdf, приступљено 1. феб. 2016.
- [27] www.airbagcrash.com, приступљено 7. марта 2016.
- [28] IEEE-1616a-2010 - IEEE Standard for Motor Vehicle Event Data Recorders (MVEDRs), <http://standards.ieee.org/news/2010/1616a.html>, приступљено 5. марта 2016.
- [29] Federal Motor Vehicle Safety Standards: Event Data Recorders, 49 CFR Part 563, National Highway Traffic Safety Administration, Doc. no.71 FR 51043, Rev. 1 Oct. 2011.
- [30] Thatcham Research, “Motor Insurance Industry Guide to the Specification of Motor Insurance Telematics Devices & Event Data Recorders”, draft Dec. 20 2013., необјављен документ
- [31] Safety Test Instrumentation Standards Committee, “Instrumentation for Impact Test - Part 1 - Electronic Instrumentation”, SAE Standard J211/1_201403, Rev. Mar 2014.
- [32] International Standard Organization, “Road vehicles — Measurement techniques in impact tests — Instrumentation”, ISO 6487:2012, Rev. 2012.
- [33] Bosch CDR, <http://www.boschdiagnostics.com/cdr/>, приступљено 31. марта 2016.
- [34] REC-TEC, <http://www.rec-tec.com/>
- [35] ARAS360, McHenry Software, <http://www.aras360.com/>
- [36] HVE, Engineering Dynamics, <http://www.edccorp.com/>
- [37] HVE-2D, Engineering Dynamics, <http://www.edccorp.com/products/hve2d.html>, приступљено 1. марта 2016.
- [38] PC-crash, MacInnis Engineering – MEA Forensic, <http://www.pc-crash.com/>
- [39] WINCRASH, ARSoftware, <http://www.arsoftware.com/sw.htm>

- [40] SISAME3D, National Highway Traffic Safety Administration, <http://www-nrd.nhtsa.dot.gov/software/sisame/SISAME3D/SISAME3D.doc.html>
- [41] H. C. Gabler, C. E. Hampton, J. Hinch, “Crash Severity: A Comparison of Event Data Recorder Measurements with Accident Reconstruction Estimates”, SAE Paper Number: 2004-01-1194 <http://papers.sae.org/2004-01-1194> doi: 10.4271/2004-01-1194
- [42] M. W. Halvorson, “Potentially Critical Information – “Black Box” Technology and Its Use in Litigation”, *For the Defense*, pp. 33, Jan. 2009. ISSN: 0015-6884
- [43] S. A. B. Van Nooten, J. R. Hrycay, “The Application and Reliability of Commercial Vehicle Event Data Recorders for Accident Investigation and Analysis”, SAE Paper Number: 2005-01-1177 <http://papers.sae.org/2005-01-1177> doi: 10.4271/2005-01-1177
- [44] W. Marquis, M. Shaw, “GPS III – Bringing New Capabilities to the Global Community”, *Inside GNSS*, Sep/Oct. 2011.
- [45] J. Zhou, “Low-cost MEMS-INS/GPS Integration using Nonlinear Filtering Approaches”, докторска дисертација, 18.4.2013, Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät der Universität Siegen
- [46] T. Takasu, “*RTKLIB ver. 2.4.2 Manual*”, Tokyo University of Marine Science and Technology, 2013. pp. 177-178, www.rtklib.com, приступљено 1. фебруара 2016.
- [47] P. W. Ward, J. W. Betz, C. J. Hegarty, *GPS Satellite Signal Characteristics*, Chapter 4 at Kaplan, E.D. ed., *Understanding GPS: Principles and Applications*, 2nd ed., Artech House Mobile Communications Series, 2006.
- [48] Navstar GPS Space Segment, “GPS Interface Specification IS-GPS-200H”, Rev. Sep 2013. <http://www.gps.gov/technical/icwg/>, приступљено 1. априла 2016.
- [49] “GLONASS Interface Control Document”, Russian Institute of Space Device Engineering, v5.1, Moscow 2008.
- [50] European GNSS (Galileo) Open Service, Signal in Space Interface Control Document, GSA, v1.1 Sep. 2010.
- [51] BeiDou Navigation Satellite System - Signal in Space Interface Control Document, Open Service Signal, China Satellite Navigation Office, v2.0, Dec. 2013.
- [52] E.D. Kaplan, *Understanding GPS Principles and Applications*, Mitre Corporation, Bedford, MA, 1996.
- [53] R. Conley, *Performance of Stand-Alone GPS*, chapter 7 at, Kaplan, E.D. ed., *Understanding GPS: Principles and Applications* 2nd ed., Artech House Mobile Communications Series, 2006.

- [54] P. Axelrad, R.G. Brown, *GPS Navigation Algorithms*, chapter 9 at B. Parkinson and J. J. Spilker, Jr., eds., *Global Positioning System: Theory And Applications*, vol. 1, AIAA, Washington D.C., USA, 1996., ISBN 1-56347-106-X
- [55] S. B. Bisnath, Y. Gao, “Innovation: Precise Point Positioning – A Powerful Technique with a promising future”, *GPS World*, Apr. 2009.
- [56] Y. Gao, “Precise Point Positioning and Its Challenges, Aided-GNSS and Signal Tracking”, *InsideGNSS*, Nov./Dec. 2006.
- [57] B. Hoffmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, J. Collins, *GPS: Theory and Practice*, 5th ed. Springer Wien New York, 2001.
- [58] Salvatore Gaglione, “How Does GNSS Receiver Estimate Velocity”, *InsideGNSS*, Mar./Apr. 2015., pp. 38-41
- [59] N. Ashby, J. J. Spilker, *Introduction to Relativistic Effects on the Global Positioning System*, Chapter 18, pp. 623-695, at B.W. Parkinson, J.J. Spilker Jr. ed., *Global Positioning System: Theory and Applications*, AIAA, Washington D.C., USA, 1996., ISBN 1-56347-106-X
- [60] R. M. Rogers, *Applied mathematics in integrated navigation systems*, 2nd ed., Rogers Engineering and Associates, AIAA, pp. 18–19, 2003.
- [61] J.A. Klobuchar, *Ionospheric Effects on GPS*, Chapter 12, B. W. Parkinson J. J. Spilker, Jr., eds., *Global Positioning System: Theory And Applications*, vol. 1, AIAA, Washington D.C., USA, 1996. , ISBN 1-56347-106-X
- [62] B. W. Parkinson, J. J. Spilker, Jr., eds., *Global Positioning System: Theory And Applications*, vol. 1, chapter 11, pp. 479, AIAA, Washington D.C., USA, 1996., ISBN 1-56347-106-X
- [63] O. Mezentsev, “Sensor Aiding of HSGPS Pedestrian Navigation,” PhD Thesis, published as *UCGE Report* No. 20212, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada, 2005.
- [64] Lachapelle G., *GPS Observables and Error Sources for Kinematic Positioning*, 1990, Springer, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 17-26
- [65] M. S. Braasch: Chapter 14, B. W. Parkinson J. J. Spilker, Jr., eds., *Global Positioning System: Theory And Applications*, vol. 1, AIAA, Washington D.C., USA, 1996. , ISBN 1-56347-106-X

- [66] D. D. McCarthy, G. Petit, *IERS Conventions (2003)*, IERS Technical Note no. 32 Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2004. pp. 127, ISBN 3-89888-884-3
- [67] EGNOS Portal: <http://www.egnos-portal.eu>
- [68] Minimum Operational Performance Standards for Global Positioning System/Wide Area Augmentation System Airborne Equipment. Washington, DC: RTCA, Inc., 2001.
- [69] A. Angrisano, *GNSS/INS Integration Methods*, PhD thesis, Parthenope University of Naples, Naples, Italy, 2010.
- [70] P. Freda, A. Angrisano, S. Gaglione, S. Troisi, “Time-differenced carrier phases technique for precise GNSS velocity estimation,” *GPS Solutions*, 341, 2015, ISSN:1080-5370 doi: 10.1007/s10291-014-0425-1
- [71] F. Van Graas, A. Soloviev, “Precise Velocity Estimation Using a Stand-Alone GPS Receiver”, *Proceedings of the ION NTM 2003*, Institute of Navigation, Anaheim, California, Jan 22-24, 2003, pp.283-292
- [72] J.B. Tsui, *Fundamentals of Global Positioning System receivers*, John Wiley&Sons, 2nd ed. 2005. pp. 34-38.
- [73] NVS08C-CSM пријемник, www.nvs-gnss.com, приступљено 1. фебруара 2016.
- [74] DMU10 IMU, www.siliconsensing.com, приступљено 1. фебруара 2016.
- [75] Pratap Misra, Per Enge, *GPS – Signal Measurements and Performance*, Ganga-Jamuna Press, MA, USA, 2006. 2nd ed., pp. 209.
- [76] F. J. Coelho, *Software Defined GPS/Galileo Receiver*, Master thesis, Instituto Superior Technico, Universidade Tecnica Lisboa, Apr. 2011.
- [77] uBlox NEO-M8 пријемник, www.u-blox.com/en/product/neo-m8qm8m-series, приступљено 1. фебруара 2016.
- [78] Udo Roßbach, *Positioning and Navigation Using the Russian Satellite System GLONASS*, докторска дисертација, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, 2000.
- [79] K. O’Keefe, S. Ryan, G. Lachapelle, “Global Availability and Reliability Assessment of the GPS and Galileo Global Navigation Satellite Systems”, *Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 48, no. 2, Jun 2002. pp. 123-132.
- [80] European Space Agency, NAVIPEDIA, доступно на: http://www.navipedia.net/index.php/GNSS_signal, приступљено 4. јуна .2015.

- [81] J. Ventura-Traveset, D. Flament, “EGNOS - the European Geostationary Navigation Overlay System - a cornerstone of Galileo,” ESA Publications Division, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 2007. ISBN 92-9092-453-5
- [82] EGNOS Service Definition Document, <http://egnos-portal.gsa.europa.eu/library/technical-documents>
- [83] M. Tossaint, J. Samson, F. Toran, J. Ventura-Traveset, J. Sanz, M. Hernandez-Pajares, J.M. Juan, “The Stanford—ESA integrity diagram: focusing on SBAS integrity” in *Proceedings of 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*, ION GNSS 2006, Sep. 26–29, Fort Worth
- [84] Финални извештај истраживачког пројекта EGNOS2ROAD http://galileo.cs.telespazio.it/egnos2road/public/Synthesis%20report/EGNOS2road_summary%20report.pdf
- [85] K. Ali, M. Pini, F. DAVIS, “Measured performance of the application of EGNOS in the road traffic sector”, *GPS Solutions*, The Journal of Global Navigation Satellite Systems, vol. 16. no. 2, pp. 135-145, Apr. 2012.
- [86] EGNOS Data Access Service – Service Definition Document (EDAS SDD) <http://egnos-portal.gsa.europa.eu/library/technical-documents>
- [87] EDAS сервиси: http://egnos-user-support.essp-sas.eu/egnos_ops/edas_services
- [88] EGNOS Open Service Service Definition Document, v2.1 Rev. Dec. 2014.
- [89] P. Giutierrez, “Galileo Themes, Threads and Vision”, *InsideGNSS*, Jan./Feb. 2016.
- [90] H. Gebhard, G. Weber, “Networked Transport of RTCM via Internet Protocol”, Design-Protocol-Software, Federal Agency for Cartography and Geodesy, Jun. 2003.
- [91] Figro Survey, www.fugro-survey.com, приступљено септембра 2015.
- [92] Storegis v8.2.37, www.nvs-gnss.com
- [93] T. Takasu, RTKlib библиотека, www.rtklib.org
- [94] F. Yuen, Z. Liu, "Next Generation Software-based GPS Receiver for Real-World Applications," *Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2010)*, Portland, OR, Sep. 2010, pp. 1420-1423.
- [95] D. Wang, *Performance Evaluation of GPS L1/L2 Positioning with Partial Availability of the L2C Signals*, MSc Thesis, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada, 2010., UCGE Report No. 20314

- [96] A. Pratt, “Multiple GNSS: Compatibility and Interoperability”, *Inside GNSS*, Sep./Oct. 2011.
- [97] Kazutoshi Sato, “Report on a Multi-GNSS Demonstration Project in the Asia/Oceania Region”, www.multignss.asia, приступљено у јануару 2016.
- [98] M. Petovello, *Real-time Integration of a Tactical-Grade IMU and GPS for High-Accuracy Positioning and Navigation*, PhD Thesis, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada, 2003., UCGE Report No. 20173.
- [99] P. Zarchan, H. Musoff, *Fundamentals of Kalman Filtering: A Practical Approach*, Reston,VA: AIAA, 2000.
- [100] N. Barbour “Inertial Components - Past, Present and Future”, Invited Paper, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Montreal, Canada, Aug. 2001
- [101] P. D. Groves, *Principles of GNS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*, Artech House, Boston, 2008., pp. 451-469
- [102] R. Waters, T. Jones, J. Kim, *Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) Navigation Grade Electro-Optical Accelerometer (EOA)*, NATO SET-104, Antalya, Turkey, Sep. 2007.
- [103] LPS25H STMicro сензор, доступно на www.stmicro.com
- [104] O. Salychev, *Applied Inertial Navigation Problems and Solutions*, BMSTU Press, Moscow, Russia, 2004.
- [105] M. Grawal, L. Weill, A. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*, 2nd ed. A John Wiley & Sons, New Jersey, 2001.
- [106] D. H. Titterton, J.L.Weston, *Strapdown inertial navigation technology*, AIAA, Volume 207, 2004. doi: 10.1049/PBRA017E
- [107] E. Shin, N. El-Sheimy, “An unscented Kalman filter for in-motion alignment of low-cost IMUs”, *Position Location and Navigation Symposium*, Monterey, CA, USA, 273–279, 2004.
- [108] A. Jamshaid, J. C. Fang, “Alignment of strapdown inertial navigation system: a literature survey spanned over the last 14 years,”, School of Instrumentation Science and Optoelectronics Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China
- [109] S. Han, J. Wang “A Novel Initial Alignment Scheme for Low-Cost INS Aided by GPS for Land Vehicle Applications”, *Journal of Navigation*, Volume 63, Issue 04, pp 663-680, 2010.

- [110] A. O. Salycheva, M. E. Cannon, "Kinematic Azimuth Alignment of INS using GPS Velocity Information", *Proceedings of National Technical Meeting 2004 Conference*, San Diego, CA, Jan. 26-28, 2004
- [111] C. Hsiu-Wen, J. Georgy, N. El-Sheimy, "Improved Cycling Navigation Using Inertial Sensors Measurements From Portable Devices With Arbitrary Orientation", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, pp. 2012-2019 vol. 64, no. 7, July 2015
- [112] V. Renaudin, M. H. Afzal, G. Lachapelle, "Complete Triaxis Magnetometer Calibration in the Magnetic Domain", *Journal of Sensors*, vol. 2010, Article ID 967245
- [113] Z. Dai, *On GPS Based Attitude Determination*, Ph.D. thesis, University Siegen, 2013.
- [114] S. Tadic, M. B. Vukajlović, "Coarse azimuth alignment of inertial measurement unit for use in telematics," *Telecommunications Forum (TELFOR)*, 2013 21st, Belgrade, 2013, pp. 565-568. doi: 10.1109/TELFOR.2013.6716292
- [115] R. Stančić, „Razvoj integrisanog sistema inercijalne i satelitske navigacije“, Doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 2010.
- [116] Naser El-Sheimy, Haiying Hou, and Xiaoji Niu, "Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, no. 1, Jan. 2008.
- [117] Rade Stancic, "Error Parametrization of an Inertial Measurement Unit in Strapdown INS", *ETRAN*, Belgrade, 2005.
- [118] R. Stancic, S. Graovac, "The integration of strap-down INS and GPS based on adaptive error damping", *Robotics and Autonomous Systems*, 2010. doi:10.1016/j.robot.2010.06.004
- [119] R.N. Jazar, *Theory of Applied Robotics*, Springer, N.York, 2010.
- [120] Y. Stebler, S. Guerrier, J. Skaloud, "An Approach for Observing and Modeling Errors in MEMS-Based Inertial Sensors Under Vehicle Dynamic", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64, no. 11, Nov. 2015.
- [121] M.B. Vukajlović, S. Tadić, D.M. Dramićanin, "The practical design of in-vehicle telematics device with GPS and MEMS accelerometers", *Telfor Journal*, 2012, vol. 4, no. 2, pp. 128-132.
- [122] S. Tadic, M.B. Vukajlovic, "Experimental Verification of Inertial Navigation with MEMS for Forensic Investigation of Vehicle Collision," *Radioengineering*, vol. 25 no. 1, 2016. doi: 10.13164/re.2016.0187

- [123] M. Park, Y. Gao, "Error and Performance Analysis of MEMS-based Inertial Sensors with a Low-cost GPS Receiver", *Sensors 2008*, pp. 2240-2261, Mar. 29, 2008.
- [124] IV, Warren S. Flenniken, Wall, John H., Bevly, David M., "Characterization of Various IMU Error Sources and the Effect on Navigation Performance," *Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005)*, Long Beach, CA, Sep. 2005, pp. 967-978.
- [125] Z. F. Syed, P. Aggarwal, N. Xiaoji, N. El-Sheimy, "Civilian Vehicle Navigation: Required Alignment of the Inertial Sensors for Acceptable Navigation Accuracies," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 57, no. 6, pp.3402,3412, Nov. 2008.
- [126] Z. F. Syed, P. Aggarwal, C. Goodall, X. Niu and N. El-Sheimy, "A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems", *Measurement Science and Technology*, vol. 18, no. 7, 2007.
- [127] A. O. Salycheva, M. E. Cannon, "Kinematics Azimuth Alignment of INS using GPS Velocity Information", *Proceedings of National Technical Meeting 2004 Conference*, San Diego, CA, pp. 3, Jan. 26-28, 2004.
- [128] C. Jekeli, *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*, Walter de Gruyter, 2001.
- [129] A. Zhang, "A Flexible Technique for Camera Calibration", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22 no. 11, pp. 1330-1334, 2000.

Биографски подаци

Срђан Тадић је рођен 1978. године у Београду где је завршио Средњу електротехничку школу „Никола Тесла“. Дипломирао је на Електротехничком факултету у Београду, на Катедри за телекомуникације 3.4.2003. године, са просечном оценом студирања 8.50. Дипломски рад „*Оптичко издвајање такт сигнала коришћењем DFB ласера*“ бранио је код проф. Дејана Гвоздића. Последипломске студије из области телекомуникација је уписао 2004. године, а магистарски рад „*Реализација мобилног радио система посебне намене техником софтверски дефинисаног радија*“, одбранио је на Електротехничком факултету Универзитета у Београду, 21.6.2007. код проф. Мирослава Л. Дукића.

У периоду од 2003.-2008. године био је запослен као развојни инжењер у компанији Радиософт д.о.о Београд, ангажован у истраживању, развоју и имплементацији алгоритама за дигиталну обраду сигнала и развоју бежичних модема техником софтверски дефинисаног радија. Уже области истраживања су биле полифазне филтарске банке са применом у бежичним телекомуникацијама, временска синхронизација сигнала код OFDM модема, технике ефикасне детекције заузетости спектра са применом у когнитивном радију, као и дигитални радарски пријемници.

Од 2009. године запослен је у домаћој компанији Bitgear Wireless Design Services као развојни инжењер, а потом као директор за развој нових технологија. Од 2008. године бави се истраживањем и развојем у области *strapdown* инерцијалних навигационих система и интеграцијом са сателитском навигацијом.

Аутор је и коаутор 12 радова презентованих на домаћим и међународним скуповима, 3 рада објављена у домаћим часописима и једног рада у часопису са SCI листе. Коаутор је 2 техничка решења призната као нов производ на међународном тржишту и први потписник на 3 патента регистрована у више држава, између осталих САД, Кореја, Немачка и Велика Британија. Учествовао је у реализацији пројеката технолошког развоја Министарства науке, као и на више међународних FP7 и Horizon2020 развојних пројекта из области радија и сателитских система.

Прилог I

Изјава о ауторству

Потписани мр Срђан Тадић

број индекса _____

ИЗЈАВЉУЈЕМ

да је докторска дисертација под насловом

„Одређивање трајекторије возила при судару употребом интегрисаног система сателитске и инерцијалне навигације”

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда



У Београду, 26.05.2016.

Прилог 2

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Срђан Тадић

Број уписа: /

Студијски програм: Телекомуникације

Наслов рада: „Одређивање трајекторије возила при судару употребом интегрисаног система сателитске и инерцијалне навигације”

Ментор: проф. др. Предраг Иваниш и проф. др. Лазар Сарановац

Потписани: Срђан Тадић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на **порталу Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 26.05.2016.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић” да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом „Одређивање трајекторије возила при судару употребом интегрисаног система сателитске и инерцијалне навигације”, која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање. Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство – некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Кратак опис лиценци дат је на следећој страни)

У Београду, 26.05.2016.

Потпис докторанда



1. Ауторство – Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство — некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство — без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство – делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода