

Универзитет у Београду  
Електротехнички факултет

Љубинко Б. Кевац

**МОДЕЛОВАЊЕ И УПРАВЉАЊЕ  
КАБЛОВСКИ ВОЂЕНИМ РОБОТСКИМ  
СИСТЕМИМА**

Докторска дисертација

Београд, 2017.

University of Belgrade  
School of Electrical Engineering

Ljubinko B. Kevac

**MODELLING AND CONTROL OF CABLE-  
SUSPENDED PARALLEL ROBOTS**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2017.

## **КОМИСИЈА ЗА ПРЕГЛЕД И ОЦЕНУ ДИСЕРТАЦИЈЕ**

Ментор: др Александар Ракић, доцент  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Жељко Ђуровић, редовни професор  
Универзитет у Београду, Електротехнички факултет

др Мирјана Филиповић, Виши научни сарадник,  
Универзитет у Београду, Институт Михајло Пупин

Датум одбране:

Ову дисертацију посвећујем својим драгим родитељима Љубици и Бранку Кевац на беспштедној подршци током свих мојих недоумица и што су веровали у мене и у најтежим тренуцима.



Имао сам част и велику срећу да током израде моје докторске дисертације сарађујем са сјајним инжењерима и научницима које краси одговорност и племенитост.

Прво желим да изразим велико поштовање и захвалност ко-ментору ове докторске дисертације, др Мирјани Филиповић, за бројна усмеравања, савете и помоћ у научно-истраживачком напредовању током мојих докторских студија. Желим да јој се захвалим на огромној подршци и вери у мене и у наш заједнички рад. Да није било њене огромне енергије, ова дисертација би била далеко од завршене.

Велику захвалност упућујем ментору ове дисертације, Доц. др Александру Ракићу, за велику подршку и мноштво незаобилазних савета током израде дисертације. Ентузијазам који је показао током нашег заједничког рада је увелико утицао на мој научни успех и на успешну реализацију ове дисертације.

За сву помоћ, подршку и неисцрпну ризницу савета током мојих докторских студија се захваљујем Проф. др Катици С. Хедрих.

Захваљујем се Проф. др Жељку Ђуровићу на саветима и помоћи током мог научно-истраживачког напредовања.

Била ми је част та током израде моје докторске тезе сарађујем са колегом Живком Стикићем који ми је несебично пружио широки спектар својих знања.

Захваљујем се Министарству просвете, науке и технолошког развоја, Републике Србије које је кроз пројекте финансирало и реализацију овог доктората. Докторат је реализован подршком пројекта ОИ 174001 "Динамика хибридних система сложених структура". Руководилац пројекта је Проф др Катица С. Хедрих.

Захваљујем се колегама из Иновационог центра Електротехничког факултета на разумевању и помоћи током израде докторских студија.

Захвалност дугујем и колегама из Центра за роботiku Института Михајло Пупин на саветима и помоћи током реализације ове докторске дисертације.

Такође, захваљујем се и колегама из Математичког института САНУ на корисним саветима, помоћи и подршци током писања доктората.

Огромну захвалност упућујем својој супрузи Катарини на великој снази коју је уложила у мене и у мој рад и што ме је и у најтежим тренуцима током израде ове дисертације враћала на прави пут и усмеравала ка успешном завшетку мојих докторских студија.

Искрено се захваљујем мојој породици на беспштедној подршци током мојих докторских студија. Хвала им што су ме својом вером у мене испратили до краја и тиме ми омогућили успешан завршетак докторске дисертације.

Велику захвалност упућујем својим пријатељима што су били уз мене током докторских студија и што су својим топлим пријатељством и огромном подршком довели до тога да успешно окончавам овај дугачак пут под називом докторске студије.

# МОДЕЛОВАЊЕ И УПРАВЉАЊЕ КАБЛОВСКИ ВОЂЕНИМ РОБОТСКИМ СИСТЕМИМА

Употреба и проучавање роботских механизма у различитим областима привреде и науке је у порасту последњих деценија. Једна од области где су роботи одавно нашли своје место јесте индустрија. У последње време посебна група роботских система постаје све популарнија и ти роботи се називају сервисни роботи. Сервисни робот је машина која обавља корисне послове за потребе људи и уређаја које људи користе. Ови роботи имају широку примену у разнородним људским делатностима. Једна групација сервисних робота су CPR системи (енг. Cable-suspended Parallel Robots). CPR систем је нашао своју сврху на различитим местима као што су: надгледање и снимање великих догађаја (нпр. фудбалске утакмице), помоћ старим особама и деци, пољопривреда и сл. CPR системи за надгледање великих догађаја за сада нису тржишно доступни, већ се могу изнајмљивати за време трајања манифестације. То указује на чињеницу да CPR системи нису развијени на нивоу комерцијалне употребе. Разлог томе је чињеница да многи феномени који карактеришу CPR системе нису у потпуности разјашњени, моделовани и публиковани кроз научно-истраживачке радове. Ови проблеми и данас представљају велики изазов за истраживаче и инжењере широм света.

Први корак током истраживања приказаног у овој дисертацији је детаљан преглед доступне литературе из области: математичко моделовање CPR система, кинематика и динамика CPR система, расподела силе у ужадима, управљачке структуре примењене за навођење носача терета CPR система, креирање трајекторија кретања носача терета CPR система, процедура анализе и ситнезе сингуларног и изводљивог радног простора носача терета CPR система итд.

Након извршене систематизације, прегледа и анализе широког спектра доступне светске литературе, уочавају се карактеристике постојећих решења CPR система. То отвара нове видике аутору ове дисертације што даје идеју да се дефинишу нове конфигурације CPR система. Приказује се поступак математичког моделовања CPR система на две различите конфигурације. Дефинишу се кинематички и динамички модели ових система и управо различитост у њиховим математичким моделима пружа могућност да се уочи међусобна разлика у њиховом динамичком понашању.

Карактеристике које утичу на динамику кретања носача терета CPR система су: 1. облик радног простора, 2. број актуатора, 3. број тачака вешања, 4. укупан број ужади која носе терет, 5. број ужади од носача терета до тачке вешања, 6. начин вешања носача терета, 7. тип актуатора (мотор+редуктор+чекрк), итд. Сложени CPR систем се састоји од низа подсистема чијим координираним радом систем успешно извршава дефинисане задатке. Важан подсистем CPR система је и чекрк а то је уређај за намотавање/одмотавање ужета (кабла). У докторској дисертацији се прво уочава потреба за детаљном анализом стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета. Овај чекрк се детаљно моделује, синтетизује и анализира. Ради се детаљна анализа динамичког понашања CPR система који користи овакав облик чекрка за обављање дефинисаних задатака. Препознају се и дефинишу феномени који настају приликом употребе стандардног облика чекрка.

Током анализе и синтезе стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета настаје идеја за креирањем новог облика чекрка за једноредо глатко вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета. Нови облик чекрка се дефинише, а затим и анализира у дисертацији. Уочавају се феномени који настају приликом рада новог облика чекрка и упоређују се са радом стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета кроз адекватну симулациону и експерименталну анализу. Пошто CPR систем уобичајено има више подсистема за намотавање/одмотавање ужади, уочава се снажно купловање између њих и осталих подсистема CPR система. Нови облик чекрка за једноредо глатко вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета се употребљава на једном примеру сложеног CPR система и уочава се утицај новог облика чекрка на динамички одзив наведеног сложеног система.

У докторској дисертацији се анализира феномен закретања носача терета CPR система приликом његовог кретања у простору. Дефинишу се једначине које описују овај феномен и приказује се експериментална потврда постављених претпоставки. Даје се једно решење CPR система које успешно креће носач терета у простору при том одржавајући жељену оријентацију носача терета.

На једној конфигурацији CPR система се анализира и синтетизује изводљиви радни простор носача терета. Дефинише се нова процедура која омогућава прорачун изводљивог радног простора носача терета CPR система и његов графички приказ кориснику. На основу ове процедуре и низа других динамичких параметара система, генерише се методологија за избор актуатора CPR система. Ова методологија се тестира на једној конфигурацији CPR система што се доказује адекватним резултатима.

Развој управљачких структура за различите конфигурације CPR система је област која захтева суштинско познавање сложеног система и његових параметара. У дисертацији се приказује нова управљачка структура која може бити употребљена на разним CPR системима. Нова управљачка структура се тестира на једној одабраној конфигурацији CPR система и анализира се њен рад у различитим условима. Ове анализе и тестови се представљају кроз симулационе резултате.

Дефинисање алгоритама за навођење носача терета CPR система у простору је захтеван посао. Потребно је укључити све динамичке параметре у прорачун и дефинисање референтне трајекторије. У циљу повећања аутономности CPR систем у докторској дисертацији се формулише нови алгоритам за генерисање референтне трајекторије CPR система са камером која има задатак да прати и надгледа објекат који се креће у видокругу камере. Алгоритам се дефинише, анализира и тестира на једној одабраној конфигурацији CPR система са камером. На овај начин се генерише референтна трајекторија кретања камере у реалном времену у зависности од хаотичног кретања објекта. Добијају се одговарајући резултати који се приказују у дисертацији.

**Кључне речи:** Кабловски вођени паралелни роботски систем, математичко моделовање, кинематика, динамика, радни простор, референтна трајекторија, управљачка структура.

**Научна област:** техничке науке – електротехника и рачунарство

**УДК:** 621.3

# **MODELLING AND CONTROL OF CABLE-SUSPENDED PARALLEL ROBOTS**

Application and study of robotic mechanisms in different fields of economy and science is growing in last decades. One of areas where robots have long found their place is industry. Recently, a special group of robotic systems became more popular and these robots are called service robots. Service robot is a machine that performs useful tasks for the needs of people and devices that people use. These robots are widely used within various fields of human activities. One group of service robots are Cable-suspended Parallel Robots, i.e. CPR systems. CPR system has found its purpose in different places such as: surveillance and monitoring of big events (for example soccer matches), assistance to the elderly and children, agriculture, etc. CPR systems for monitoring the big events are not currently commercially available, but can be rented for the duration of the event. This information points out the fact that CPR systems are not still developed to the level of commercial use. The main reason for this is the fact that many phenomena which characterize CPR systems are not completely clarified, modelled and published through scientific papers. These problems still pose a major challenge for researchers and engineers around the world.

The first step in the research presented in this doctoral dissertation is a review of available literature in area of: mathematical modelling of CPR systems, kinematics and dynamics of CPR systems, force distribution in ropes, control algorithms used for CPR system's load carrier guidance, generation of reference trajectory of CPR system's load carrier, procedures for analysis and synthesis of singular and feasible work space of CPR system's load carrier, etc.

After the systematization, review and analysis of wide spectre of available world literature, characteristics of existing CPR systems are recognized. This information opens new point of view to author of this dissertation which results in definition of new configurations of CPR systems. Procedure of mathematical modelling the CPR systems is presented for two different configurations. Kinematic and dynamic models of these systems are defined. Difference in their mathematical models gives one the possibility to recognize the mutual difference between their dynamic behaviour.

Characteristics which affect the dynamic motion of CPR system's load carrier are: 1. shape of the workspace, 2. number of actuators (actuator consists of: motor, gear and winch), 3. number of hanging points, 4. total number of ropes which carry the load, 5. number of ropes from load carrier to hanging points, 6. the way of load carrier hanging, 7. type of actuator, etc. Complex CPR systems consist of several subsystems. Coordinated work of these subsystems allows the CPR system to implement the defined tasks. One of very important subsystems is a winch which is a machine used for rope winding/unwinding. In this doctoral dissertation, firstly the need for detailed analysis of standard winch for single – row radial multi-layered rope winding/unwinding process is emphasized. This winch is modelled, analysed and synthesized in detail. Detailed analysis of dynamic behaviour of CPR system which uses this shape of the winch for task implementation is performed. Phenomena which occur during the application of standard shape of the winch are recognized and defined in the dissertation.

During the analysis and synthesis of standard winch for single – row radial multi-layered rope winding/unwinding process, a new idea for developing a novel winch for smooth single – row radial multi-layered rope winding/unwinding process occurs. Novel shape of the winch is first defined and then analysed and modelled in this dissertation. Phenomena which occur during the work implementation of novel winch are recognized and compared with standard winch for single – row radial multi-layered rope winding/unwinding process through adequate simulation and experimental analysis. Since CPR system usually has several subsystems for rope winding/unwinding, strong coupling between these subsystems and all the other subsystems of CPR system is recognized. Novel shape of the winch for smooth single – row radial multi-layered rope winding/unwinding process is used on one example of complex CPR system and influence of novel winch on dynamic response of this CPR system is detected.

In this doctoral dissertation, a phenomenon of inclination of load carrier of CPR system during its motion in space is analysed. Equations which define this phenomenon are given and experimental confirmation of theoretical presumptions is presented in the dissertation. One solution of CPR system which successfully moves the load carrier in space while keeping its desired orientation is presented.

Feasible workspace of load carrier is analysed and synthesized on one configuration of CPR system. New procedure which allows the calculation and graphical presentation of feasible workspace of the load carrier of CPR system is defined. Based on this procedure, a new methodology for actuators choosing of CPR system is generated. This methodology is tested on one chosen configuration of the CPR system and these tests are proved with adequate results.

Development of control structures for various configurations of CPR systems is an area which requires deep knowledge of complex system and its parameters. Novel control structure which can be used on different CPR systems is presented in this dissertation. New control structure is tested on one chosen configuration of CPR system and its behavior is analyzed in different conditions. These analysis and testes are presented via simulation results.

Defining algorithms for CPR system's load carrier guidance in two- or three- dimensional space is a complex work. All the dynamic parameters of the system must be included in calculation and definition of load carrier's reference trajectory. In order to increase the autonomy of the CPR system, a novel algorithm for generation of reference trajectories of the CPR system with a camera is formulated in this doctoral dissertation. Camera of the CPR system has a goal to follow and monitor an object which is moving in camera's field of view. Algorithm is defined, analysed and tested on one chosen configuration of the CPR system with a camera. In this fashion, a reference trajectory of the camera is defined in real time depending on chaotic motion of the object. Adequate results are achieved and presented in the doctoral dissertation.

**Keywords:** Cable-suspended Parallel Robot, mathematical modelling, kinematics, dynamics, workspace, reference trajectory, control.

**Scientific field:** technical sciences – electrical and computer engineering

**UDC:** 621.3

## Номенклатура

|                         |                                                                                                                                               |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DOF                     | степен слобode, енг. Degree Of Freedom                                                                                                        |
| CPR                     | кабловски вођен роботски систем, енг. Cable-suspended Parallel Robot                                                                          |
| CPR-WWA                 | процедура за анализу изводљивог радног простора CPR система, енг. CPR-Whole Workspace Analysis                                                |
| CPR-ACM                 | процедура за избор актуатора CPR система, енг. CPR-Actuator Choice Methodology                                                                |
| CPR Trajectory Solver   | процедура која се користи за генерисање глатке референтне трајекторије камере CPR система која има задатак да прати објекат у реалном времену |
| $e = [k \ n \ h \ m]^T$ | вектор променљивих дужина између тачака вешања и носача терета                                                                                |
| $p = [x \ y \ z]^T$     | вектор позиција носача терета у Картезијанском координатном систему – спољашње координате                                                     |
| $v_c(m/s)$              | комполитна брзина носача терета CPR система                                                                                                   |
| $\varphi, \theta, \psi$ | Ојлерови углови који дефинишу оријентацију носача терета                                                                                      |
| $\theta_i(rad)$         | угаона позиција закретања осе $i$ – тог актуатора иза редуктора                                                                               |
| $R_i(m)$                | полупречник намотавања (одмотавања) ужета на чекрк $i$ – тог актуатора                                                                        |
| $J(1/m)$                | Јакобијева матрица CPR система                                                                                                                |
| $m(kg)$                 | маса носача терета                                                                                                                            |
| $u_i(V)$                | напон на $i$ – том актуатору, управљачки сигнал                                                                                               |
| $G_{vi}$                | карактеристика инерције $i$ – тог актуатора                                                                                                   |
| $L_{vi}$                | карактеристика пригушења $i$ – тог актуатора                                                                                                  |
| $S_{vi}$                | геометријска карактеристика $i$ – тог актуатора                                                                                               |
| $M_i(Nm)$               | резултујући момент који делује на осовину $i$ – тог актуатора, тј. на осовину чекрка CPR система                                              |
| $F_i(N)$                | сила у $i$ – том ужету                                                                                                                        |
| $F(N)$                  | вектор спољашњих сила у Картезијанским координатама                                                                                           |
| $F_p(N)$                | вектор инерцијалних сила                                                                                                                      |
| $P_p(N)$                | вектор поремећајних сила                                                                                                                      |
| $g = 9.81(m/s^2)$       | гравитационо убрзање                                                                                                                          |
| $\Delta\phi, \Delta p$  | виртуелни прираштаји                                                                                                                          |
| $\Delta t(s)$           | време одабирања                                                                                                                               |
| $O(m)$                  | матрица пресликавања момента CPR система                                                                                                      |
| $\Delta = 0.5$          | фактор који карактерише два паралелна ужета CPR система                                                                                       |
| $x_i - y_i$             | координатни систем позициониран у осе ротирања $i$ – тог чекрка                                                                               |
| $x_{i1} - y_{i1}$       | координатни систем позициониран у осе ротирања $i$ – тог котура                                                                               |
| $R_{i0}(m)$             | полупречник $i$ – тог чекрка                                                                                                                  |
| $r(m)$                  | полупречник котура                                                                                                                            |
| $a(m)$                  | хоризонтално растојање између осе чекрка и осе котура                                                                                         |
| $b(m)$                  | вертикално растојање између осе чекрка и осе котура                                                                                           |
| $\gamma_i(rad)$         | нагиб између ужета и позитивног дела $u_i$ осе $i$ – тог актуатора                                                                            |
| $lw_i(m)$               | дужина ужета између $i$ – тог чекрка и котура                                                                                                 |
| $\tilde{R}_{i0}(m)$     | полупречник већег полу-цилиндра $i$ – тог чекрка                                                                                              |

|                                                  |                                                                                                 |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $B_a$                                            | број актуатора                                                                                  |
| $x(i_a)[\%]$                                     | процентална величина изводљивог радног простора                                                 |
| $\omega_0$                                       | пропусни опсег регулације позиције                                                              |
| $K_p, K_i, K_d$                                  | појачања PID контролера                                                                         |
| $\omega_{aw}$                                    | пропусни опсег anti-windup деловања                                                             |
| референтни параметри                             | каталошки или измерени параметри система, а могу да буду и креирани од стране дизајнера система |
| $\hat{R}_i, \hat{G}_{vi}, \hat{L}_{vi}, \hat{m}$ | реални параметри система (процењени)                                                            |
| $err$                                            | проширени вектор грешке                                                                         |

# САДРЖАЈ

|                                                                                                                           |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Увод.....</b>                                                                                                       | <b>1</b>  |
| 1.1 Предмет и циљ дисертације.....                                                                                        | 2         |
| 1.2 Структура дисертације.....                                                                                            | 6         |
| <b>2. Нове конфигурације CPR система.....</b>                                                                             | <b>8</b>  |
| <b>3. Математичко моделовање CPR система .....</b>                                                                        | <b>13</b> |
| 3.1 Математичко моделовање RSCPR система .....                                                                            | 13        |
| 3.2 Математичко моделовање CPR-A система .....                                                                            | 17        |
| <b>4. Анализа утицаја типа чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) ужета на рад CPR система .....</b>                 | <b>22</b> |
| 4.1 Основни теоријски принципи динамике намотавања (одмотавања) ужета на чекрк .....                                      | 23        |
| 4.2 Цикличност намотавања (одмотавања) ужета на чекрк .....                                                               | 35        |
| 4.3 Утицај дефинисаног концепта скоковитог намотавања (одмотавања) ужета на рад RSCPR система .....                       | 37        |
| 4.4 Симулациони резултати.....                                                                                            | 38        |
| <b>5. Нови дизајн чекрка за једноредо глатко намотавање (одмотавање) ужета.....</b>                                       | <b>44</b> |
| 5.1 Математичка формулација једноредног вишеслојног радијалног глатког намотавања (одмотавања) ужета на један чекрк ..... | 45        |
| 5.2 Цикличност глатког намотавања (одмотавања) ужета на један чекрк.....                                                  | 56        |
| 5.3 Експериментални резултати.....                                                                                        | 58        |
| 5.4 Математички модел RSCPR система са подсистемима за глатко намотавање (одмотавање) ужади .....                         | 61        |
| 5.4.1 Кинематика RSCPR система са новим обликом чекрка.....                                                               | 61        |
| 5.4.2 Динамика RSCPR система са новим обликом чекрка .....                                                                | 65        |
| 5.5 Тестирање RSCPR система са подсистемима за глатко намотавање (одмотавање) ужади .....                                 | 66        |
| <b>6. Анализа оријентације носача терета CPR система .....</b>                                                            | <b>75</b> |
| 6.1 Кинематика кретања носача терета CPR система .....                                                                    | 75        |
| 6.2 Симулациони резултати.....                                                                                            | 80        |
| 6.3 Експериментални приказ феномена оријентације .....                                                                    | 81        |
| 6.4 Редундантни CPR систем.....                                                                                           | 83        |
| <b>7. Анализа радног простора и избор актуатора CPR система .....</b>                                                     | <b>87</b> |
| 7.1 Процедура за анализу и синтезу радног простора CPR система - CPR-WWA.....                                             | 87        |
| 7.1.1 Студија случаја: Примена процедуре CPR-WWA на CPR-8 систему.....                                                    | 92        |



|                                                                                                                                          |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 7.1.1.1 Пример 1: Анализа изводљивог радног простора за $\psi = 0, \theta = 0$ и $\varphi = 0$                                           | 92         |
| 7.1.1.2 Пример 2: Анализа изводљивог радног простора за $\psi = 0.5 \text{ rad}, \theta = 0.5 \text{ rad}$ и $\varphi = 0.5 \text{ rad}$ | 93         |
| 7.2 Методологија за избор актуатора CPR-8 система - CPR-АСМ                                                                              | 95         |
| 7.2.1 Студија случаја: Примена методологије CPR-АСМ на CPR-8 систему                                                                     | 97         |
| <b>8. Пројектовање управљачке структуре за CPR систем егзактном линеаризацијом</b>                                                       | <b>100</b> |
| 8.1 Математички модел RSCPR система у простору стања                                                                                     | 100        |
| 8.2 Пројектовање управљачке структуре егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата                                          | 103        |
| 8.2.1 Прва фаза – feedback линеаризација                                                                                                 | 103        |
| 8.2.2 Друга фаза – пројектовање контролера за канале – двоструке интеграторе                                                             | 103        |
| 8.2.3 Трећа фаза - имплементација                                                                                                        | 104        |
| 8.3 Симулациони резултати                                                                                                                | 105        |
| 8.3.1 Анализа управљачке структуре за референтне параметре RSCPR система                                                                 | 105        |
| 8.3.2 Анализа управљачке структуре за реалне параметре RSCPR система                                                                     | 108        |
| <b>9. Алгоритам за генерисање трајекторија за CPR систем са камером</b>                                                                  | <b>112</b> |
| 9.1 Алгоритам за генерисање трајекторија - CPR Trajectory Solver                                                                         | 112        |
| 9.1.1 Опис генералне форме CPR Trajectory Solver - а                                                                                     | 116        |
| 9.1.2 Пример генерисања референтне трајекторије камере употребом CPR Trajectory Solver – а                                               | 119        |
| 9.2 Симулациони резултати                                                                                                                | 122        |
| <b>10. Закључак</b>                                                                                                                      | <b>126</b> |
| Литература                                                                                                                               | 130        |

# Глава 1

## Увод

Људска бића су кроз миленијуме свог постојања увек тражила своју адекватну замену, која би их што верније опонашала. Управо таква тежња је довела и до стварања механизма нама данас познатог као робот. Иако се појам робот први пут дефинише почетком двадесетог века од стране чешког писца Карела Чапека, слични механизми су постојали и много раније и на њима су радили многи познати мислиоци и један од њих је био и Леонардо да Винчи.

Један од најпознатијих писаца научне фантастике, Исак Асимов, је веома опширно писао о роботима у својим делима. Он није замишљао робота као биће које треба да убија, већ потпуно супротно. Дефинисао је следећа три закона:

а) робот не сме да повреди људско биће, нити својом неактивношћу да дозволи да људско биће буде повређено,

б) робот се мора повинovati наређењима људских бића али при томе не сме да угрожава правило под а),

в) робот мора заштити себе али при томе не сме да угрози правила под а) и б).

Међутим, модерни развој робота углавном зависи од неких практичних потреба које условљава производња у ратној или сличним индустријама. Данашњи роботи углавном имају екстремитете као људска бића а многи од њих имају и могућност ходања. Без обзира на те разлике, сви роботи имају исту сврху а то је помагање човеку на различите начине. Данас постоји неколико различитих врста подела робота и то према облику, области намене, нивоу аутономности и сл. Општеприхваћена подела не постоји јер се одређени типови робота могу сврстати у више области по својим карактеристикама. Једна од могућих подела робота јесте: хуманодини роботи, индустријски роботи, сервисни роботи, мобилни роботи, летећи роботи и слично.

Сервисни роботи су машине које обављају корисне послове за потребе људи и уређаја које људи користе. Ови роботи имају широку примену у разнородним људским делатностима. Они су аутономни и креирани су тако да не могу да нашkode своје кориснику, тј. човеку.

Сервисни роботи налазе своју примену и на спортским и сличним манифестацијама. На Светском првенству у фудбалу у Бразилу 2014. године је коришћен кабловски систем за вођење камере у тродимензионалном простору чиме је добијен веома упечатљив ефекат при посматрању дешавања на терену. Овакви системи се називају Кабловски вођени роботски системи – CPR системи (енг. Cable-suspended Parallel Robots). Ови системи могу да се користе и у многе друге сврхе: војне, безбедносне, помоћ старијим особама и деци и слично.

Ова докторска дисертација је резултат вишегодишњег ауторовог научно-истраживачког рада управо у области CPR и сличних роботских система. То обухвата теоријска и примењена истраживања, као и развој различитих конфигурација CPR система и њихових подсистема. Резултати остварени у овој докторској дисертацији су реализовани у Институту Михајло Пупин, Универзитета у Београду, Иновационом центру Електротехничког факултета, Универзитета у Београду, Електротехничком факултету, Универзитета у Београду и Математичком Институту САНУ, Универзитета у Београду.

## 1.1 Предмет и циљ дисертације

CPR системи су сложени роботски системи који користе ужад (каблове) као преноснике кретања. Генерално речено, ужад су обешена за неке тачке радног простора и повезују носач терета са актуаторским подсистемом: мотор-редуктор-чекрк. Претеча CPR система су његове једноставније варијанте које су навеле истраживаче и инжењере да развију CPR систем који пуним правом носи име робота већ неколико деценија. CPR систем може да послужи, подстакне и интегрише развој различитих области: механика, машинске конструкције, погонски системи различитих типова, мерења и сензори, електроника, рачунари, алгоритми управљања и њихова софтверска реализација, као и сви аспекти вештачке интелигенције. С обзиром на ширину области на којима се базира будући развој CPR система, овде ће бити напоменути само неки радови који су инспирисали аутора дисертације [1]-[11].

Пионирски CPR системи су настали у Јапану и САД. Неке од најпознатијих првобитних конфигурација CPR система су NIST роботизовани кран [12] и FALCON робот [13]. Развој и примена CPR система је у порасту у последњих неколико година и неки од новијих система су SEGESTA робот [14], NIMS робот [15] и други.

Дизајнирање CPR система захтева детаљну анализу његове кинематике и динамике. Такође, битно је разматрати и расподелу затезне силе у ужадима, јер њена расподела значајно утиче на динамику кретања система. У [16]-[19] су се аутори бавили проблемима расподеле силе у ужадима, док су аутори [20]-[25] анализирали кинематику и динамику CPR система. Ова анализа је веома битна, јер је на основу добре анализе кинематике, динамике и расподеле силе у ужадима могуће направити прецизне математичке моделе CPR система. Употребом ових модела могу да се анализирају сви аспекти потребни за успешну практичну реализацију CPR система. У [26] су аутори представили моделовање крутости CPR система и анализирали су њен утицај на рад систем у реалистичним условима. Аутори [27] су анализирали и моделовали нови CPR систем који има завидну носивост и брзину кретања у тродимензионалном простору. Овај систем је експериментално тестиран у лабораторијским условима. Истраживачи су радили велики број анализа и синтеза CPR система под називом IPANEMA и у [28] су аутори показали математичко моделовање овог система што су поткрепили симулационим експериментима. Сваки под-систем CPR система утиче на његов рад, па је битно моделовати њихов утицај и то укључити у укупан модел система. У [29] су аутори моделовали утицај под-система за

намотавање/одмотавање ужади и приказали њихов утицај на динамички одзив CPR система. Аутори [30] су анализирали један од познатијих паралелних робота данашњице који носи назив FAST и приказали су методологију моделовања овог система што су и верификовали симулационим експерментима. Аутори [31] су анализирали и моделовали CPR систем са два степена слободе укључивши утицај масе ужади на укупну динамику CPR система. Како су ужад главни покретачи носача терета CPR система, поред њихове масе, веома је битно анализирати и моделовати и утицај еластичности ужади на укупну динамику система. Управо то су урадили аутори у [32]. Такође, могуће је да дође до судара ужади током рада система и то је потребно избећи по сваку цену. Аутори су у [33] анализирали овај проблем и укључили га у укупни математички модел система и приказали анализу кроз адекватне резултате.

За успешну анализу и припрему CPR система за практичну употребу потребно је испитати све његове могућности. Један од веома важних фактора који треба да се размотри јесте CPR системов радни, односно сингуларни, простор. То је једна од тема са којом су се суочили истраживачи и инжењери од самог настанка CPR система. У [34] су аутори анализирали једну конструкцију CPR система са шест степени слободе. Они су приказали дизајн овог система и његов радни простор. Запремина радног простора је карактерисана као скуп тачака које центар масе носача терета може да додире у тродимензионалном простору. Аутори [35] су фокусирали своје истраживање на анализу радног простора кабловски вођеног механизма за позиционирање. Због затезних сила које делују у ужадима и које утичу на понашање система, аутори су анализирали утицај ових сила на величину радног простора. У [36] су аутори приказали анализу радног простора система вођеног са четири ужета употребом интервалне анализе. Направили су прототип и извршили су тестирања којима су показали изводљивост дизајнираног система у дво и тродимензионалним условима. У [37] су аутори представили нови метод за решавање проблема утицаја затезних сила на величину радног простора CPR система применом конвексног метода. У [38] су анализирале две врсте радног простора који је дефинисан утицајем: 1) затезних сила у ужадима и 2) спољашњих сила на рад CPR система. Приказан је нови рекурзивни алгоритам који је употребљен за проверавање испуњености услова потребних за успешан рад система. Нови CPR систем под називом CaMaReS за рехабилитацију пацијената који су патили од повреда рамена је приказан у [39]. Овај систем је карактерисан са четири ужета који дозвољавају кретање рамена са различитим ограничењима у померању и брзини кретања. Аутори су анализирали кинематику система и затим приказали радне просторе различитих конструкција система. Аутори [40] су представили нови модел CPR система са укљученим опругама између терета и тачака вешања. На тај начин су аутори успели да подешавају радни простор система. Приказани су утицаји различитих параметара опруга на укупни радни простор CPR система. Аутори [41] су развили нови метод који су назвали TFW (енг. Twist Feasible Workspace) да би анализирали радни простор носача терета, односно платформе. Они су употребили овај метод као оптимизациони критеријум за димензионисање актуатора CPR система. У [42] је приказана анализа утицаја трења у ужадима на величину радног простора CPR система са шест степени слободе. Кинематика и динамика система су

изведени употребом векторских једначина и Далемберовог принципа. Истраживање приказано у [43] је било фокусирано на анализу радног простора CPR система са шест степени слободе. На основу дефинисане конструкције система извршене су анализе утицаја сила затезања на радни простор заједно са утицајем геометријске интерференције између ужади и/или ужета и носача терета.

Приликом рада CPR система потребно је да сва ужад буду довољно затегнута или довољно лабава у исто време. Због тога је управљање овим системом веома захтевно и изискује добро познавање самог система и добар математички модел. Постоји низ радова који се баве овим проблемом. Аутори [44] су дизајнирали нови LQG/ $\infty$  контролер за CPR систем чији рад је потврђен кроз адекватне експерименталне резултате. Систем који је приказан у [45] користи нови управљачки алгоритам који омогућава брзо и ефикасно извршавање предефинисаних задатака. У [46] су се аутори бавили проблемом управљачких јединица намењених за одржавање потребне затезне силе у ужадима на једном примеру CPR система. Аутори [47] су приказали нову конструкцију CPR система и тестирали су нови управљачки метод којим су хтели да избегну нежељене ефекте приликом затезања ужади при кретању носача терета CPR система. Нови дизајн и математички модел CPR система са три степена слободе је приказан у [48]. Аутори су употребили клизно управљање (SMC) на овом систему и анализирали су стабилност система у различитим условима. Такође, у [49] су аутори дефинисали нови вид управљања на систему са три степена слободе. Дефинисали су тзв. Backstepping приступ за одређену конструкцију CPR система. У много случајева је битно имати визуелну представу шта дефинисани систем извршава. Аутори [50] су на основу система за посматрање дефинисали управљачки систем који је заснован на визији. Употребили су дефинисани метод на једном простом CPR систему. У [51] су аутори анализирали робусни PID контролер на једном примеру CPR система. Ову анализу су потврдили и кроз експерименталне резултате који су дати у раду. Однедавно се аутори доста баве импедансним контролерима силе код роботских система. Тако су аутори [52] приказали робусни импедансни контролер за једну конструкцију CPR система. CPR системи често мењају своје параметре током рада и битно је размотрити и адаптивне контролере у том случају. У [53] су аутори урадили управо то и тестирали су свој адаптивни контролер на KNTU кабловски вођеном роботу.

CPR системи могу бити дизајнирани тако да се носач терета креће у две или три димензије. Дефинисање трајекторија носача терета унутар радног простора представља захтеван посао и уско је везан са квалитетно дизајнираним управљачким јединицама. Истраживачи се баве проблемом кретања носача терета CPR система од њиховог самог настанка што је анализирано кроз велики број радова. Првобитно су научници истраживали кретање манипулатора, односно индустријских робота и та истраживања су инспирисала истраживаче и олакшала им дизајнирање адекватних алгоритама за CPR системе. Један од радова који је инспирисао научнике јесте [54], где су аутори приказали временски оптимизовано управљање роботским механизмима приликом кретања по одређеним путањама. Аутори [55] су приказали алгоритам за креирање

трајекторија носача терета CPR система. Дефинисали су метод за кретање система који при томе одржава силе у ужадима позитивним што обезбеђује довољну затегнутост ужади и успешно извршавање одређених задатака. Аутори [56] су дизајнирали метод којим су постигли прецизно кретање платформе (носача терета) по жељеној трајекторији. Алгоритам је дефинисан тако да функционише све време док систем не налети на неке непознате поремећаје. У том случају, приступ је потребно променити. Нови CPR систем под називом The Winch-Bot је приказан у [57]. Аутори су испитивали нове методе за праћење трајекторија на овом систему. Приметили су различите проблеме што су приказали кроз резултате. Постоји низ паралелних робота који имају сличан облик као клатно и они се састоје од мањег броја актуатора него што поседују степени слободе. Овакви системи су компликовани за управљање и навођење у простору. Управо тим проблемом се баве аутори [58] где анализирају проблеме који настају у овим случајевима. Аутори [59] су дизајнирали алгоритам за тачка-по-тачка планирање трајекторије кретања носача терета CPR система. Они су ово истраживање поткрепили експерименталним резултатима. У [60] су аутори приказали нередундантни CPR систем са два степена слободе и дефинисали су метод за динамичко дефинисање трајекторија овог система. Тестирали су систем на скупу динамичких трајекторија. Аутор [61] је дизајнирао динамичко планирање трајекторије кретања за CPR систем са три степена слободе. Дизајнирао је такав алгоритам који динамички дефинише трајекторије у складу са ограничењима која су уведена са жељеним силама затезања у ужадима. У [62] је приказано планирање кретања за планарни CPR систем. Алгоритам примењен у овом раду укључује такве захтеве да у ужадима не сме да дође до великог затезања а у исто време и до превелике лабавости. Овај алгоритам је експериментално верификован на дефинисаном систему са два степена слободе. Многи аутори су своје алгоритме тестирали у експерименталним условима. Такав је случај и са ауторима [63]. Они су приказали CPR систем са три степена слободе и формулисали су метод за одређивање прецизности овог система приликом извршавања трајекторије променљиве у реалном времену.

Сви наведени резултати говоре да су CPR системи веома важан део савремене роботике. Њихова примена расте и свакако најпознатија примена ових система јесте у процесу снимања и надгледања спортских догађаја, јер су овакви уређаји видљиви широким народним масама преко медија. Овакви системи су се појавили већ крајем осамдесетих година прошлог века и један од најпознатијих система јесте Skycam систем [64]. Поред примене приликом снимања спортских и сличних догађаја, CPR системи су нашли своју употребу у рехабилитацији и један од примера оваквих система који се користи јесте STRINGMAN [65]. Такође, приказани су и неки концепти за употребу CPR система у Пољопривреди. У [66] су аутори приказали потенцијалну употребу великог кабловски вођеног система у сврхе одржавања биљака у Пољопривреди. Наведени системи представљају само неке од потенцијалне примене CPR система и ови системи налазе све више простора у модерној науци и инжењерингу.

Првобитни циљ ове дисертације јесте постављање методолошких принципа за развој кинематичког и динамичког модела различитих структура CPR система. Применом постављених принципа треба моделовати различите нове варијанте решења подсистема CPR система, као што су: подсистем за ношење терета (алата), подсистем за намотавање (одмотавање) ужади и сл., и анализирати њихов утицај на кинематички и динамички модел сложеног CPR система. За ове различите варијанте CPR система је потребно дефинисати процедуру за генерисање сложених трајекторија носача терета. Такође, потребно је укључити и развити различите управљачке структуре на локалном и глобалном нивоу. Ови системи су веома сложени и састоје се од низа актуаторских подсистема (мотор-редуктор-чекер), па је потребно анализирати њихов утицај на радни простор читавог система и на тај начин доћи и до адекватног избора актуатора који би омогућили успешно извршавање тражених задатака система.

Научни допринос ове дисертације биће остварен у виду резултата поменутих истраживања, од којих су неки објављени у часописима од међународног значаја [67], [70], [99], [101] и [116].

## 1.2 Структура дисертације

Полазећи од циљева изнетих у претходном одељку ове Главе и остварених резултата током истраживања, ова дисертација има следећу структуру:

У Глави 2 ове дисертације ће бити приказане различите конфигурације CPR система које су настале као резултат истраживања на овој дисертацији. Биће дат кратак осврт на конфигурације ових система и на њихове међусобне разлике.

У Глави 3 је приказан принцип дефинисања математичког модела CPR система. Дати су детаљни математички модели две различите конфигурације CPR система. Иако ова два система на први погледа изгледају веома слично, кроз математичко моделовање се установљавају њихове најзначајније разлике.

У Глави 4 ће бити приказан утицај употребе стандардног облика чекрка за једноредно намотавање (одмотавање) ужета (кабла) на рад CPR система. Биће детаљно приказани феномени који настају током оваквог процес намотавања (одмотавања) само на једном подсистему. Затим ће бити приказан утицај више оваквих подсистема на рад једног примера конфигурације сложеног CPR система.

У Глави 5 ће бити приказано решење подсистема за намотавање (одмотавање) ужета на нови облик чекрка. Биће детаљно анализирано ново решења овог черка и биће приказано експериментално поређење новог решења чекрка са оним анализираним у Глави 4. Такође, биће приказан рад једне конфигурације CPR система која користи овакав чекрк за намотавање (одмотавање) ужади.

Системи приказани у Главама 1 до 5 су дизајнирани тако да није могуће контролисати оријентацију носача терета CPR система. Управо тај проблем ће бити анализиран у Глави 6. Биће приказана детаљна анализа овог проблема као и је једно решење CPR система које има могућност контролисања оријентације терета.

У Глави 7 ће бити дата анализа и синтеза проблема изводљивости CPR система, односно величине његовог изводљивог радног простора. Биће генерисана нова процедура која има могућност да извршава ову анализу за различите конфигурације система. Такође, употребом ове процедуре је дефинисана нова методологија која омогућава кориснику да изабере одговарајуће актуаторе CPR система погодне за извршавање дефинисаних задатака.

У Глави 8 ће бити генерисана нова управљачка структура за контролу кретања носача терета CPR система. Новогенерисана структура ће бити тестирана на једној одабраној конфигурацији CPR система кроз две студије случаја. Добијени резултати ће бити описани кроз одговарајуће симулационе експерименте и упоређени.

У Глави 9 ће бити приказан нови алгоритам за креирање трајекторије носача камере једне структуре CPR система. Дефинисани алгоритам се користи за креирање референтне трајекторије камере CPR система током процеса праћења и надгледања покретног објекта који се налази у видокругу камере. Биће дата анализа овог алгоритма на једном одабраном сценарију праћења објекта у реалном времену.

У Глави 10 су дати закључци и ауторова разматрања и планови за будуће истраживање.

На крају је дат списак литературе коришћене у овој дисертацији.

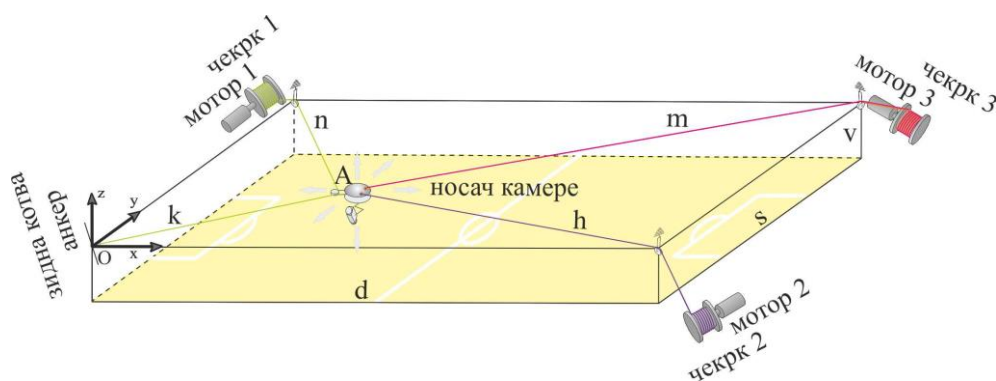


## Глава 2

### Нове конфигурације CPR система

Настанку CPR система је претходило вишедеценијско истраживање у различитим областима науке и овде су поменути само неки радови [1]-[11]. Истраживачи се баве анализом и синтезом CPR система кроз велики број радова а неки од њих који су инспирисали аутора дисертације су [12]-[66]. Детаљна анализа ових радова је довела до идеје за формирањем нових конфигурација CPR система што представља део истраживања ове дисертације. У овој Глави ће бити представљене ове конфигурације са кратким освртом на њихово функционисање.

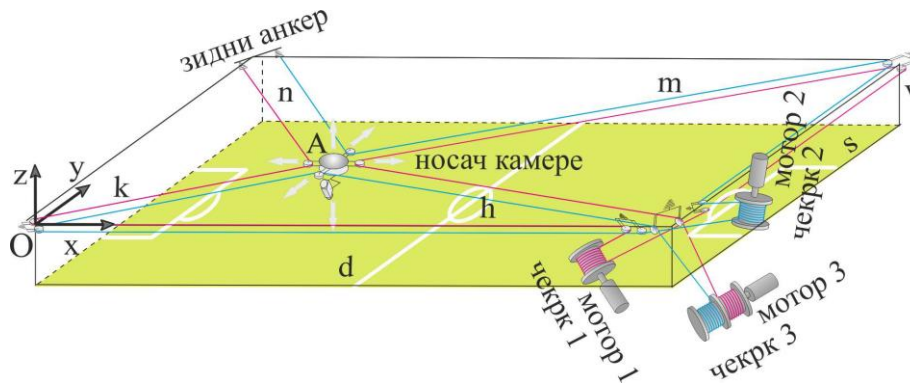
Први систем који ће бити представљен носи назив RSCPR (енг. Rigid ropes S-type Cable-suspended Parallel Robot) чији је изглед у простору приказан на Сл. 2.1. Детаљна анализа и математичко моделовање овог система је дато у [67]. У [68] су приказане разлике и сличности између RSCPR система и класичне индустријске роботске конфигурације, док је у [69] приказана разлика између габаритски мале и велике конфигурације RSCPR система где је видљив утицај димензија радног простора на понашање оба система. Овај систем се састоји од три актуатора: мотор-редуктор-чекрк. Синхроним ротирањем ова три актуатора мењају се дужине ужади  $k$ ,  $h$ ,  $m$  и  $n$  и на основу тога се носач терета креће у тродимензионалном простору. У овом случају носач терета је носач камере која надгледа неки спортски догађај, нпр. фудбалску или хокејашку утакмицу. Овај систем ће бити детаљније представљен у Глави 3, где ће бити приказано математичко моделовање RSCPR система.



Слика 2.1 – RSCPR систем: изглед у простору.

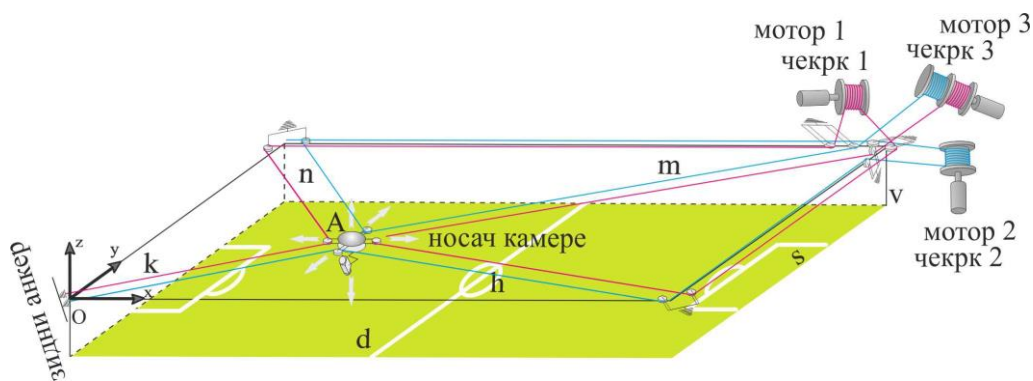
Следећи систем који ће бити приказан носи назив CPR-A систем и његов изглед у тродимензионалном простору је дат на Сл. 2.2. Математички модел и детаљна анализа овог система су приказани у [70]-[73]. CPR-A систем је настао анализом и исправком конфигурације CPR система приказане у [74]. Упоредна анализа између CPR-A и RSCPR система је дата у [75]. Иако ова два система лаички посматрано на први поглед делују веома слично, разлика у њиховом понашању је евидентна и то ће бити приказано детаљније у Глави 3. CPR-A систем је такође погођен са три актуатора,

разлика је у томе што се у овом случају сва три актуатора налазе у истом ћошку радног простора, што систем носи терет помоћу дуплих ужади и још низ других разлика.



Слика 2.2 – CPR-A систем: изглед у простору.

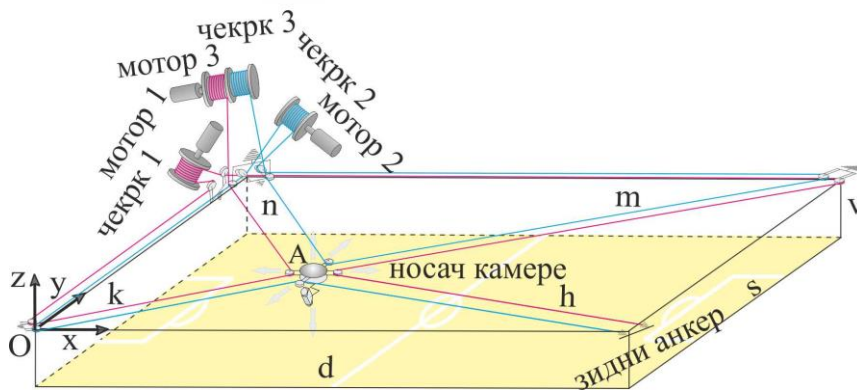
Развијени су и системи који носе називе CPR-B, CPR-C и CPR-D. Ови системи су на први поглед веома слични са CPR-A системом. Разлика је у томе што су актуатори постављени у различитим највишим тачкама радног простора носача терета система. Ови системи су приказани на Сл. 2.3, 2.4 и 2.5, респективно.



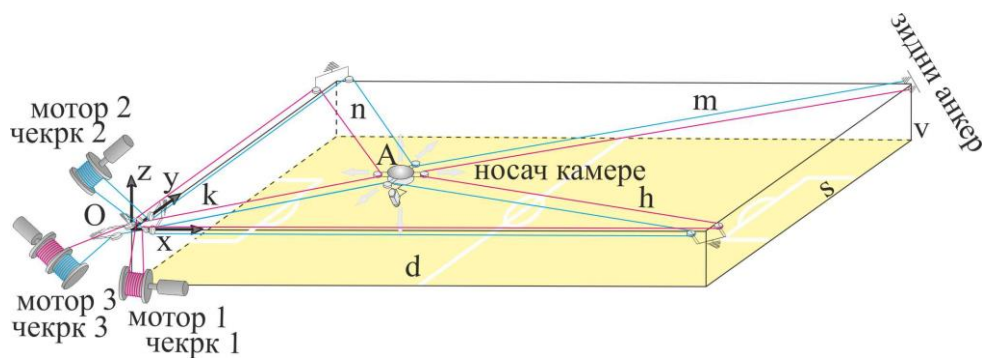
Слика 2.3 – CPR-B систем: изглед у простору.

Иако сва четири дефинисана система делују веома слично, динамика њиховог понашања је прилично другачија и то је анализирано кроз неколико радова. У [76] је приказана упоредна анализа између CPR-B и CPR-A система где је видљива јасна разлика између њих. У [77] је приказана детаљнија анализа CPR-B система. CPR-C систем је представљен у [78], где је дат његов математички модел и анализа рада у различитим динамичким условима.

На крају, CPR-D систем је приказан у [79] и [80]. У [79] је приказан математички модел овог система, док је у [80] анализиран рад овог система у одређеним условима и под одређеним спољашњим оптерећењем. Системи приказани у [67]-[80] представљају нове конфигурације CPR система и у [81] је дат осврт на њих и важност њихове реализације. Такође, приказана је потенцијална употреба ових система у Пољопривреди.



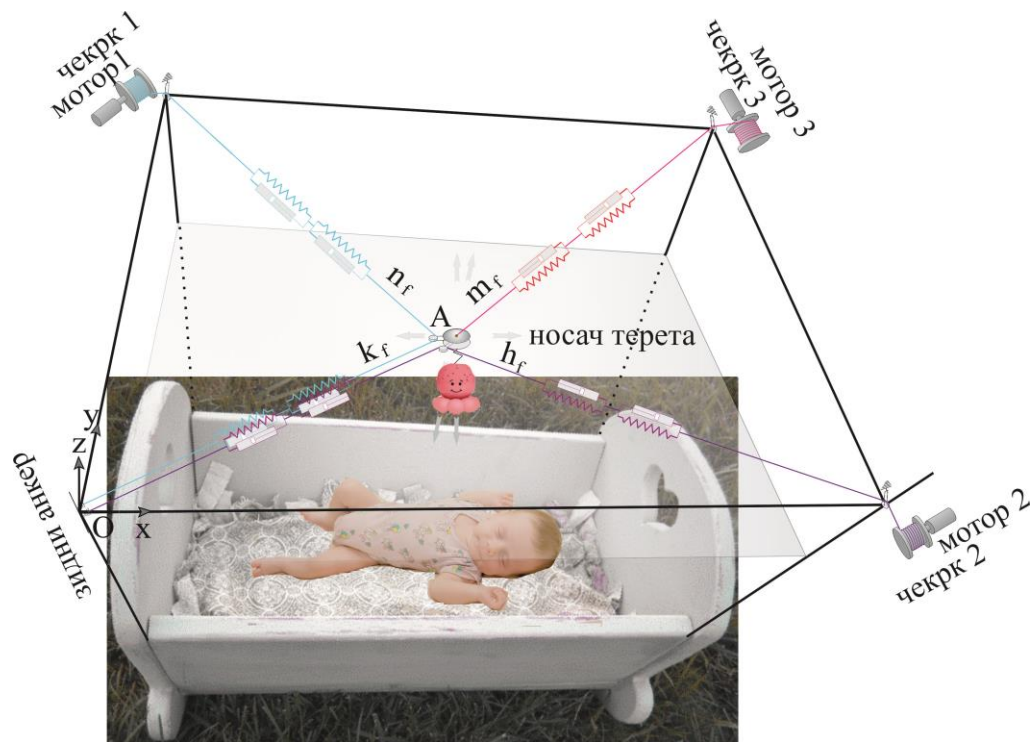
Слика 2.4 – CPR-C систем: изглед у простору.



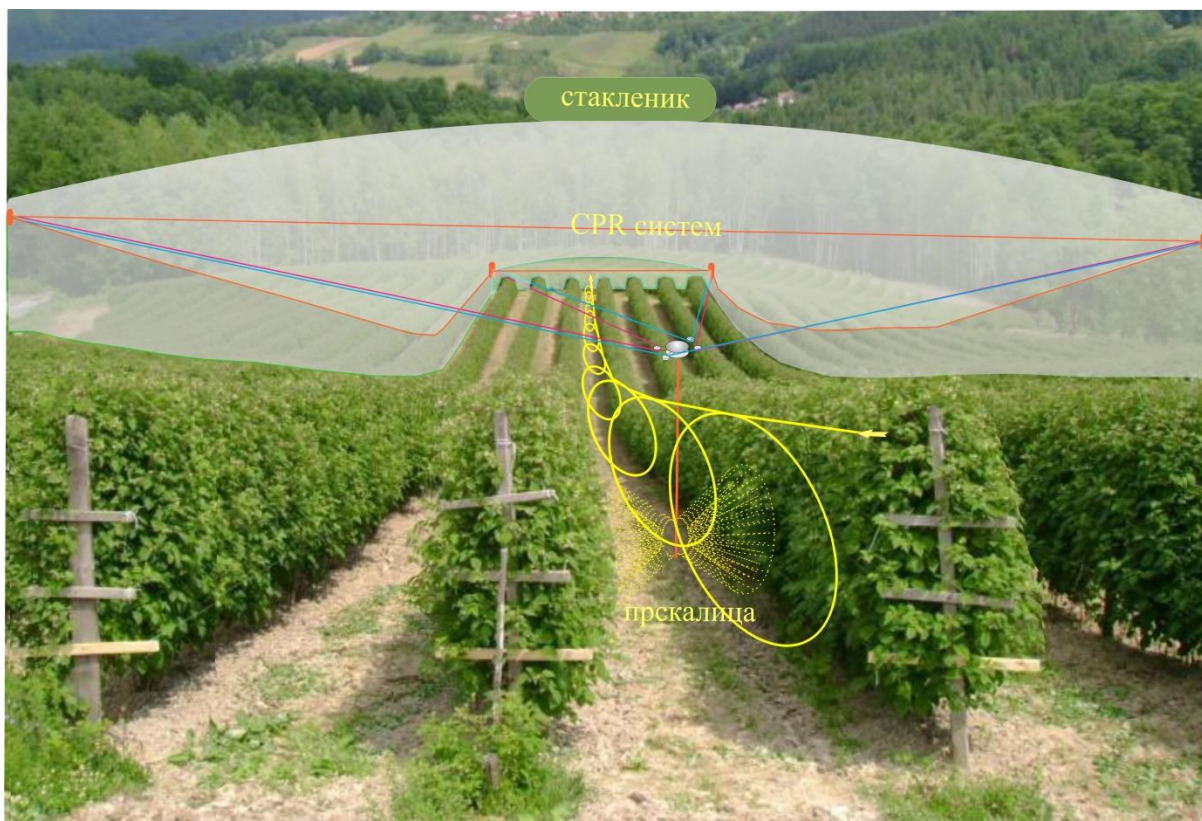
Слика 2.5 – CPR-D систем: изглед у простору.

CPR системи представљени у досадашњем делу ове Главе су дизајнирани под претпоставком да ужад коју користе нису еластична. Односно, усвојено је да су ужад савршено крута. Наравно, у реалним условима та претпоставка није основана али је оваква претпоставка усвојена ради лакшег дизајнирања и првобитне анализе ових CPR система. Ови системи су додатно анализирани и њихови математички модели су допуњени са претпоставком да је свако уже еластично. На тај начин се кинематички и динамички модели CPR система усложњавајау и управљање њима се компликује. Увођење особине еластичности у математичке моделе CPR система је урађено на већ дефинисаним принципима из [82] -[85]. У [86] је приказана комплексност CPR система под називом eSCPR (енг. elastic S-type Cable-suspended Parallel Robot). Овај систем представља „еластичну“ верзију RSCPR система, односно RSCPR систем са еластичним ужадима. Даље, у [87] је приказана још једна верзија CPR система са еластичним ужадима под називом eFCPR (енг. elastic F-type Cable-suspended Parallel Robot). Приказно је математичко моделовање овог система и његова потенцијална употреба за помоћ родитељима за анимацију мале деце. У [88] је приказана упоредна анализа између CPR система са еластичним ужадима и других роботских система који поседују еластичне елементе (зглобови, линкови). Приказана је сложеност свих система и њихово функционисање у различитим условима. На Сл. 2.6 је приказан просторни изглед eFCPR система.





Слика 2.6 – eFCPR систем у простору.



Слика 2.7 – Примена CPR система у стакленику.

У овој дисертацији неће бити анализирани CPR системи са еластичним кабловима (ужадима), него ће рад бити посвећен системима са крутим ужадима, односно са ужадима без еластичних елемената. Доприноси аутора ове дисертације ће бити јасније наглашени на крутим CPR системима.

У следећој Глави ће бити приказана детаљна анализа и математичко моделовање RSCPR и CPR-A система. Такође, биће приказана и разлика између математичког моделовања ова два CPR система.

CPR системи су нашли своју употребу у различитим областима: војне и полицијске сврхе, надгледање великих спортских и сличних догађаја (види Сл. 2.1-2.5), помоћ одраслима и деци (види Сл. 2.6), грађевинарство, Пољопривреда (види Сл. 2.7), виртуелни симулатори и сл.

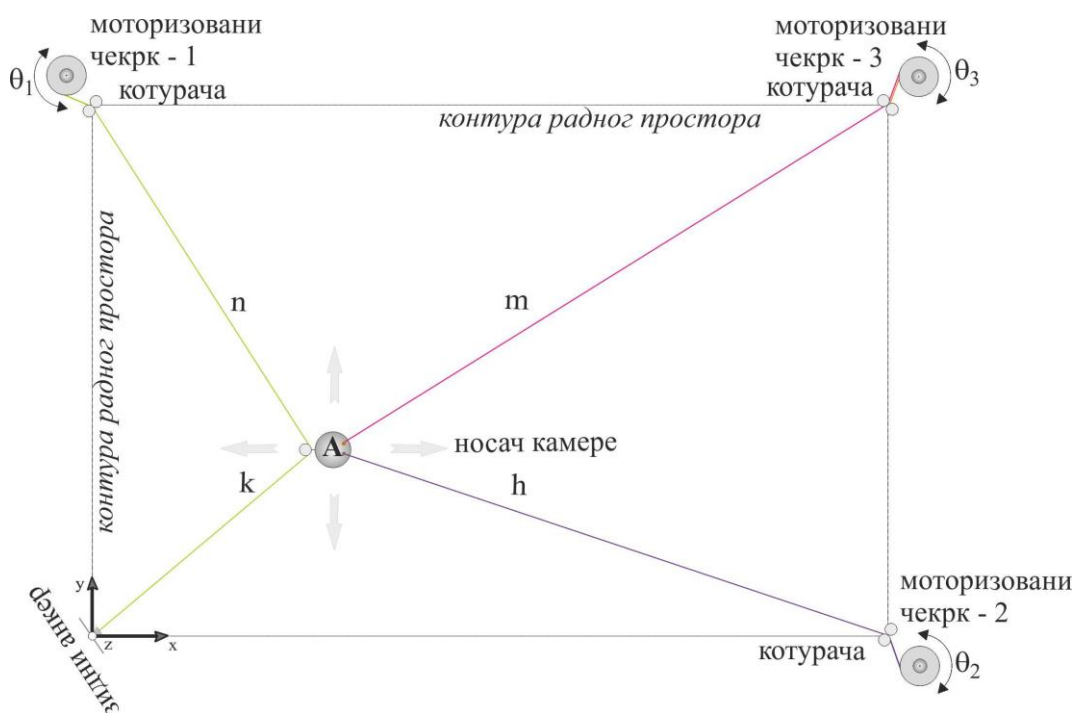
## Глава 3

### Математичко моделовање CPR система

У Глави 2 овог рада је приказан осврт на различите конфигурације CPR система које су резултат истраживања на овој дисертацији. Поменуто је систем под називом RSCPR систем и који је детаљно представљен у [67]. Управо у овој Глави ће бити приказан поступак математичког моделовања RSCPR система. Такође, биће приказана и процедура математичког моделовања CPR-A система који је детаљно приказан у [70] као и разлика између ова два система. Математичко моделовање ових и сличних система који су приказани у претходној Глави је базирано на истраживањима приказаним у [89]. У овој књизи је приказано математичко моделовање хуманоидних и индустријских робота.

#### 3.1 Математичко моделовање RSCPR система

У овом делу Главе 3 ће бити приказано математичко моделовање RSCPR система. Ради лакше анализе, на Сл. 3.1 је приказан овај систем са погледом одозго.



Слика 3.1 – RSCPR систем: поглед одозго.

Битно је нагласити да се носач терета (у овом случају камере) посматра као маса сконцентрисана у тачки  $A$ , па самим тим димензија носача нема утицаја на математичко моделовање система. Као што је поменуто и у претходној Глави, битно је посматрати променљиве дужине ужади  $k$ ,  $h$ ,  $m$  и  $n$ . Ове дужине се рачунају на следећи начин:

$$k = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (3.1)$$

$$h = \sqrt{(d-x)^2 + y^2 + z^2}, \quad (3.2)$$

$$m = \sqrt{(d-x)^2 + (s-y)^2 + z^2}, \quad (3.3)$$

$$n = \sqrt{x^2 + (s-y)^2 + z^2}, \quad (3.4)$$

где  $d$  представља дужину, док  $s$  представља ширину радног простора RSCPR система. Величине  $x$ ,  $y$  и  $z$  представљају Картезијанске координате тачке  $A$ , односно носача камере. Такође, величине  $p = [x \ y \ z]^T$  се називају спољашње координате. Ако се направе први изводи једначина (3.1)-(3.4), онда се добија следећи сет једначина представљен у облику матрице:

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{n} \\ \dot{h} \\ \dot{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{k} & \frac{y}{k} & \frac{z}{k} \\ \frac{x}{n} & -\frac{s-y}{n} & \frac{z}{n} \\ -\frac{d-x}{h} & \frac{y}{h} & \frac{z}{h} \\ -\frac{d-x}{m} & -\frac{s-y}{m} & \frac{z}{m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Веза између првих извода дужина  $k$ ,  $h$ ,  $m$  и  $n$ , односно  $\dot{e} = [\dot{k} \ \dot{n} \ \dot{h} \ \dot{m}]^T$  и првих извода спољашњих координата  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  је дефинисана бездимензионом матрицом  $E$ :

$$\dot{e} = E \cdot \dot{p}. \quad (3.6)$$

На Сл. 2.1 је приказан RSCPR систем у тродимензионалном простору. Као што се види са Сл. 2.1 и 3.1, RSCPR систем се састоји од три актуатора чије синхронизовано кретање помера носач камере у Картезијанском простору. Сваки од актуатора се састоји од мотора, редуктора и чекрка. Кретање сваког од актуатора је дефинисано његовим угаоним закретањем  $\theta_i$  ( $i = 1,2,3$ ). Такође, величине  $\phi = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$  се називају и унутрашње координате. Као први корак ка дефинисању укупног математичког модела RSCPR система, битно је дефинисати његов кинематички модел, односно везу између унутрашњих и спољашњих координата. Прво се дефинише веза између првих извода дужина  $\dot{e}$  и првих извода углова закретања актуатора  $\dot{\phi}$  и добија се:

$$\dot{\theta}_1 \cdot R_1 = \dot{k} + \dot{n}, \quad (3.7)$$

$$\dot{\theta}_2 \cdot R_2 = \dot{h}, \quad (3.8)$$

$$\dot{\theta}_3 \cdot R_3 = \dot{m}, \quad (3.9)$$

где  $R_i$  ( $i = 1,2,3$ ) представља полупречник чекрка  $i$ -тог актуатора. Усвојено је да су вредности полупречника константне. Из једначина (3.7)-(3.9) се види да је промена првих извода величина  $\dot{k} + \dot{n}$ ,  $\dot{h}$  и  $\dot{m}$  једнака промени првог извода угаоне закренутости

одговарајућег актуатора помножена одговарајућим полупречником чекрка актуатора. Након комбиновања једначина (3.5)-(3.9) добија се веза између  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  и  $\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$  на следећи начин:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x}{R_1 \cdot k} + \frac{x}{R_1 \cdot n} & \frac{y}{R_1 \cdot k} - \frac{s-y}{R_1 \cdot n} & \frac{z}{R_1 \cdot k} + \frac{z}{R_1 \cdot n} \\ -\frac{d-x}{R_2 \cdot h} & \frac{y}{R_2 \cdot h} & \frac{z}{R_2 \cdot h} \\ -\frac{d-x}{R_3 \cdot m} & -\frac{s-y}{R_3 \cdot m} & \frac{z}{R_3 \cdot m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Једначна (3.10) може бити написана и у следећем облику:

$$\dot{\phi} = J_S \cdot \dot{p}, \quad (3.11)$$

где  $J_S$  представља Јакобијеву матрицу RSCPR система. Јакобијева матрица  $J_S$  је пуна и елементи који се налазе ван главне дијагонале показују јаку спрегу између спољашњих и унутрашњих координата.

Следећи корак јесте дефинисање динамичког модела RSCPR система који уједно представља и укупни математички модел овог система. Како је раније наглашено, носач камере се посматра као маса сконцентрисана у тачки  $A$  и та идеализација је веома битно приликом формирања динамичког модела. Дакле, носач камере је маса вредности  $m$ . Такође, битно је поновити да се сва ужад сматрају потпуно крутим. На основу ових претпоставки могуће је написати добро познату једначину мотора која је дефинисана у [89]. Једначина у матричном облику гласи:

$$u = G_v \cdot \ddot{\phi} + L_v \cdot \dot{\phi} + S_v \cdot M_S, \quad (3.12)$$

где је:  $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$  - вектор напона на моторима три актуатора,  $G_{v(3 \times 3)} = \text{diag} G_{vi}$  - матрица која садржи информацију о инерцији сва три мотора,  $\ddot{\phi} = [\ddot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_2 \ \ddot{\theta}_3]^T$  - вектор других извода унутрашњих координата,  $L_{v(3 \times 3)} = \text{diag} L_{vi}$  - матрица која носи информацију о карактеристици пригушења сва три мотора,  $S_{v(3 \times 3)} = \text{diag} S_{vi}$  - матрица која садржи информацију о геометријској карактеристици сва три мотора и  $M_S$  представља вектор резултујућег момента и свака од компоненти делује на осовину одговарајућег актуатора. Резултујући момент представља оптерећење на актуаторе и он се дефинише као:

$$M_S = \begin{bmatrix} F_1 \cdot R_1 \\ F_2 \cdot R_2 \\ F_3 \cdot R_3 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

где су  $F_i$  ( $i = 1,2,3$ ) силе у ужадима које преко полупречника  $R_i$  делују на осовину чекрка. Силе које делују на масу  $m$  се називају спољашње силе. Вектор спољашњих сила је дефинисан као:



$$F = F_p + P_p, \quad (3.14)$$

$$F_p = m \cdot (\ddot{p} + a_{cc}). \quad (3.15)$$

Дакле, спољашња сила  $F$  представља суму инерцијалне силе  $F_p$  и поремећајне силе  $P_p$ . Поремећајна сила може имати било какав облик и она отежава контролу кретања носача камере у тродимензионалном простору. Вектор  $a_{cc} = [0 \ 0 \ -g]^T$  представља гравитационо убрзање, док  $\ddot{p}$  представља вектор других извода спољашњих координата.

Да би се комплетирао динамички модел RSCPR система потребно је дефинисати утицај спољашње силе  $F$  на динамику кретања мотора. Веза између силе  $F$  и резултујућег момента  $M_S$  представља компликовану нелинеарну везу која је генерисана употребом Лагранжовог принципа виртуелног рада [90]. Виртуелни рад је дефинисан као веза између виртуелног помераја  $\Delta\phi$  и резултантног момента  $M_S$ , и виртуелног помераја  $\Delta p$  и спољашње силе  $F$ :

$$(M_S)^T \cdot \Delta\phi = F^T \cdot \Delta p. \quad (3.16)$$

Ако се једначина (3.16) подели са  $\Delta t$ , добија се:

$$(M_S)^T \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = F^T \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (3.17)$$

Ако се претпостави да је време одабирања  $\Delta t$  довољно мало, онда једначина (3.17) може бити написана као:

$$(M_S)^T \cdot \dot{\phi} = F^T \cdot \dot{p}. \quad (3.18)$$

Ако се једначина (3.11) замени у (3.18) и ако се новонастала једначина подели са  $\dot{p}$  и транспонује, добија се следећа једначина:

$$(J_S)^T \cdot M_S = F. \quad (3.19)$$

Из једначине (3.19) може да се изрази резултујући момент на следећи начин:

$$M_S = \left( (J_S)^T \right)^{-1} \cdot F. \quad (3.20)$$

Следећи корак јесте замена једначине (3.20) у (3.12) чиме се добија комплетан динамички (математички) модел RSCPR система:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & G_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{v3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & L_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{v3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} S_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & S_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & S_{v3} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} J_{S11} & J_{S12} & J_{S13} \\ J_{S21} & J_{S22} & J_{S23} \\ J_{S31} & J_{S32} & J_{S33} \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} .
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Односно, једначину (3.20) је могуће писати у векторском облику:

$$u = G_v \cdot \ddot{\phi} + L_v \cdot \dot{\phi} + S_v \cdot O_s \cdot F . \tag{3.22}$$

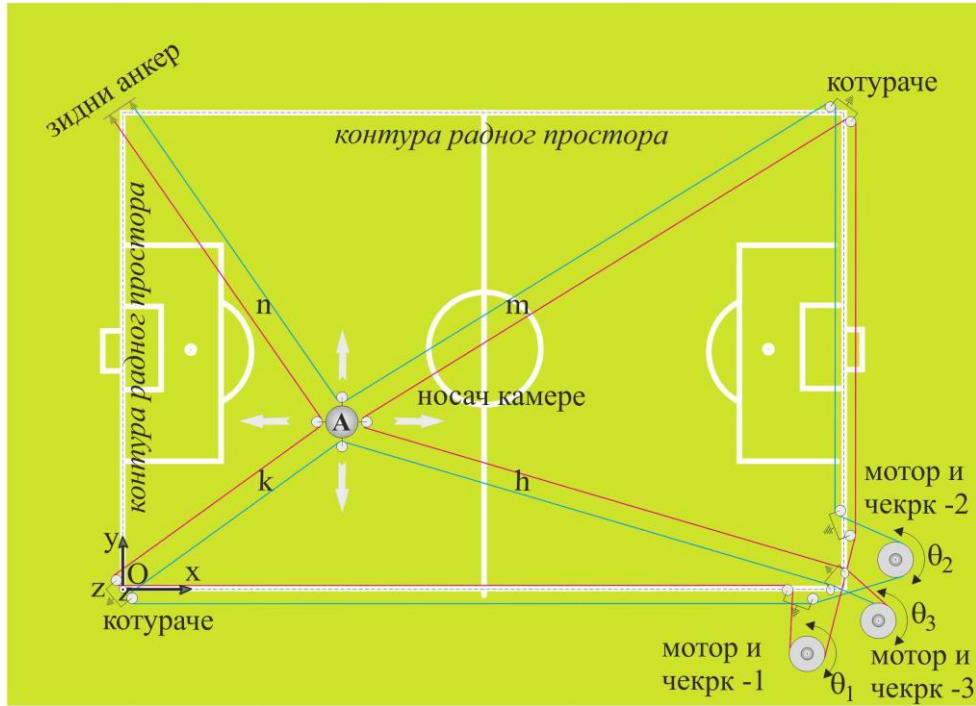
Матрица  $O_s$  се дефинише као матрица пресликавања момента и она приказује снажно спрезање између коришћених актуатора. Она је дефинисана на следећи начин:

$$O_s = \left( (J_s)^T \right)^{-1} . \tag{3.23}$$

Формирањем једначине (3.22) је добијена коначна форма математичког модела RSCPR система и исти је могуће анализирати и тестирати у различитим условима, што ће бити приказано у следећим Главама овог доктората.

### 3.2 Математичко моделовање CPR-А система

У претходном делу ове Главе је приказано математичко моделовање RSCPR система. Приказано је креирање кинематичког и динамичког модела до у детаље. У овом делу Главе ће бити приказано креирање математичког модела CPR-А система. Поглед одозго на овај CPR систем је приказан на Сл. 3.2. Поређењем Сл. 3.1 и 3.2 се види разлика у конфигурацији ова два система. Види се да оба система имају три актуатора, али су они другачије распоређени. Такође, види се да CPR-А систем поседује дуплу ужад од носача камере до носача ужади, док то код RSCPR система није случај. Конфигурацију CPR-А систем карактеришу два ужета, док RSCPR систем граде три ужета. Улога мотора је различита код једног у односу на други систем: мотори 1 и 2 код CPR-А систем премотавају одговарајуће уже, док трећи мотор има улогу да намотава или одмотава оба ужета истовремено, док код RSCPR система сваки мотор намотава или одмотава своје уже. Управо ове различитости утичу на сам математички модел система и то ће бити приказано у овом делу Главе 3.



Слика 3.2 – CPR-A систем: поглед одозго.

Са Сл. 3.2 се види да је и код CPR-A система као и код RSCPR система битно посматрати променљиве дужине каблова  $k$ ,  $h$ ,  $m$  и  $n$ . Ове дужине се дефинишу идентично као у једначинама (3.1)-(3.4). Поступак добијања матрице  $E$  је идентичан као што је приказано у једначинама (3.5) и (3.6). Кинематички модел, односно веза између  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  и  $\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$  је дефинисана на следећи начин. Прво се дефинише веза између  $\dot{e} = [\dot{k} \ \dot{n} \ \dot{h} \ \dot{m}]^T$  и  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ . Дефинише се веза између  $\dot{e} = [\dot{k} \ \dot{n} \ \dot{h} \ \dot{m}]^T$  и угаоних брзина  $\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$ . Због различите конфигурације CPR-A система у односу на RSCPR систем, ова веза је другачија него што је приказано једначинама (3.7)-(3.9) и она гласи:

$$\dot{\theta}_1 \cdot R_1 = \dot{k} + \dot{n}, \quad (3.24)$$

$$\dot{\theta}_2 \cdot R_2 = \dot{m} + \dot{n}, \quad (3.25)$$

$$\dot{\theta}_3 \cdot R_3 = \dot{k} + \dot{n} + \dot{m} + \dot{h}. \quad (3.26)$$

Ако се направе први изводи једначина (3.1)-(3.4) и ако се затим замене у једначине (3.24)-(3.26) добија се веза између првих извода спољашњих координата  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  и првих извода унутрашњих координата  $\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$ . На тај начин се добија кинематички модел CPR-A система:

$$\dot{\phi} = J_A \cdot \dot{p}, \quad (3.27)$$

где  $J_A$  представља Јакобијеву матрицу. Из приказаног је јасно да кинематички модел CPR-A система проистиче из његове конфигурације и карактерише га Јакобијева матрица  $J_A$  која гласи:

$$J_A = \begin{bmatrix} \frac{x}{R_1 \cdot k} + \frac{x}{R_1 \cdot n} & \frac{y}{R_1 \cdot k} - \frac{s-y}{R_1 \cdot n} & \frac{z}{R_1 \cdot k} + \frac{z}{R_1 \cdot n} \\ \frac{d-x}{R_2 \cdot m} + \frac{x}{R_2 \cdot n} & \frac{s-y}{R_2 \cdot m} - \frac{s-y}{R_2 \cdot n} & \frac{z}{R_2 \cdot m} + \frac{z}{R_2 \cdot n} \\ \frac{x}{R_3 \cdot k} - \frac{d-x}{R_3 \cdot h} - \frac{d-x}{R_3 \cdot m} + \frac{x}{R_3 \cdot n} & \frac{y}{R_3 \cdot k} + \frac{y}{R_3 \cdot h} - \frac{s-y}{R_3 \cdot m} - \frac{s-y}{R_3 \cdot n} & \frac{z}{R_3 \cdot k} + \frac{z}{R_3 \cdot h} + \frac{z}{R_3 \cdot m} + \frac{z}{R_3 \cdot n} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Поређењем једначина (3.10) и (3.28) се види разлика између кинематичких модела ова два система. Види се да је због своје конфигурације, кинематички модел CPR-A система компликованији.

Следећи корак јесте формирање динамичког модела CPR-A система. Тиме ће се комплетирати укупни математички модел овог система. За дефинисање динамичког модела CPR-A система се користи математички модел мотора и он гласи:

$$u = G_v \cdot \ddot{\phi} + L_v \cdot \dot{\phi} + S_v \cdot M_A. \quad (3.29)$$

Све величине из једначине (3.29), осим резултујућег момента  $M_A$  су дефинисане у претходном делу ове Главе (види једначину 3.12). Дакле, рачунање резултујућег момента код CPR-A система се разликује од рачунања истог код RSCPR система и то представља следећу разлику између ова два система.

Ради лакшег разумевања одређивања момената који делују на осовине три мотора, на Сл. 3.3 су приказане силе које делују у ужадима код мотора заједно са силама које делују на носач камере. На основу ове слике се закључује да први мотор са једне стране намотава уже које ствара резултујућу силу  $F_1$ , док са друге стране овај мотор одмотава уже и тиме се генерише сила  $F_1''$ . Ове две силе формирају силу  $F_1'$ :

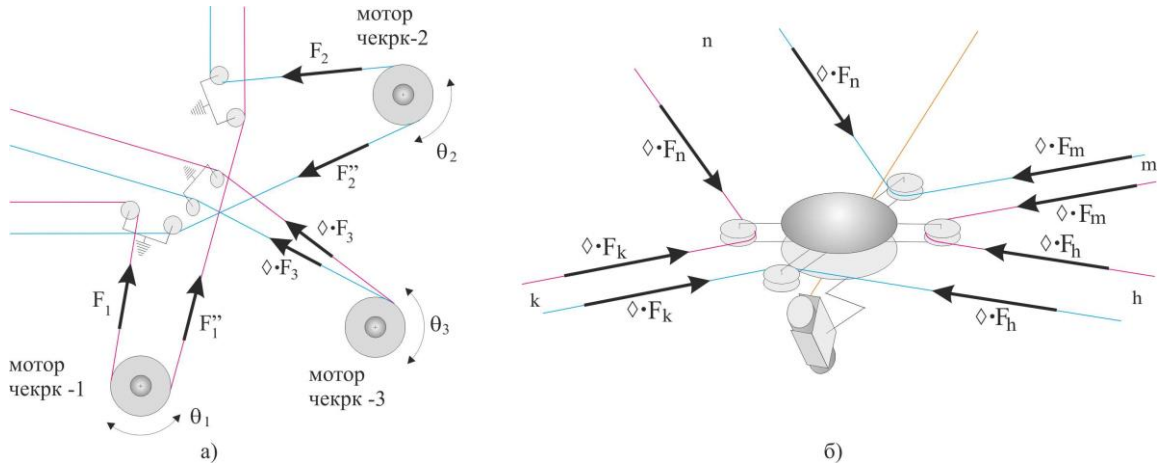
$$F_1' = F_1'' - F_1. \quad (3.30)$$

Такође, ако се посматра Сл. 3.3 долази се до сличног закључка и за други мотор и може да се пише:

$$F_2' = F_2'' - F_2. \quad (3.31)$$

Трећи мотор функционише другачије од мотора један и два. Његов задатак је да у исто време намотава и одмотава оба ужета. На тај начин настаје укупна сила трећег мотора  $F_3$ . Ова сила има две једнаке компоненте са интензитетом од  $\Delta \cdot F_3$ . Сада је могуће дефинисати вектор резултантних сила које делују на сва три мотора и он је дефинисан као:

$$F_A = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$



Слика 3.3 – а) Силе које делују испред мотора 1, 2 и 3 и иза мотора 1 и 2, б) Силе које делују на носач камере.

Вектор дефинисан једначином (3.32) зависи од спољашњих сила које су приказане на Сл. 3.3б). Спољашње силе су дефинисане идентично као и за RSCPR система што је приказано једначинама (3.14) и (3.15). Веза између сила које делују на моторе и спољашњих сила је дефинисана као:

$$\begin{bmatrix} F_1 \cdot R_1 \\ F_2 \cdot R_2 \\ F_3 \cdot R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{A11} & O_{A12} & O_{A13} \\ O_{A21} & O_{A22} & O_{A23} \\ O_{A31} & O_{A32} & O_{A33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

где је  $O_A$  матрица пресликавања између спољашњих сила  $[F_x \ F_y \ F_z]^T$  и момената који делују на осовине три мотора  $[F_1 \cdot R_1 \ F_2 \cdot R_2 \ F_3 \cdot R_3]^T$ , а  $R_i$  је полупречник  $i$ -тог чекрка. На сличан начин као и код RSCPR система се дефинише једначина за рачунање резултантних момената применом Лагранженог принципа виртуелног рада (види једначине (3.16)-(3.20)) и добија се:

$$M_A = \left( (J_A)^T \right)^{-1} \cdot F. \quad (3.34)$$

За разлику од RSCPR система, ова једначина не може бити директно примењена на CPR-A систем и мора бити модификована из следећа два разлога:

- 1) CPR-A систем поседује два ужета у сва четири правца  $k, h, m$  и  $n$ . Због тога једначина (3.34) мора бити модификована фактором  $\Delta = 0.5$ . Овај корекциони фактор утиче на силе које делују у четири смера, односно осиле  $F_k, F_h, F_m$  и  $F_n$  и њихове вредности постају  $\Delta \cdot F_k, \Delta \cdot F_h, \Delta \cdot F_m$  и  $\Delta \cdot F_n$ . На основу ове анализе се дефинише нова модификована Јакобијева матрица

$$J_{CA} = \Delta \cdot J_A. \quad (3.35)$$

Ово представља прву модификацију Лагранженог принципа виртуелног рада.

- 2) На моторе један и два делују по две компоненте сила које имају различит смер и интензитет. Види једначине (3.30) и (3.31). За разлику од њих, на трећи мотор делују две силе које имају исти смер и интензитет  $\Delta \cdot F_3$ . Укупна сила која делује на трећи мотор је збир ових двеју сила, па се добија  $F_3 = 2 \cdot \Delta \cdot F_3$ . На основу дефинисаних тврдњи се добија додатна модификација Јакобијеве матрице:

$$J_{\Delta A} = \begin{bmatrix} \Delta \cdot J_{A11} & \Delta \cdot J_{A12} & \Delta \cdot J_{A13} \\ \Delta \cdot J_{A21} & \Delta \cdot J_{A22} & \Delta \cdot J_{A23} \\ 2 \cdot \Delta \cdot J_{A31} & 2 \cdot \Delta \cdot J_{A32} & 2 \cdot \Delta \cdot J_{A33} \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

Једначина (3.36) представља последњу модификацију Јакобијеве матрице.

Сада је могуће направити модификацију једначине (3.34) на следећи начин:

$$M_A = \left( (J_{\Delta A})^T \right)^{-1} \cdot F. \quad (3.37)$$

На овај начин је дефинисана промена резултантних момената који делују на три мотора CPR-A система. Заменом једначине (3.37) у (3.29) се добија комплетни динамички модел CPR-A система. Математичко моделовање приказано у овом делу Главе 3 је детаљније приказано у [70].

На основу анализе и синтезе, односно математичких модела, RSCPR и CPR-A система приказаних у овој Глави уочавају се и препознају разлике између њих. Постаје јасно да иако ови системи лаички на први поглед изгледају слично, њихова анализа и математичко моделовање показују различиту физикалност ових система. Сваки од CPR система карактерише његова особеност и то представља један од проблема на којима данас истраживачи раде. Дефинисање неког универзалног алата који би послужио за генерисање математичког модела било које конфигурације CPR система за сада још увек није могуће. Генерисање математичких модела CPR система је веома битно и за сада их је могуће само појединачно генерисати. Идеја је да се створи универзални алат као што је то случај са хуманоидним и индустријским роботима за које је то омогућено нпр. употребом Robotics Toolbox – а [91].

## Глава 4

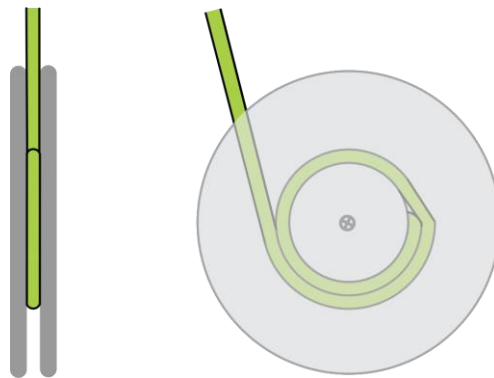
### Анализа утицаја типа чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) ужета на рад CPR система

У Глави 2 су приказане различите конфигурације CPR система и у Глави 3 је приказан поступак формирања математичког модела два система: RSCPR и CPR-A система. Из приказане процедуре из Главе 3 се види да кинематички и динамички модели CPR система зависе од његових карактеристика: облик радног простора (равански, просторни), број актуатора, број тачака вешања носача терета, укупан број ужади, број ужади од носача терета до тачака вешања, тип мотора (транслаторни или ротациони) и његова улога а такође и његове енергетске могућности, тип чекрка и његова конфигурација. Свака од ових карактеристика мора бити детаљно анализирана при дизајнирању CPR система. Као што може да се види из Глава 2 и 3, приказани CPR системи су дефинисани тако да користе чекрке који имају константан полупречник током извршавања задатка. Овакав тип чекрка је приказан у [92]. Чекрк из [92] је карактерисан са: а) два мотора који генеришу ротацију и транслацију чекрка или б) једним мотором и два редуктора. У случају б) варијанте, један редуктор се користи за обртно кретање чекрка, док се други редуктор користи за транслаторно кретање чекрка. Тип и облик чекрка знатно утиче на динамички одзив система и то ће бити детаљно анализирано у овој Глави дисертације. Због сложености и цене конструкције чекрка из [92], током израде ове дисертације је проблему намотавања (одмотавања) ужета на чекрк посвећена посебна пажња и зато је анализирана доступна светска литература у овој области.

Проблем намотавања (одмотавања) ужади на чекрк је присутан у разним системима из различитих техничких области. Ти системи могу имати потпуно различиту намену и самим тим и различите конструкције, али их карактерише чињеница да у себи садрже под-системе за намотавање (одмотавање) ужади. Сви ти системи захтевају стабилно управљање за реализацију одређеног задатка. Биће набројани само неки од тих система: мерни механизми, машине у текстилној индустрији, системи за вучу коришћени у шумарству и грађевинарству, дизалице, CPR и други сложени системи који су вођени кабловима или ужадима. Анализом процеса намотавања (одмотавања) ужади на чекрке су се дуги низ деценија бавили разни истраживачи. Овде ће бити поменути неки од њих који су инспирисали ово истраживање. Аутори [93] су се осврнули на употребу вучних система у шумарству. Дефинисали су упутство за кориснике чијом употребом исти може да се унапреди и заштити своје људство од повреда као и да заштити земљиште и шуму од могућег оштећења. У [94] аутор даје историјски преглед система који користе чекрке за намотавање (одмотавање) ужади. Аутор даје информације да се овакви системи развијају и користе већ више миленијума и тиме је наглашен њихов значај. У [95] је анализирана динамика управљања крановима чији је саставни део под-систем за намотавање (одмотавање) ужади. Ово је прегледни рад где се види историја развоја кранова. У [96]-[98] су дати теоријски и

експериментални доприноси анализи и синтези кинематике и динамике процеса намотавања (одмотавања) конца са калемова код машина у текстилној индустрији.

Досадашња искуства у овој области су значајна, и то је био подстицај да се током израде ове дисертације посвети посебна пажња анализи и синтези процеса намотавања (одмотавања) ужета на најједноставније функционално решење чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање (одмотавање) ужета. Овај чекрк је приказан на Сл. 4.1.



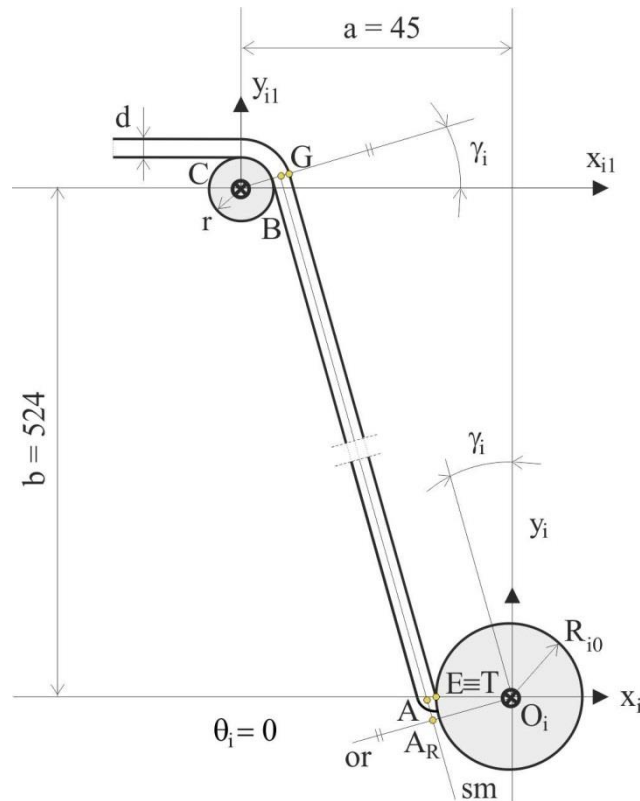
Слика 4.1 – Чекрк за једноредо вишеслојно радијално намотавање (одмотавање) ужета.

У овој Глави рада ће бити приказан рад чекрка са Сл. 4.1. Детаљна анализа рада овог чекрка је публикована у [99]. У првом делу Главе ће бити анализиран рад само једног чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање (одмотавање) ужета, док ће у другом делу бити приказана анализа утицаја овог чекрка на рад сложеног кабловски вођеног система. Биће приказана нова верзија RSCPR система и биће анализиран рад овог система који користи три чекрка са Сл. 4.1 за кретање носача камере у тродимензионалном простору.

#### **4.1 Основни теоријски принципи динамике намотавања (одмотавања) ужета на чекрк**

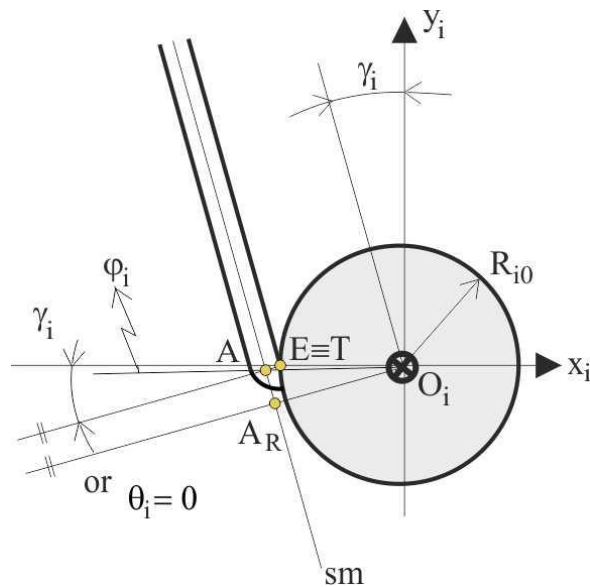
У овом делу рада ће бити анализиран чекрк са Сл. 4.1. Са слике се види да чекрк има кружни облик одређеног полупречника. Уже је тако монтирано да извире из ове кружне површине на одређеном месту. На Сл. 4.2 је приказан почетни положај овог система. Почетни положај је плански (калибрацијом) подешен да буде на правцу негативног дела  $x_i$  осе. Одабир почетног положаја је веома битан јер утиче на даљу динамику намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. На следећој слици, Сл. 4.3, је детаљније приказана почетна позиција система. Ради разумевања динамике намотавања (одмотавања) ужета, у даљем тексту ће бити детаљно образложена геометрија овог сложеног процеса.





Слика 4.2 – Почетни положај система.

Добро генерисана геометрија једноредог вишеслојног радијалног намотавања (одмотавања) узета на чекрк ће бити од велике користи за формирање кинематичког модела а такође и динамичког модела овог процеса.



Слика 4.3 – Почетни положај система – увећан чекрк.

Такође, због лакшег разумевања читавог процеса, само намотавање ће бити детаљно приказано. Разумевање процеса намотавања узета на чекрк упућује читаоца на

закључак да се процес одмотавања дешава са истим феноменима који се дешавају обрнутим редоследом.

На Сл. 4.2 је представљен почетни положај система који се састоји од чекрка полупречника  $R_{i0} = 13.6 \text{ m}$  за који је везано (извире) уже дебљине  $d = 0.8 \text{ m}$ . Са друге стране, уже прелази преко мањег котура полупречника  $r = 9 \text{ m}$ . Иза тог котура уже носи терет који затеже уже. Битно је напоменути да се уже не намотава на котур, већ га котур само премотава.

Тачка  $E$  је дефинисана позицијом где уже извире из чекрка. У почетном положају система за намотавање ужета на чекрк она је постављена на негативни део  $x_i$  осе. Тачка  $E$  има фиксирану позицију у односу на чекрк без обзира на његово кретање. Усвојено је да угао  $\theta_i$  представља померај између праве  $\overline{O_i E}$  и негативног дела  $x_i$  осе и тај угао у почетном тренутку износи:

$$\theta_i = 0. \quad (4.1)$$

За разлику од тачке  $E$ , дефинише се тачка  $T$  која стално мења позицију у односу на чекрк. Она представља место где уже додирује (или у неким периодима тангира) чекрк или до сада намотано уже. У почетном тренутку тачке  $E$  и  $T$  се преклапају што се види на Сл. 4.2 и 4.3. Цео систем намотавања доњег чекрка је тако конструисан да се може представити у равни као на Сл. 4.2. Центар чекрка је у тачки  $O_i(x_{i0} = 0, y_{i0} = 0)$ , где је постављен  $x_i - y_i$  координатни систем. Центар котура је у тачки  $C(x_{iC} = -a, y_{iC} = b)$ , где је постављен  $x_{i1} - y_{i1}$  координатни систем. Растојање  $a = 45 \text{ m}$  је хоризонтално растојање између осе чекрка и осе котура, а  $b = 524 \text{ m}$  је вертикално растојање између осе чекрка и осе котура. Чекрк и котур су постављени тако да је угао  $\gamma_i > 0$  за било коју позицију намотавања ужета. У почетном тренутку намотавања који је представљен на Сл. 4.2 и 4.3,  $\gamma_i$  има највећу вредност и износи  $\gamma_{\text{imax}} = 2.36^\circ = 0.04116 \text{ rad}$ . Угао  $\gamma_i$  се одређује тако што се повуче тангента из тачке  $T$  на круг са полупречником  $r + d$ , чији је центар у тачки  $C$ . На тај начин се добија тачка  $G$ . Затим се повуче линија паралелна дужи  $\overline{TG}$  кроз центар чекрка, у тачки  $O_i$ , и одреди се отклон те линије у односу на позитивни део  $y_i$  осе. Тај отклон представља почетну вредност угла  $\gamma_i$ .

Усвојени су идеализовани услови кретања угла  $\theta_i$  а то је да се чекрк намотава константном угаоном брзином  $\dot{\theta}_i = \text{const}$ . Ови услови кретања чекрка су усвојени да би се лакше приближио феномен динамике намотавања (одмотавања) ужета на чекрк читаоцу.

Претпоставља се да сила затезања ужета делује увек кроз осу ужета између чекрка и котура, правац праве  $sm$ . У сваком тренутку је битно одредити полупречник на коме сила делује на чекрк. У почетном случају, полупречник представља растојање  $\overline{O_i A_R}$  и са Сл. 4.2 се види да полупречник износи:

$$R_i = \overline{O_i A} \cos(\gamma_i - \varphi_i). \quad (4.2)$$

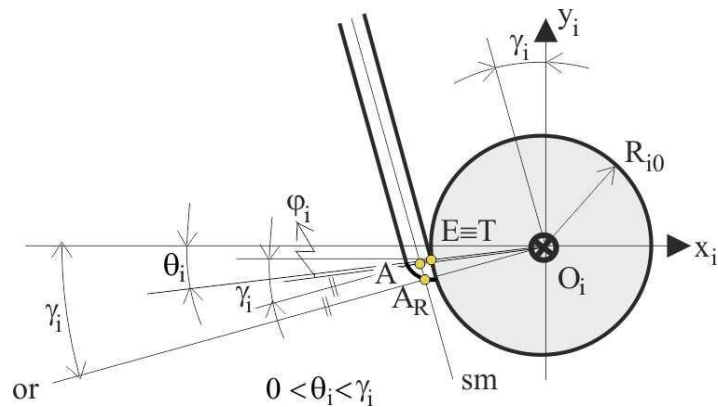
Тачка  $A$  је постављена тако да се у сваком тренутку налази на правој која је заротирана око тачке  $T$  у односу на хоризонталу за угао  $\gamma_i$  (види Сл. 4.3). Пресек те праве и праве  $sm$ , која представља и правац дејства силе у ужету, је тачка  $A$ . Права  $\overline{O_i A}$  је отклоњена у односу на праву  $\overline{O_i E}$  за угао  $\varphi_i$ . У иницијалном моменту овај угао има највећу вредност. Тачка  $A_R$  представља пресек праве  $sm$  и праве  $or$ . Тачка  $B$  се налази на пресеку праве  $sm$  и праве која је повучена из тачке  $C$  и паралелна је са правом  $or$ . Растојање  $\overline{AB}$  које је означено као дужина  $lw_i$  је динамичка величина током намотавања (одмотавања) ужета. Дужина  $lw_i$  има своју динамику промене и значајно утиче на динамички одзив система.

На Сл. 4.4 је приказана следећа позиција механизма. Приказан је само чекрк увећан. Ово је позиција механизма за заротираност угла  $\theta_i$  који задовољава следећи услов:

$$0 < \theta_i < \gamma_i. \quad (4.3)$$

Полупречник намотавања (одмотавања) је у овом случају:

$$R_i = \overline{O_i A} \cos(\gamma_i - \varphi_i - \theta_i). \quad (4.4)$$



Слика 4.4 – Положај система за  $0 < \theta_i < \gamma_i$  - увећан чекрк.

Тачка  $A_R$  је и даље у пресеку правих  $sm$  и  $or$ , а тачка  $A$  је у пресеку праве  $sm$  и праве која је паралелна са правом  $or$  и пролази кроз тачку  $T$ . Тренутна вредност угла  $\gamma_i$  је сада мања у односу на почетну вредност, јер је цео систем заротиран за угао  $\theta_i$ . Такође, угао  $\varphi_i$  је мањи у односу на вредност у иницијалној позицији са Сл. 4.2 и 4.3, док дужина  $lw_i = \overline{AB}$  расте у односу на њену вредност у почетном положају.

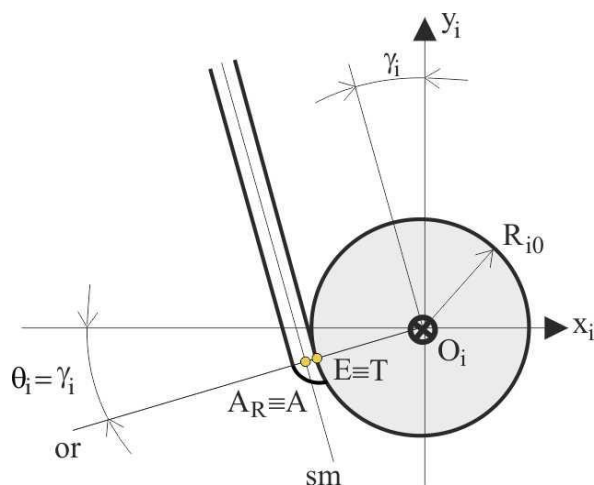
Следећи положај који је анализиран је приказан на Сл. 4.5 и то је случај када је:

$$\theta_i = \gamma_i. \quad (4.5)$$

У овом специфичном случају се тачке  $A_R$  и  $A$  преклапају и леже на правој  $\overline{O_i T}$ . Такође, у овом тренутку угао  $\varphi_i$  постаје  $0$ . У том тренутку, уже тангира чекрк у тачки  $T$ . Такође, то је последњи тренутка када се тачка  $E$  и тачка  $T$  преклапају и од тог тренутка па на даље тачка  $E$  задржава своју фиксну позицију у односу на кретање чекрка, док

тачка  $T$  прати динамику намотавања ужета на чекрк. Полупречник у овом случају има следећу вредност:

$$R_i = \overline{O_i A} = \overline{O_i A_R} = R_{i0} + d/2. \quad (4.6)$$



Слика 4.5 – Положај система за  $\theta_i = \gamma_i$  - увећан чекрк.

Такође, у овом специјалном положају, дуж  $lw_i = \overline{AB}$  има највећу вредност током намотавања (одмотавања).

Даљим током намотавања ужета,  $\theta_i$  узима следеће вредности:

$$\gamma_i < \theta_i < 2\pi + \gamma_i - \alpha_i. \quad (4.7)$$

Област дефинисана једначином (4.7) носи име *con* (енг. constant). Током области *con*, полупречник намотавања  $R_i$ , дужина  $lw_i = \overline{AB}$  и угао  $\gamma_i$  су константни и задржавају вредности добијене када се  $\theta_i$  изједначило са углом  $\gamma_i$ , види једначину (4.5). Са Сл. 4.6 се виде различите позиције тачака  $E$  и  $T$ .

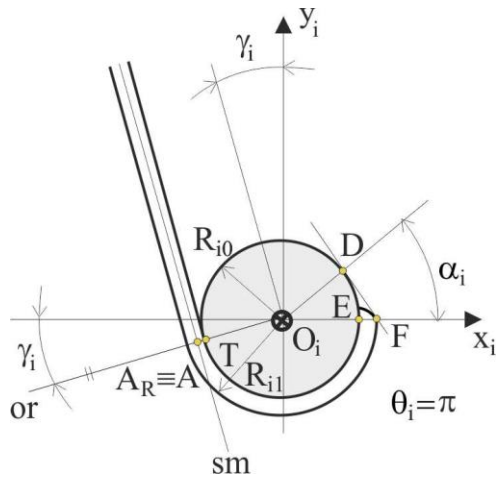
Угао  $\alpha_i$  представља једну од константи система и начин на који се он одређује је приказан на Сл. 4.6. Дакле, чекрк се заротира до положаја  $\theta_i = \pi$  и повуче се тангента из тачке  $F(R_{i1}, 0)$  где је  $R_{i1} = R_{i0} + d$  на круг са центром у тачки  $O_i$  и са полупречником  $R_{i0}$  и тиме се добија тангентна тачка  $D$ . Угао између праве  $\overline{O_i D}$  и позитивног дела  $x_i$  осе представља угао  $\alpha_i$ .

У тренутку када је:

$$\theta_i = 2\pi + \gamma_i - \alpha_i, \quad (4.8)$$

тачка  $T$  додирује уже које повезује чекрк и котур (види Сл. 4.7). То је битан тренутак, јер од тада систем излази из области *con* и улази се у нови закон промене свих важних динамичких величина: полупречника намотавања  $R_i$ , угла  $\gamma_i$  и дужине  $lw_i = \overline{AB}$ . У следећем тренутку угао  $\theta_i$  улази у област:

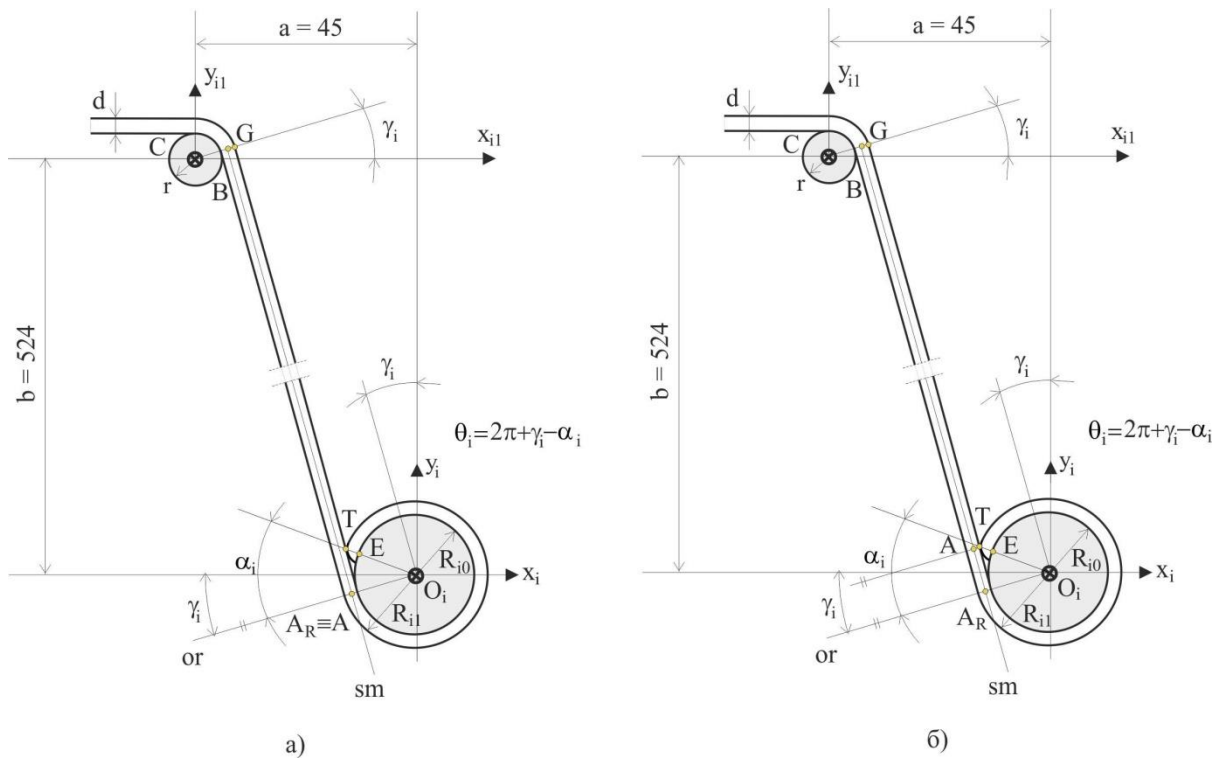
$$2\pi + \gamma_i - \alpha_i < \theta_i < 2\pi + \gamma_i. \quad (4.9)$$



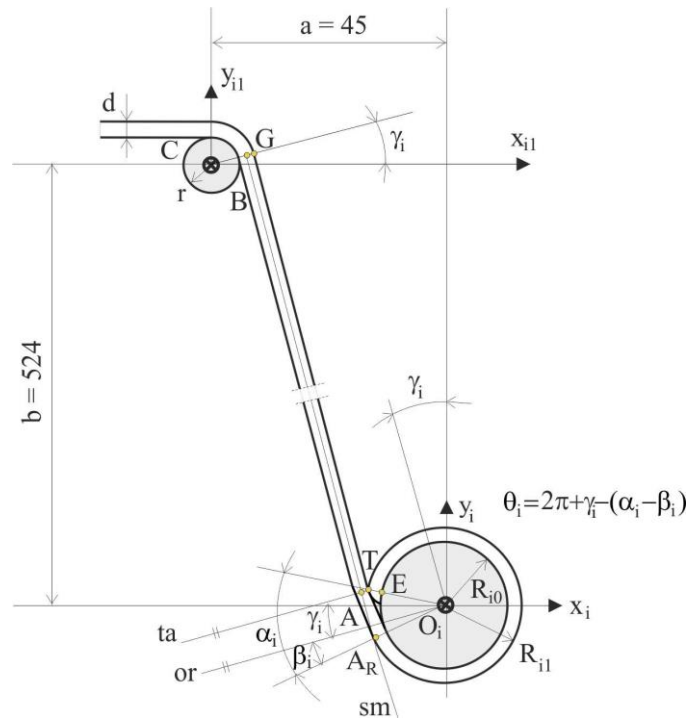
Слика 4.6 – Одређивање угла  $\alpha_i$ .

Ова област носи назив *jumpvar* (енг. jump variable), види Сл. 4.8. У области *jumpvar* полупречник намотавања  $R_i$ , угао  $\gamma_i$  и дужина  $lw_i = \overline{AB}$  су променљиви а такође су променљиви и помоћни углови  $\beta_i$  и  $\delta_i$ . Вредност угла  $\theta_i$  је:

$$\theta_i = 2\pi + \gamma_i - (\alpha_i - \beta_i). \quad (4.10)$$



Слика 4.7 – Позиција система за  $\theta_i = 2\pi + \gamma_i - \alpha_i$ , а) последњи тренутак у *con* области, б) први тренутак у *jumpvar* области.

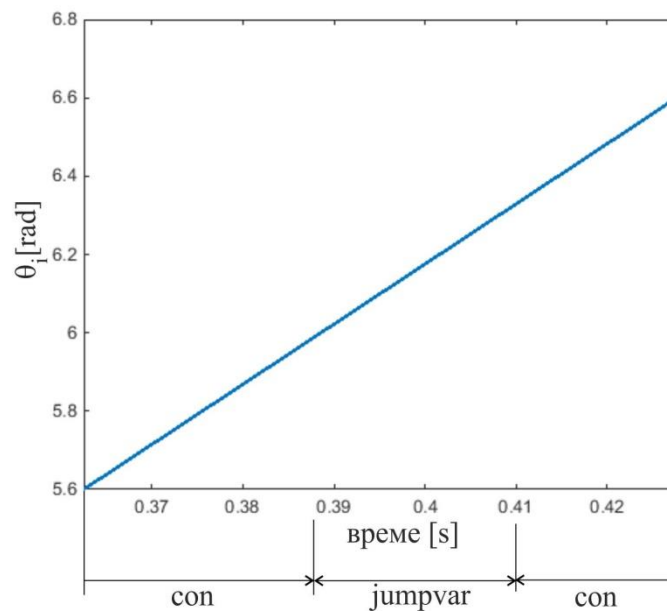


Слика 4.8 – Позиција система за  $\theta_i = 2\pi + \gamma_i - (\alpha_i - \beta_i)$ .

Угао  $\beta_i$  је нова променљива која се одређује на следећи начин:

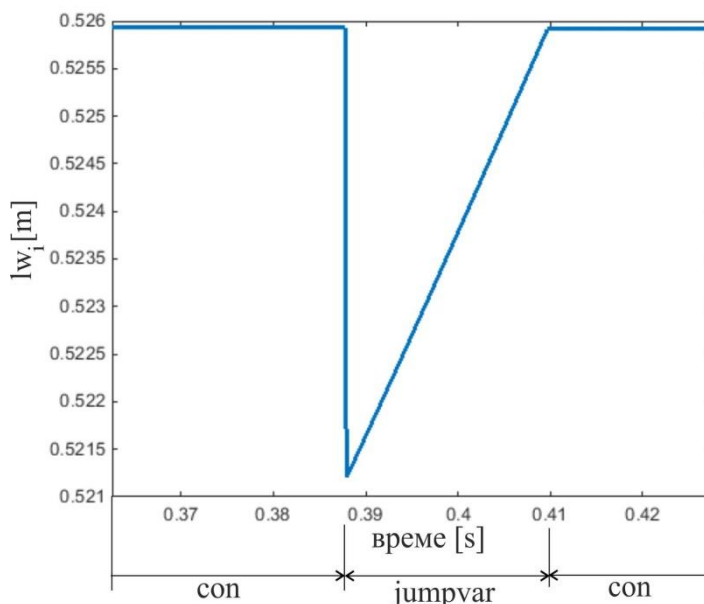
$$\beta_i = \alpha_i - (2\pi - \theta_i) - \gamma_i. \quad (4.11)$$

Ова величина расте од нуле при уласку у област *jumpvar*. Како се уже намотава на чекрк, угао  $\beta_i$  расте током области *jumpvar*. Његова максимална вредност је  $\beta_{imax} = \alpha_i$ . У том тренутку систем излази из области *jumpvar* и улази у нову област *con*.



Слика 4.9 – Промена угла  $\theta_i$  око и унутар *jumpvar* области.

На Сл. 4.9 је приказана промена угла  $\theta_i$  непосредно пре уласка у област *jumpvar* (која припада претходној области *con*), током области *jumpvar*, и након изласка из области *jumpvar* (која припада новој области *con*). Види се да угао  $\theta_i$  линеарно расте током намотавања ужета.



Слика 4.10 – Промена дужине  $lw_i$  око и унутар *jumpvar* области.

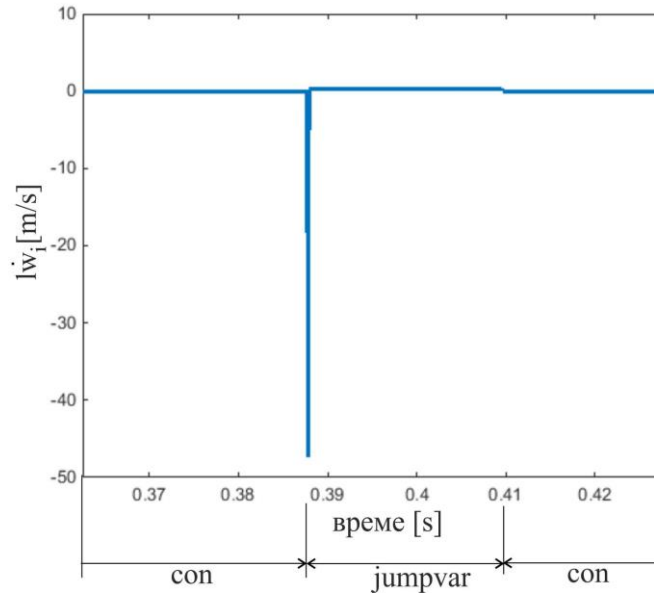
Област *jumpvar* је специфична из више разлога па ће бити детаљно анализирана:

- а) у првом тренутку ове области, тачка *A* нагло мења своју позицију (упореди Сл. 4.7а) и 4.7б)): на Сл. 4.7а) тачка *A* је у правцу праве *or*, док је на Сл. 4.7б) тачка *A* на правцу праве која је паралелна са правом *or* али садржи тачку *T*, права *ta*. Због тренутне промене позиције тачке *A*, долази до нагле промене вредности дужине  $lw_i = \overline{AB}$ . То узрокује значајан скок брзине промене дужине  $lw_i$  у том тренутку, што се неповољно одражава на укупну динамику система. Промена дужине  $lw_i$  око и у области *jumpvar* је приказана на Сл. 4.10, док је на Сл. 4.11 приказана брзина промене дужине  $lw_i$ , означена као  $\dot{lw}_i$ . Један пример позиције система у области *jumpvar* је приказан на Сл. 4.8.
- б) у првом тренутку ове области, полупречник  $R_i$ , на коме делује сила у ужету, почиње да расте. Током овог периода намотавања полупречник  $R_i$  се континуално повећава са вредности  $R_i = R_{i0} + d/2$  на вредност  $R_i = R_{i0} + 3 \cdot d/2$ . Ради лакшег описа промене полупречника  $R_i$ , разматрају се две под-области области *jumpvar* и то када:
  - $y_i$  координата тачке *A* је  $y_{iA} > 0$ . Овај период намотавања је приказан на Сл. 4.12 и у овој под-области периода *jumpvar* полупречник се израчунава по формули:

$$R_i = \overline{O_i A_R} = \overline{O_i A} \cdot \cos(|\delta_i| + \gamma_i). \quad (4.12)$$

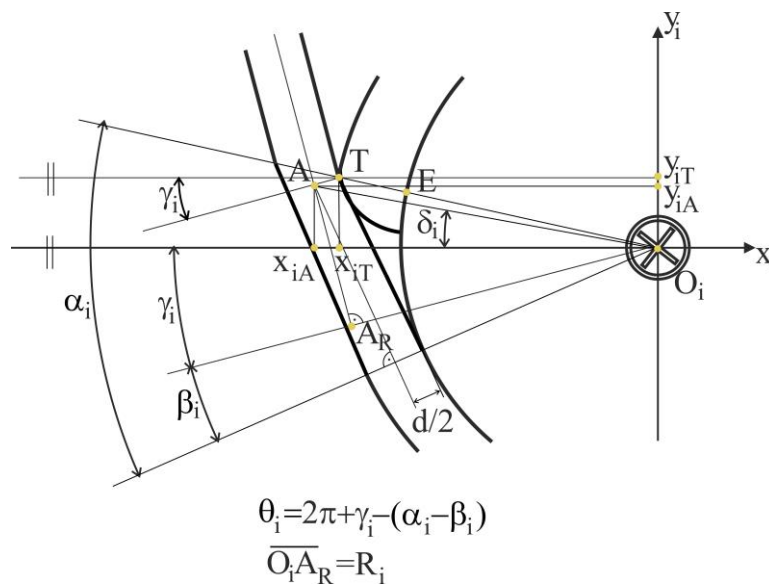
- $y_i$  координата тачке  $A$  је  $y_{iA} < 0$ . Овај период намотавања је приказан на Сл. 4.13 и у овој под-области периода *jumpvar* полупречник се одређује по формули:

$$R_i = \overline{O_i A_R} = \overline{O_i A} \cdot \cos(\gamma_i - |\delta_i|). \quad (4.13)$$



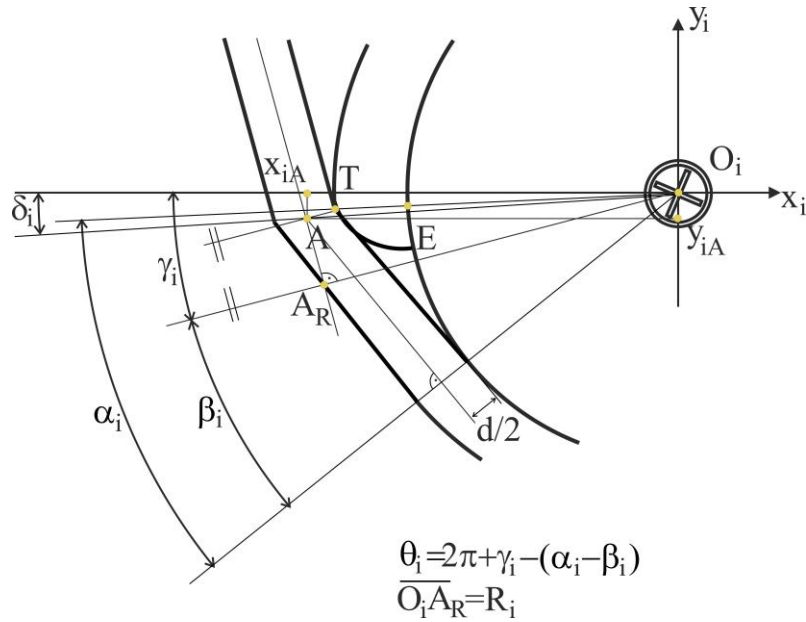
Слика 4.11 – Промена величине  $l\dot{w}_i$  око и унутар *jumpvar* области.

Промена полупречника  $R_i$  око и у области *jumpvar* је приказана на Сл. 4.14, а промена брзине полупречника око и у области *jumpvar* је приказана на Сл. 4.15 и означена је као  $\dot{R}_i$ . Угао  $\delta_i$  представља угао између праве  $\overline{O_i A}$  и негативног правца  $x_i$  осе.



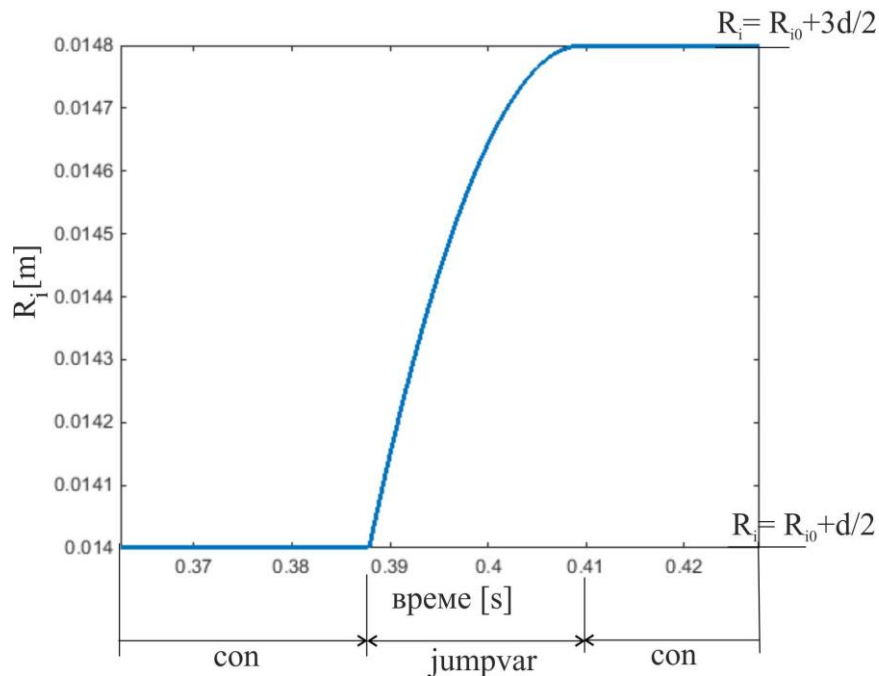
Слика 4.12 – Позиција система у *jumpvar* области за  $y_{iA} > 0$ .



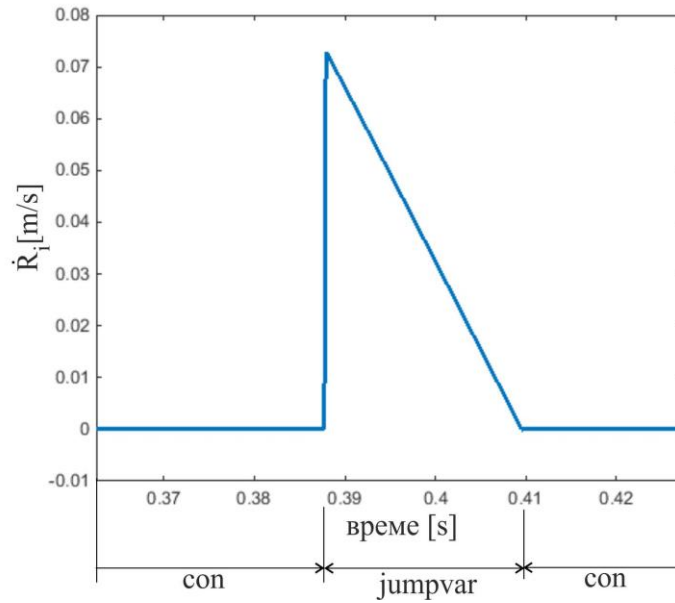


Слика 4.13 – Позиција система у *jumpvar* области за  $y_{iA} < 0$ .

- в) Угао  $\gamma_i$  се одређује на исти начин као и у досадашњим тренуцима намотавања, тако што се повуче тангента из тачке  $T$  на круг са полупречником  $r+d$ , чији је центар у тачки  $C$ . Правац те праве и позитивни правац  $y_i$  осе дефинишу угао  $\gamma_i$ . У овом *jumpvar* периоду  $\gamma_i$  непрекидно опада и то је приказано на Сл. 4.16, док је његова брзина промене приказана на Сл. 4.17 и означена је као  $\dot{\gamma}_i$ .



Слика 4.14 – Промена полупречника  $R_i$  око и унутар *jumpvar* области.



Слика 4.15 – Промена величине  $\dot{R}_i$  око и унутар *jumpvar* области.

У тренутку када је задовољен услов:

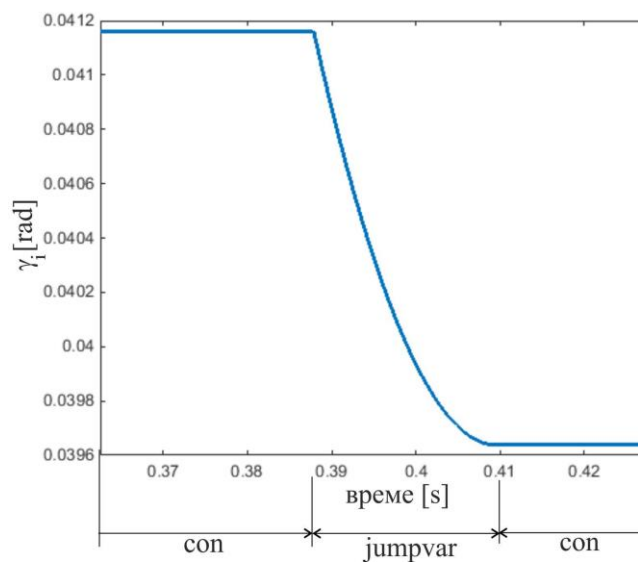
$$\beta_i = \alpha_i, \quad (4.14)$$

систем излази из области *jumpvar* и улази у следећу *con* област. У том тренутку је:

$$\theta_i = 2\pi + \gamma_i. \quad (4.15)$$

Полупречник намотавања (одмотавања) ужета тада износи:

$$R_i = R_{i0} + 3 \cdot d/2. \quad (4.16)$$

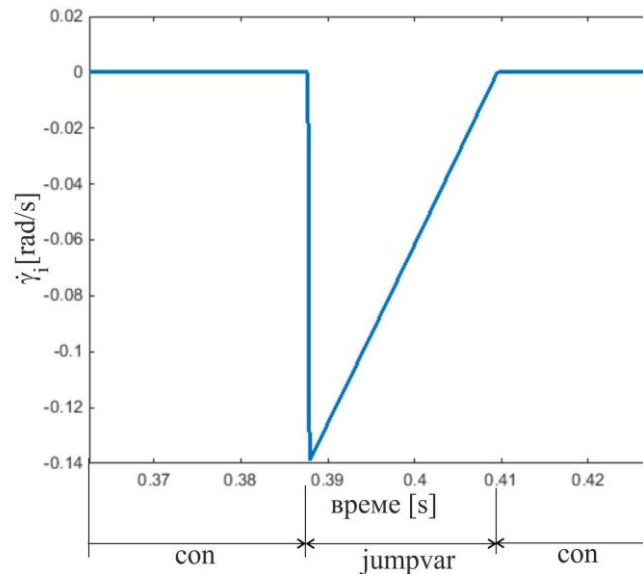


Слика 4.16 – Промена угла  $\gamma_i$  око и унутар *jumpvar* области.

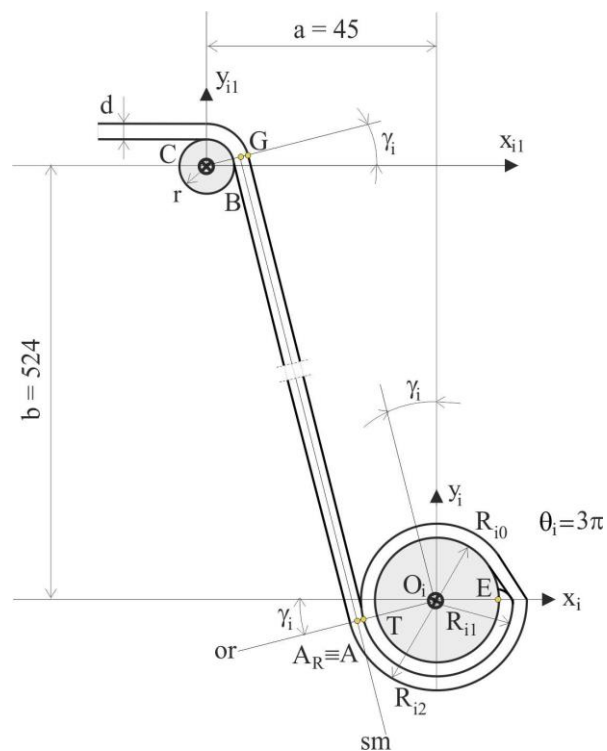
Од тог момента, систем улази у период када је испуњен услов:

$$2\pi + \gamma_i < \theta_i < 4\pi + \gamma_i - \alpha_i. \quad (4.17)$$

Полупречник намотавања  $R_i$ , дужина  $lw_i = \overline{AB}$  и угао  $\gamma_i$  су константни и задржавају вредности добијене када се угао  $\theta_i$  изједначио са углом  $2\pi + \gamma_i$ , види једначину (4.15). На Сл. 4.18 је приказан један од положаја система у области *con*, дефинисане једначином (4.17), тј. конкретно за  $\theta_i = 3\pi$ .



Слика 4.17 – Промена величине  $\dot{\gamma}_i$  око и унутар *jumpvar* области.



Слика 4.18 – Положај система за  $\theta_i = 3\pi$ .

Може се уочити да се овај процес намотавања ужета на чекрк одвија циклично смењивањем фаза *con* и *jumpvar*.

#### 4.2 Цикличност намотавања (одмотавања) ужета на чекрк

У претходном делу ове Главе је приказан принцип динамике намотавања ужета на чекрк описан до у детаље за пораст угла  $\theta_i$  у опсегу:

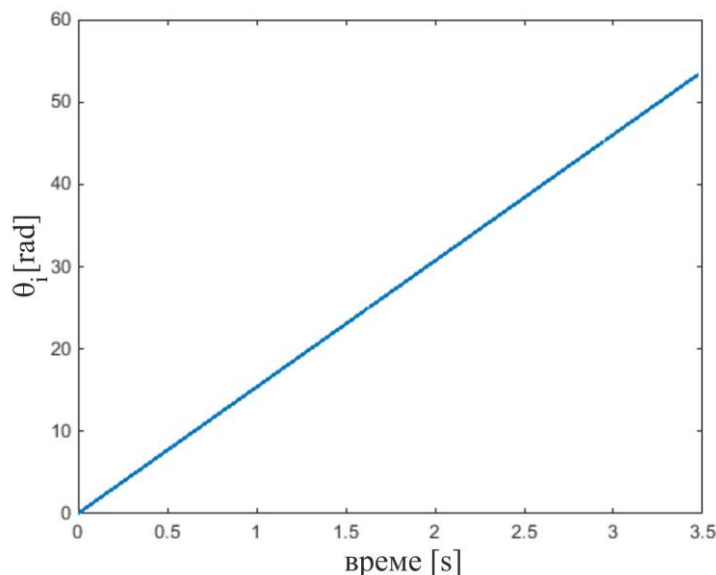
$$0 < \theta_i < 4\pi + \gamma_i - \alpha_i. \quad (4.18)$$

На основу ове анализе је установљено да се процес намотавања ужета на чекрк одвија циклично са наизменичним сменама периода *con* и *jumpvar*. Константним намотавањем ужета, односно континуалним растом угла  $\theta_i$  добија се нелинеаран пораст полупречника  $R_i$  и нелинеарно опадање угла  $\gamma_i$  и дужине  $lw_i = \overline{AB}$ .

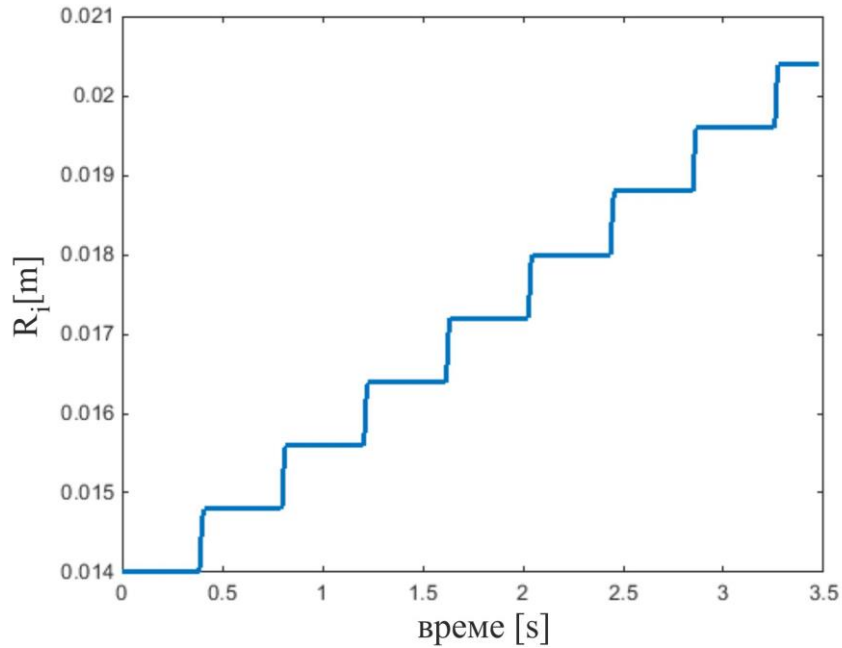
На основу описане анализе, формиран је програм којим су генерисани симулациони резултати за линеарни пораст угла  $\theta_i$  у опсегу:

$$0 < \theta_i < 17\pi. \quad (4.19)$$

На Сл. 4.19 је приказана промена угла  $\theta_i$  у времену, где се и види да се он мења линеарно, тј. његова брзина промене је константна. На Сл. 4.20 је приказана промена полупречника  $R_i$  за опсег угла  $\theta_i$  дефинисан једначином (4.19). Са ове слике се види циклични раст полупречника  $R_i$ . Може се погрешно закључити да су скокови полупречника тренутни, што је само привидно. Полупречник  $R_i$  расте континуално и постепено у периодима *jumpvar*, док је константан у периодима *con*. Види Сл. 4.14 која илуструје само први период *jumpvar* и његову околину.

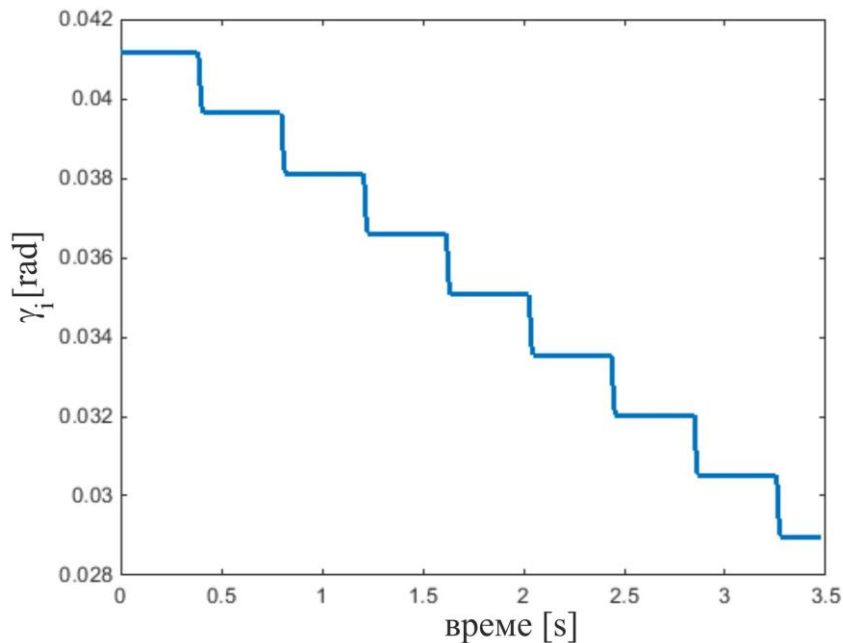


Слика 4.19 – Промена угла  $\theta_i$  у времену.



Слика 4.20 – Промена полупречника  $R_i$  у времену.

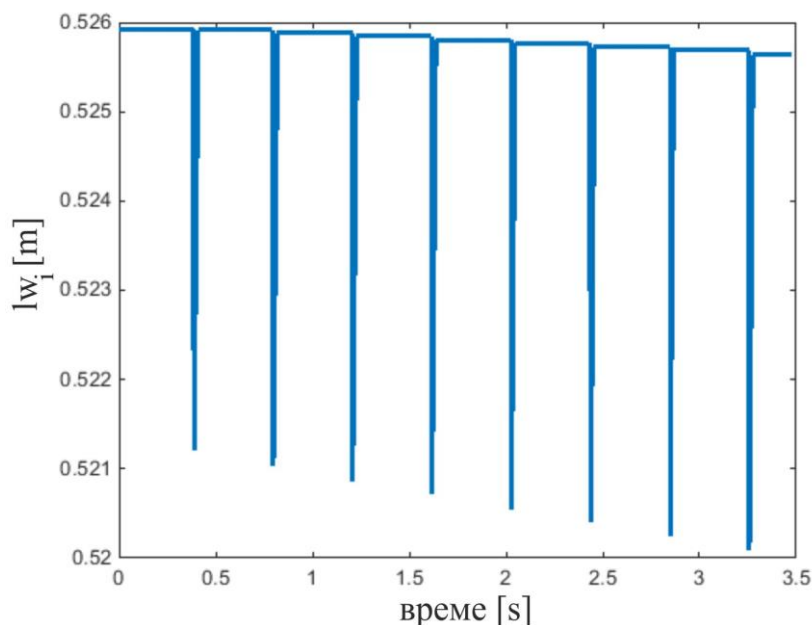
Угао  $\gamma_i$  опада током целог процеса намотавања и слично као промена полупречник  $R_i$ , угао  $\gamma_i$  не опада тренутно, већ само у периодима *jumpvar* и то без наглих скокова. Види Сл. 4.21 за цео период намотавања, док је на Сл. 4.16 приказана промена угла  $\gamma_i$  само током (и око) првог периода *jumpvar*.



Слика 4.21 – Промена угла  $\gamma_i$  у времену.

Дужина  $lw_i = \overline{AB}$  се такође непрекидно смањује током периода намотавања, али за разлику од полупречника  $R_i$  и угла  $\gamma_i$ , њене промене су динамичније што се јавља

одражава на динамички одзив система. У тренутку уласка у подручје  $jumpvar$ , дужина  $lw_i$  се тренутно смањује и у следећем тренутку континуално расте до завршетка области  $jumpvar$ . Промена дужине  $lw_i$  током читавог процеса намотавања је приказана на Сл. 4.22, док је промена ове дужине током (и око) првог периода  $jumpvar$  приказана на Сл. 4.10.



Слика 4.22 – Промена дужине  $lw_i$  у времену.

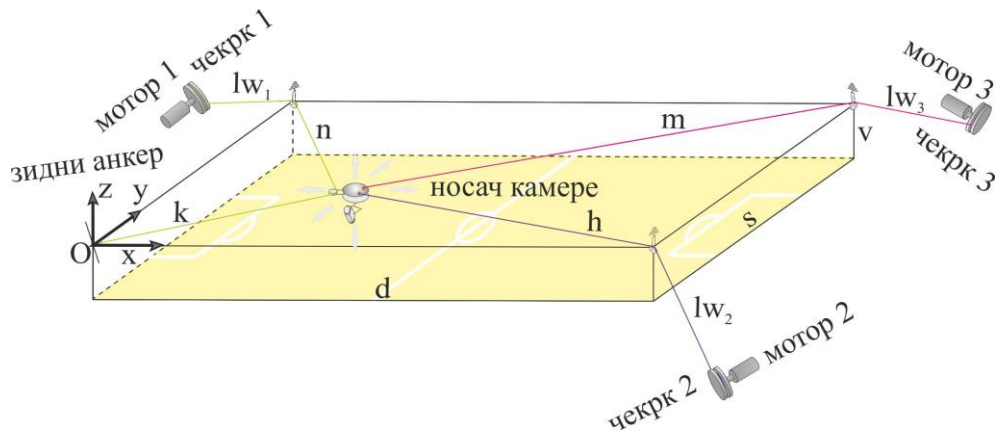
Слике које приказују величине  $\dot{lw}_i$ ,  $\dot{R}_i$  и  $\dot{\gamma}_i$  (Сл. 4.11, 4.15 и 4.17, респективно) илустративно показују колико је динамика промене ових величина међусобно различита. Нагло смањење дужине  $lw_i$  при уласку у област  $jumpvar$  знатно утиче на величину  $\dot{lw}_i$  која достиже вредност од чак  $-47 m/s$ . Величине  $\dot{R}_i$  и  $\dot{\gamma}_i$  немају тако драстичне скокове током намотавања ужета на чекрк.

Сл. 4.19-4.22 се односе на идеализован случај намотавања ужета на чекрк. Анализирано је само намотавања једног ужета на један чекрка под идеалним условима када је брзина намотавања,  $\dot{\theta}_i = const$ . Резултати приказани у овом делу Главе су извршени употребом програмског пакета JUMPWIND-OW [99].

### 4.3 Утицај дефинисаног концепта скоковитог намотавања (одмотавања) ужета на рад RSCPR система

У овом делу Главе 4 ће бити приказан тест концепта намотавања ужади на стандардне облике чекрка који су саставни део RSCPR система. За разлику од усвојеног концепта у претходним излагањима, овде је анализиран реалан RSCPR систем који је погођен са три моторизована чекрка. Сваки чекрк намотава (одмотава) једно уже. RSCPR систем је детаљно анализиран и моделован у Глави 3. Систем који ће бити коришћен у овом делу рада има габарите:  $d \times s \times v = 0.50 \times 0.44 \times 0.50 m$ .

RSCPR систем који је приказан у Глави 3 је користио чекрке [92] чији су полупречници намотавања  $R_i$  и остале динамичке величине  $lw_i$  и  $\gamma_i$  константни. За разлику од тог система, у овом делу дисертације ће бити анализиран RSCPR систем који користи чекрк приказан на Сл.4.1. Нови RSCPR систем је приказан на Сл. 4.23.



Слика 4.23 – Нови RSCPR систем у тродимензионалном простору.

Прво се дефинише жељена трајекторија кретања носача камере RSCPR система у простору Картезијанских координата  $(x, y, z)$ . Дефинисана жељена трајекторија је просторна, линијска и глатка. Брзина кретања камере има трапезоидни облик са периодом убрзања и успорења од 20% од укупног времена трајања покрета. На основу Јакобијеве матрице која је дефинисана током моделовања RSCPR система у Глави 3 у једначинама (3.10) и (3.11) дефинишу се углови закретања осовина сва три чекрка  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ . На основу глатке жељене трајекторије кретања камере добијене су глатке трајекторије углова закретања чекрка, као и њихових угаоних брзина. Системи приказани у Главама 2 и 3 су имали трајекторије кретања углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  такве да важи претпоставка да крећу од нуле. У овом делу рада је то због калибрације система и реалног кретања углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  промењено. Дефинисано је:

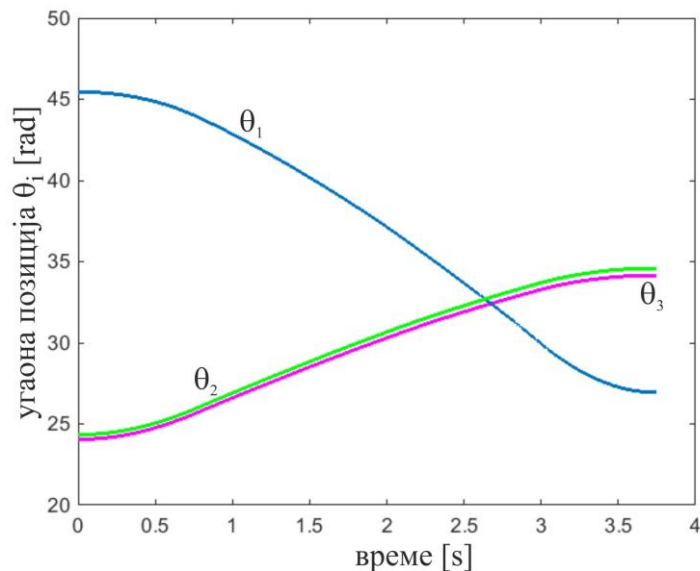
- а) почетна намотаност ужади на сва три чекрка,
- б) реални смер кретања сваког мотора према стварној конструкцији, који је сада другачији у односу на идеализовани смер кретања из претходних примера.

У следећем кораку, на основу динамике кретања сваког чекрка, дефинише се динамика промене његове намотаности, односно динамика промене: полупречника намотавања  $R_i$ , дужина  $lw_i$ , углова  $\gamma_i$  ( $i=1,2,3$ ) и осталих битних величина које учествују у реализацији сложеног задатка ношења камере у тродимензионалном простору. Све је дефинисано на референтном нивоу.

#### 4.4 Симулациони резултати

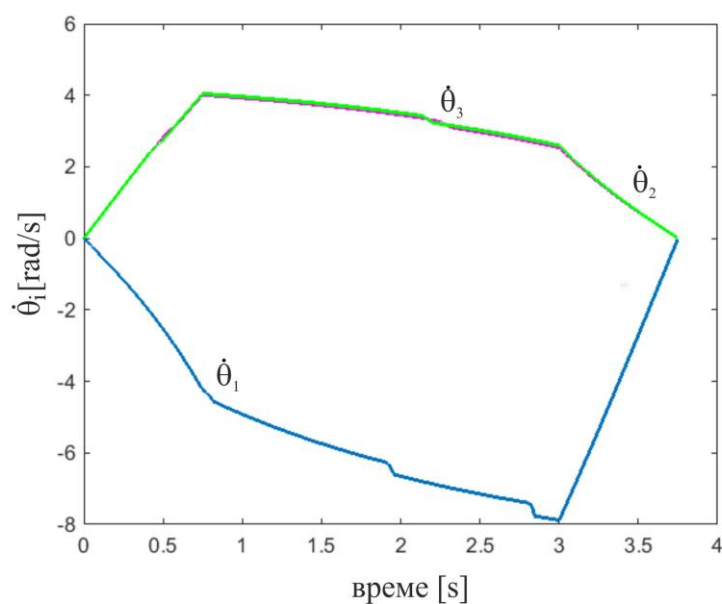
Тестиран је следећи линијски покрет: носач камере прелази из тачке  $A_{start} = [0.1 \ 0.2 \ -0.1]^T$  у тачку  $A_{end} = [0.35 \ 0.2 \ -0.1]^T$ . Брзина кретања камере има трапезоидни облик са максималном вредношћу од 0.083 m/s. Употребљен је мотор

фирме Faulhaber тип 3272G048CR као погон за сва три моторизована чекрка. Да би било реализовано кретање из тачке  $A_{start}$  у тачку  $A_{end}$ , неопходно је остварити координирано и веома прецизно кретање мотора,  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$ . Угаоне позиције сва три моторизована чекрка  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  су приказане на Сл. 4.24.



Слика 4.24 – Промена углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  у времену.

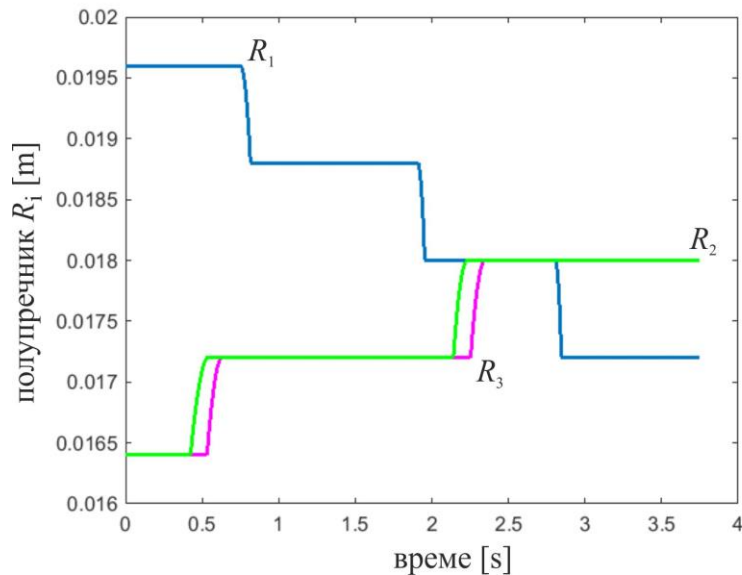
Из задате просторне линијске путање од тачке  $A_{start}$  до тачке  $A_{end}$  дефинисане су жељене трајекторије углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  (види Сл. 4.24) и њихове угаоне брзине које су приказане на Сл. 4.25. За ова кретања моторизованих чекрка одреде се промене динамичких величина: полупречника намотавања (одмотавања)  $R_1, R_2$  и  $R_3$ , растојања  $lw_1, lw_2$  и  $lw_3$  и углова  $\gamma_1, \gamma_2$  и  $\gamma_3$  и њихових првих извода.



Слика 4.25 – Промена величина  $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$  и  $\dot{\theta}_3$  у времену.

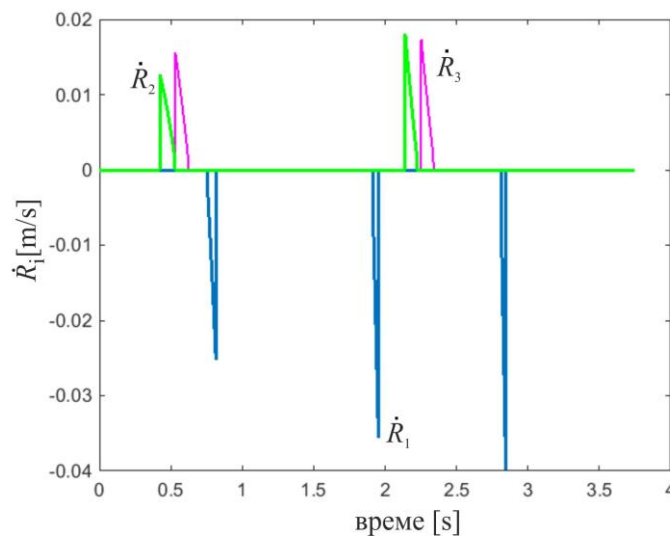


Тестирањем система за покрет од тачке *Astart* до тачке *Aend* је добијен следећи сет резултата. Први резултат који је приказан јесу промене полупречника сва три чекрка, односно величине  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , види Сл. 4.26.



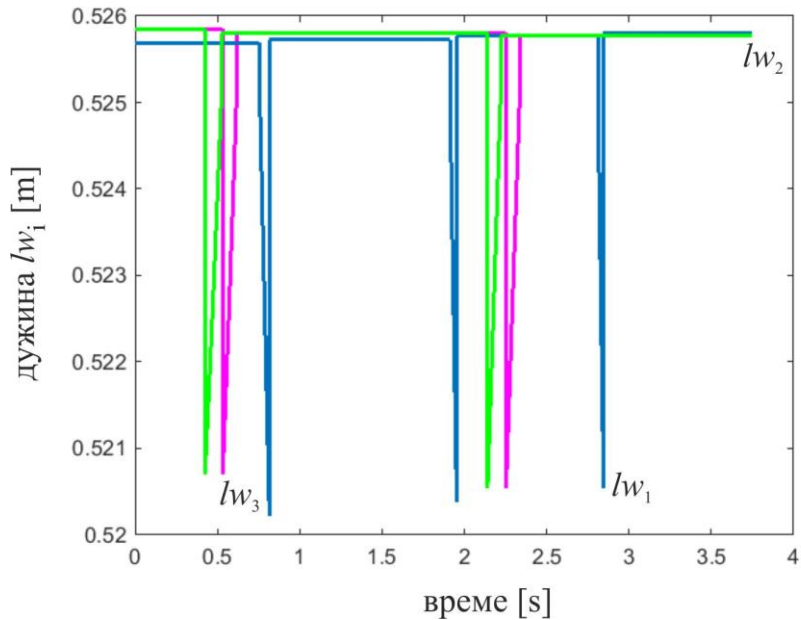
Слика 4.26 – Промена полупречника  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  у времену.

Са ове слике се види да се прво уже одмотава са првог чекрка и због тога се вредност полупречника  $R_1$  смањује како се покрет одвија. За разлику од првог ужета, друго и треће уже се намотавају на одговарајући чекрк и самим тим полупречници  $R_2$  и  $R_3$  расту током извршења покрета. Сва три чекрка наизменично мењају свој положај између области *con* и *jumpvar*. Први изводи ових величина, односно величине  $\dot{R}_1$ ,  $\dot{R}_2$  и  $\dot{R}_3$ , су приказани на Сл. 4.27. Са ове слике се види да ове величине имају скокове током области *jumpvar*, али ти скокови нису велики и самим тим не утичу значајније на динамички одзив система.



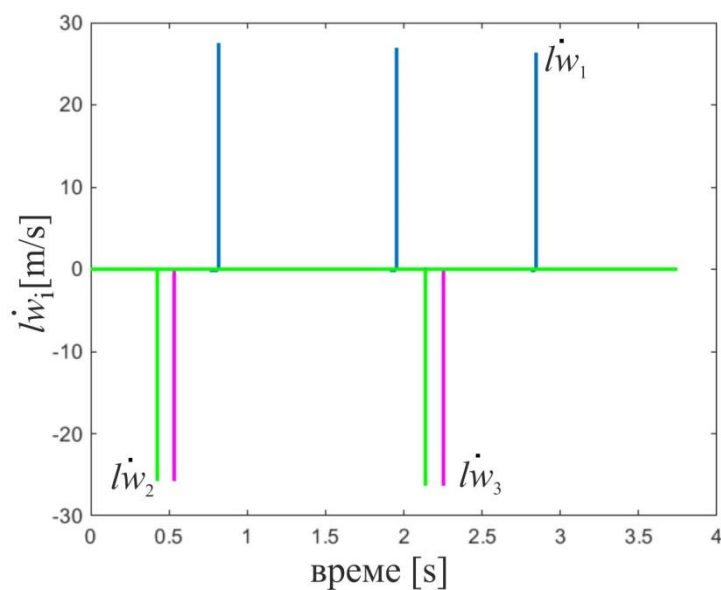
Слика 4.27 – Промена величина  $\dot{R}_1$ ,  $\dot{R}_2$  и  $\dot{R}_3$  у времену.

Поред полупречника, током намотавања (одмотавања) ужади на чекрке 1, 2 и 3 долази и до промене дужина  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$  и углова  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ . За трајекторију кретања камере из тачке  $A_{start}$  до тачке  $A_{end}$ , дужине  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$  имају динамику промене која је приказана на Сл. 4.28.



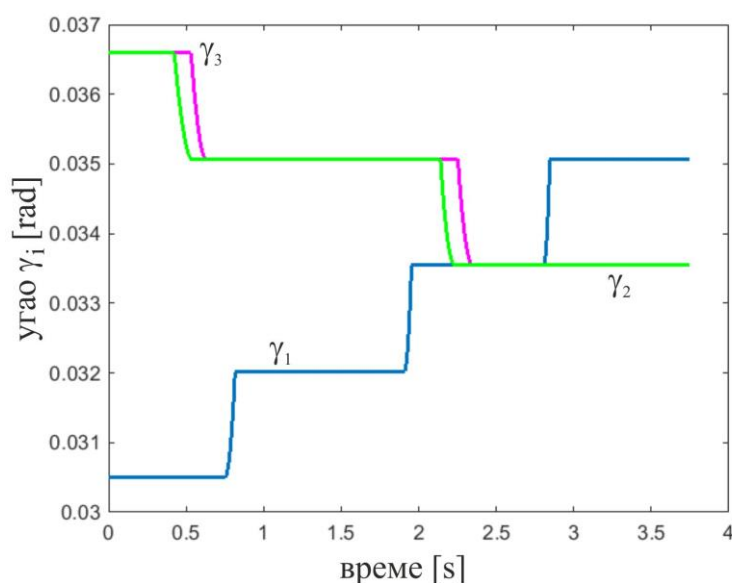
Слика 4.28 – Промена дужина  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$  у времену.

Пошто се у овом примеру појављују ефекти и намотавања и одмотавања ужета, треба уочити да се прво уже током целог покрета одмотава и због тога је динамика промене величине  $lw_1$  другачија од случаја који је приказан у делу 4.2 ове Главе када се уже непрекидно намотава.



Слика 4.29 – Промена величина  $l'w_1$  и  $l'w_2$ ,  $l'w_3$  у времену.

Током намотавања ужета, у првом тренутку периода  $jumpvar$  дужина  $lw_i$  нагло опадне и затим постепено расте до периода  $con$ , када задржава последњу вредност.



Слика 4.30 – Промена углова  $\gamma_1, \gamma_2$  и  $\gamma_3$  у времену.

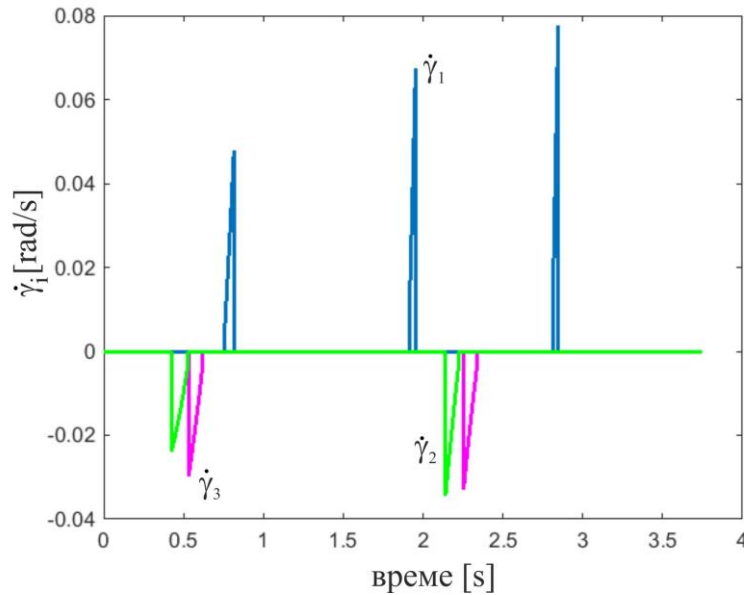
За разлику од намотавања ужета, код одмотавања ужета, током периода  $jumpvar$  дужина  $lw_i$  првобитно постепено опада и затим у последњем тренутку области  $jumpvar$  нагло повећава своју вредност коју задржава у области  $con$ . Динамика промене дужине  $lw_i$  током одмотавања ужета се јасно види на примеру дужине  $lw_1$  са Сл. 4.28. Током извршавања овог задатка, други и трећи подсистеми: мотор, редуктор и чекрк се понашају слично као систем намотавања описан у 4.2 делу ове Главе, односно за овакав покрет RSCPR система, друго и треће уже се намотавају на одговарајући чекрк па долази до промене дужина  $lw_2$  и  $lw_3$  као и у делу 4.2. На Сл. 4.29 су приказане брзине промене дужина  $lw_1, lw_2$  и  $lw_3$  – величине  $\dot{lw}_1$  и  $\dot{lw}_2, \dot{lw}_3$  и на овој слици се види динамика промене ових дужина и види се да су њихови први изводи прилично скоковити при уласцима подсистема у област  $jumpvar$ . Овај феномен уноси поремећај на динамику одзива система и узрокује његову нестабилност.

Угао  $\gamma_i$  представља једну од величина које карактеришу овај тип намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Динамика промене углова  $\gamma_1, \gamma_2$  и  $\gamma_3$  за дефинисани праволинијски покрет камере RSCPR система је дата на Сл. 4.30. Упоредјујући ове промене са премнама полупречника  $R_1, R_2$  и  $R_3$  (Сл. 4.26), види се да имају исту динамику промене само супротног смера – када  $R_i$  расте, угао  $\gamma_i$  опада и обрнуто. Угао  $\gamma_1$  расте током извршења покрета – мења положај између  $con$  и  $jumpvar$  области. За разлику од угла  $\gamma_1$ , углови  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  опадају током времена. На Сл. 4.31 су приказани први изводи ових величина -  $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2$  и  $\dot{\gamma}_3$ , где се види да и ове величине имају мале скокове па је њихов утицај на динамички одзив система веома мали.

Са Сл. 4.27, 4.29 и 4.31, могу да се виде промене величина  $\dot{R}_i, \dot{lw}_i$  и  $\dot{\gamma}_i$  ( $i=1,2,3$ ) и такође колико је велика динамика промене ове три величине током извршења покрета:

$\dot{R}_{1max} = 0.04m/s$ ,  $\dot{l}w_{1max} = 27m/s$  и  $\dot{\gamma}_{1max} = 0.076rad/s$ . Уочава се да је  $\dot{R}_{1max}$  око  $10^3$  пута мање од величине  $\dot{l}w_{1max}$ . Величине  $\dot{R}_i$  и  $\dot{\gamma}_i$  имају тренутни дисконтинуитет реда величине  $10^{-2}$  и тиме незнатан утицај на динамику одзива система. За разлику од тих величина, тренутни и велики скок величина  $\dot{l}w_l$ , који је реда величине  $10^1$ , има снажан утицај на стабилност система.

Резултати приказани у овом делу Главе су извршени употребом програмског пакета JUMPWIND-RSCPR [99].



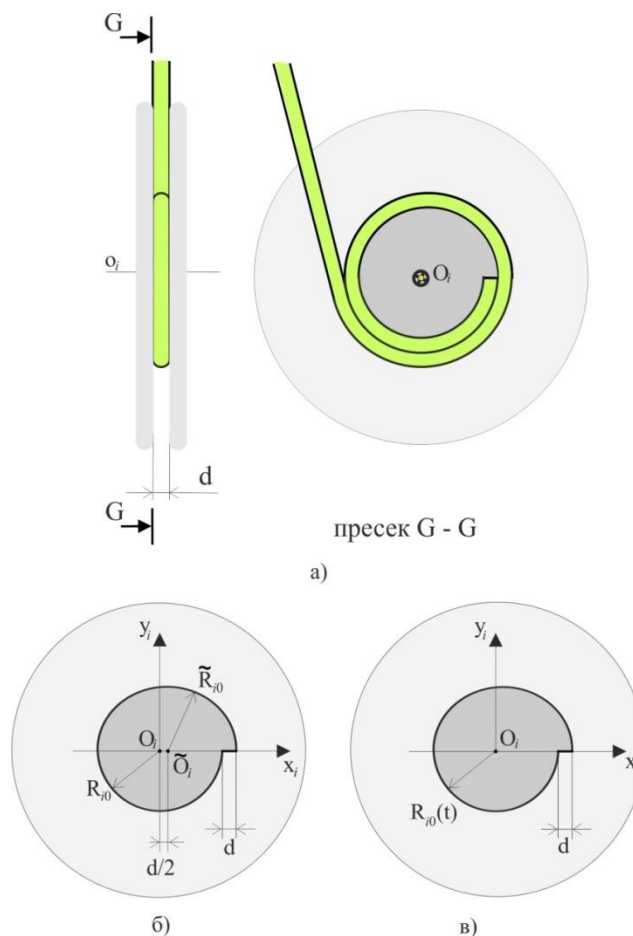
Слика 4.31 – Промена величина  $\dot{\gamma}_1$ ,  $\dot{\gamma}_2$  и  $\dot{\gamma}_3$  у времену.

Анализа извршена на RSCPR систему може да буде примењена на било којем ужадима (кабловима) вођеном систему. Приказани концепт једноредог намотавања (одмотавања) ужета на чекрк може бити део било ког ужадима вођеног система и као такво би по својој природи изазавало нестабилност тог система што је веома проблематично са гледишта контролабилности анализираног система.

## Глава 5

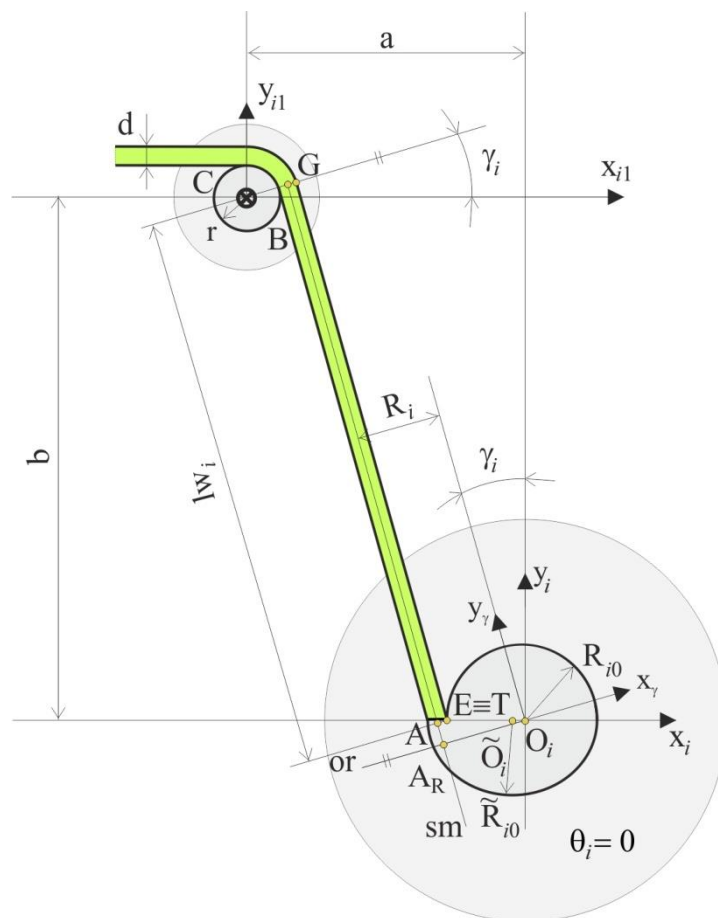
### Нови дизајн чекрка за једноредно глатко намотавање (одмотавање) ужета

У Глави 4 је приказан утицај стандардног облика чекрка за једноредно намотавање (одмотавање) ужета на рад CPR система. Овај чекрк је приказан на Сл. 4.1. Уочило се да такав облик чекрка уноси скоковиту и осцилаторну промену динамичких величина током намотавања (одмотавања) ужета што веома неповољано утиче на рад система. Управо из те анализе и због дефинисаних проблема отворила се потреба за њиховим решавањем и то ће бити приказано у овој Глави дисертације. Као решење је настао нови облик чекрка за једноредно вишеслоно радијално глатко намотавање (одмотавање) ужета. Прво ће бити дефинисан облик чекрка и биће детаљно анализиран рад само једног чекрка. Биће приказано и експериментално поређење новог облика чекрка са чекрком анализираним у Глави 4 овог рада. Биће дефинисан нови математички модел RSCPR система који користи нови облик чекрка и биће приказан његов утицај на рад сложеног RSCPR система. Нови облик чекрка је приказан на Сл. 5.1а).



Слика 5.1 – Чекрк за једноредно вишеслојно радијално глатко намотавање (одмотавање) ужета, а) систем намотавања, б) двоцилиндрични чекрк, в) спирални чекрк.

Дизајн новог облика чекрка је патентиран и приказан је у [100].



Слика 5.2 – Почетни положај система за глатко намотавање.

Да би се остварило глатко намотавање (одмотавање) ужета, дизајнирана су два нова решења чекрка за једноредно намотавање (одмотавање):

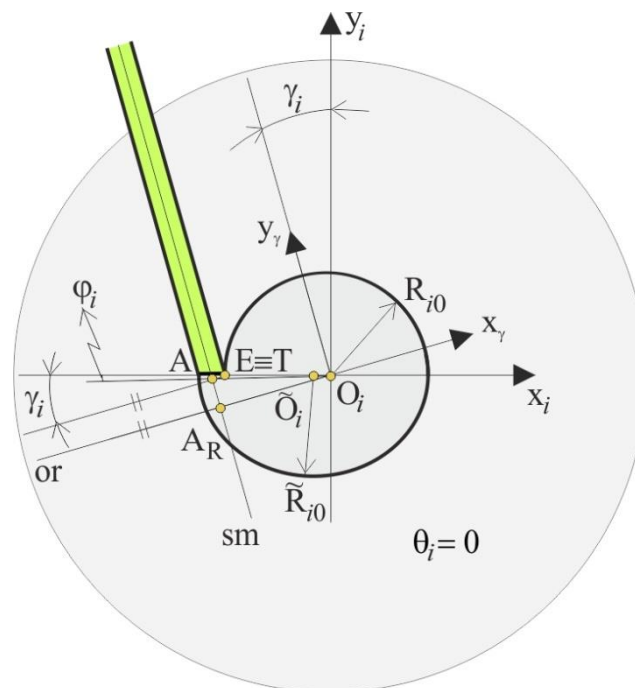
1. Прво решење је састављено од два полуваљкаста тела различитих пречника и приказано је на Сл. 5.1б). Због карактеристика овог чекрка, назван је двоцилиндрични чекрк. Двоцилиндрични чекрк ће бити детаљније описан у даљем тексту овог рада.
2. Друго конструктивно решење је спирални облик чекрка који је приказан на Сл. 5.1в).

Слични ефекти глатког намотавања (одмотавања) ужета се постижу и за спирални и за двоцилиндрични облик чекрка.

### 5.1 Математичка формулација једноредног вишеслојног радијалног глатког намотавања (одмотавања) ужета на један чекрк

У наставку ове Главе ће бити детаљно анализирана и приказана динамика једноредног вишеслојног радијалног глатког намотавања (одмотавања) ужета на један чекрк. Уже је тако монтирано да извире из чекрка на месту где долази до спајања два

полуцилиндрична тела. То може јасно да се види на Сл. 5.2 где је приказан почетни положај намотавања ужета на чекрк управно на осу намотавања. Почетни положај је плански (калибрацијом) дефинисан да буде на правцу негативног дела  $x_i$  осе. Овај одабир почетног положаја је веома битан јер утиче на даљу динамику намотавања (одмотавања) ужета на чекрк.



Слика 5.3 – Почетни положај система за глатко намотавање – чекрк увећан.

Детаљнији изглед почетне позиције система за намотавање (одмотавање) је приказан на Сл. 5.3. Због лакшег разумевања динамике глатког намотавања (одмотавања) ужета на чекрк, у наставку ове Главе ће бити приказана геометрија овог сложеног процеса. Дефинисање геометрије једноредног вишеслојног радијалног глатког намотавања (одмотавања) ужета је потребно за креирање кинематичког и динамичког модела овог процеса. Такође, због лакшег разумевања у овом делу дисертације ће бити приказан само процес намотавања ужета на чекрк и неће бити приказан процес одмотавања ужета.

На Сл. 5.2 је приказан почетни положај система за глатко намотавања ужета на чекрк. Систем се састоји од новог облика чекрка који је постављен у осу координатног система  $x_i - y_i$ . За овај чекрк је повезано (извире из чекрка) уже дебљине  $d = 0.8 \text{ mm}$ . Са друге стране ово уже је пребачено преко мањег котура полупречника  $r = 9 \text{ mm}$  где је постављена и оса координатног система  $x_{i1} - y_{i1}$ . Оса ротације котура је позиционирана у бази овог координатног система, тачки  $C$ . Нови облик чекрка из кога извире уже је формиран од два полуцилиндрична тела. Мањи полуцилиндр има полупречник базе од  $R_{i0} = 13.6 \text{ mm}$  са центром у тачки  $O_i(0, 0)$ . Полупречник већег полуцилиндра  $\tilde{R}_{i0}$  је геометријски дефинисан функцијом обилка овог чекрка у односу на полупречник мањег полуцилиндра  $R_{i0}$ . Већи полуцилиндр има полупречник базе  $\tilde{R}_{i0} = R_{i0} + d/2 = 14.0 \text{ mm}$  са центром у тачки  $\tilde{O}_i(-d/2, 0)$ .

Систем за глатко намотавање ужета је конструисан тако да може да буде приказан у равни као на Сл. 5.2. Пошто се систем намотавања посматра равански управно на осу намотавања (одмотавања), ради једноставније терминологије у даљем тексту овог рада ће полуцилиндри тела чекрка бити означени као мали и велики полукруг.

Усваја се да је центар мањег полукруга, тј. тачка  $O_i$ , оса ротације чекрка и у њој је позициониран координатни систем  $x_i - y_i$ . За разлику од тачке  $O_i$ , центар већег полуцилиндра, тачка  $\tilde{O}_i$ , стално мења своју позицију током процеса намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Тачка  $\tilde{O}_i$  стално ротира око тачке  $O_i$  на растојању  $d/2$ .

Растојање  $a = 45 \text{ mm}$  представља хоризонтално растојање између оса ротације чекрка и котура, док  $b = 524 \text{ mm}$  представља вертикално растојање између ових оса. Котур има центар у тачки  $C(-a, b)$  у односу на координатни систем  $x_i - y_i$  и на тај начин је дефинисана позиција координатног почетка система  $x_{i1} - y_{i1}$ .

На Сл. 5.3 је приказан увећан чекрк и јасно се види место где уже извире из чекрка. Тачка  $E$  припада спољној контури облика чекрка у пресеку мањег полукруга и заравњеног дела чекрка и у почетку ова тачка припада негативном делу  $x_i$  осе. Ова тачка има фиксну позицију у односу на чекрк током целог процеса намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Усваја се да отклон праве  $\overline{O_i E}$  у односу на негативан део  $x_i$  осе дефинише намотаност (одмотаност) ужета. Тај отклон је означен углом  $\theta_i$  који у почетном тренутку има следећу вредност:

$$\theta_i = 0. \quad (5.1)$$

За разлику од тачке  $E$ , дефинисана је тачка  $T$  која стално мења позицију у односу на чекрк. Она представља место где уже додирује (или у неким периодима тангира) чекрк или до сада намотано уже. У почетном тренутку тачке  $E$  и  $T$  се преклапају што се види на Сл. 5.2 и 5.3. Чекрк и котур су позиционирани тако да је угао  $\gamma_i > 0$  за било који положај током извршења задатка. Угао  $\gamma_i$  представља једну од променљивих величина система и као таква карактерише процес намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. У почетном положају, угао  $\gamma_i$  има највећу вредност и износи  $\gamma_{imax} = 2.36^\circ = 0.04116 \text{ rad}$  – то је дефинисано конструктивним решењем машинског дела система. Овај угао се одређује тако што се повуче тангентна линија из тачке  $T$  на круг полупречника  $r + d$  са центром у тачки  $C$ . На овај начин се добија тачка  $G$ . Након тога се повуче линија која је паралелна дужи  $\overline{TG}$  и која пролази кроз тачку ротације чекрка, тачку  $O_i$ , и након тога се одреди отклон те праве од позитивног дела  $y_i$  осе – тај отклон представља угао  $\gamma_i$ .

Да би било могуће поређење динамике понашања новог облика чекрка у односу на стандардни чекрк анализиран у Глави 4, претпоставља се да се уже намотава константном брзином на чекрк, односно  $\dot{\theta}_i = \text{const}$ . Усвојено је да сила у ужадима делује кроз централну осу ужета - линија  $sm$ . Такође, усвојено је да се полупречник намотавања (одмотавања) рачуна на месту где сила делује на уже. Са Сл. 5.2 и 5.3 се види да у почетном положају полупречник има следећу вредност:

$$R_i = \overline{O_i A} \cos(\gamma_i - \varphi_i). \quad (5.2)$$



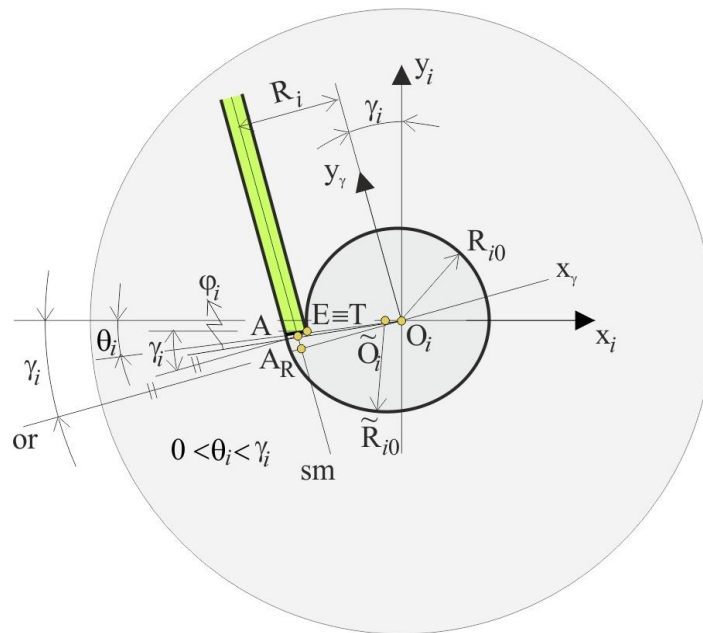
У почетном положају је тачка  $A$  позиционирана тако да се налази на правој која је око тачке  $T$  ротирана за угао  $\gamma_i$ . Тачка  $A$  се налази у пресеку те праве и праве  $sm$ . Дуж  $\overline{O_i A}$  је у односу на дуж  $\overline{O_i T}$  отклоњена за угао  $\varphi_i$ . Овај угао у почетној позицији има највећу вредност. Позиција тачке  $A_R$  је на пресеку правих  $sm$  и  $or$ . Тачка  $B$  је постављена на пресеку праве  $sm$  и праве повучене из центра котура, тачке  $C$ , која је паралелна са правом  $or$ . Растојање  $\overline{AB}$  је означено са  $lw_i$  и оно представља динамичку величину током глатког намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Ова величина има своју динамику промене и самим тим утиче на динамички одзив система.

На Сл. 5.4 је приказан положај система за угао  $\theta_i$  из области:

$$0 < \theta_i < \gamma_i. \quad (5.3)$$

За овај положај система намотавања, полупречник намотавања се одређује на следећи начин:

$$R_i = \overline{O_i A} \cos(\gamma_i - \varphi_i - \theta_i). \quad (5.4)$$



Слика 5.4 – Положај система за  $0 < \theta_i < \gamma_i$  - увећан чекрк.

Као и у претходном случају (Сл. 5.2 и 5.3), тачка  $A_R$  се налази у пресеку правих  $sm$  и  $or$ , док је тачка  $A$  у пресеку праве  $sm$  и праве која пролази кроз тачку  $T$  а паралелна је са правом  $or$ . У односу на вредност угла  $\gamma_i$  у почетном случају, сада је његова вредност смањена, док дужина  $lw_i = \overline{AB}$  расте у односу на почетну вредност. Угао између правих  $\overline{O_i A}$  и  $\overline{O_i T}$ , угао  $\varphi_i$ , опада у овом периоду намотавања.

Следећи анализиран положај је приказан на Сл. 5.5 и то је случај када је:

$$\theta_i = \gamma_i. \quad (5.5)$$

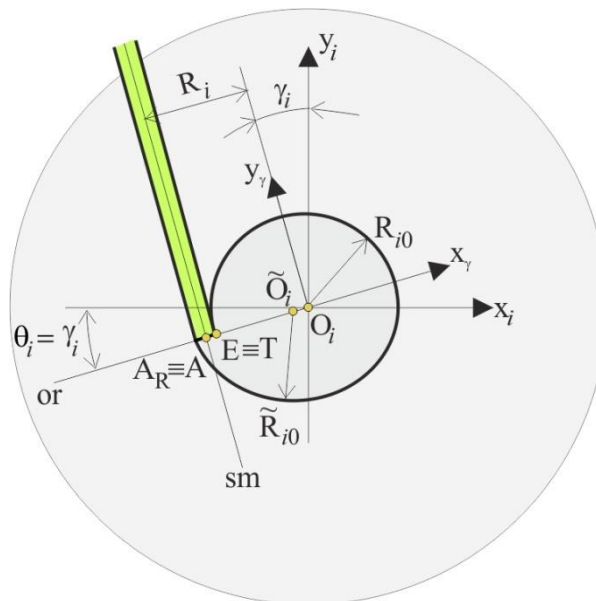
У овом тренутку се преклапају тачке  $A_R$  и  $A$  и оне леже на правој  $\overline{O_i T}$ . Од овог тренутка тачка  $A$  је стално на правој  $\overline{O_i T}$  током процеса намотавања. У истом тренутку угао  $\varphi_i$  достиже вредност  $0$  и даље не утиче на процес намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Са Сл. 5.5 се види да права  $\overline{O_i T}$  у том тренутку лежи на оси  $x_\gamma$  (такође права  $\overline{O_i E}$  лежи на овој оси) – оса  $x_\gamma$  је оса која је од позитивног дела  $x_i$  осе отклоњена за угао  $\gamma_i$ . Координатни систем  $x_\gamma - y_\gamma$  је увек одређен углом  $\gamma_i$ . У овом тренутку, уже тангира чекрк у тачки  $T$ . Такође, то је последњи тренутка када се тачка  $E$  и тачка  $T$  преклапају и од тог тренутка па на даље тачка  $E$  задржава своју фиксну позицију на чекрку, док тачка  $T$  прати динамику намотавања ужета на чекрк. Полупречник у овом случају има вредност:

$$R_i = \overline{O_i A} = \overline{O_i A_R} = R_{i0} + d/2. \quad (5.6)$$

Такође, у овом тренутку, дужина  $lw_i = \overline{AB}$  има највећу вредност током процеса намотавања (одмотавања) ужета на чекрк.

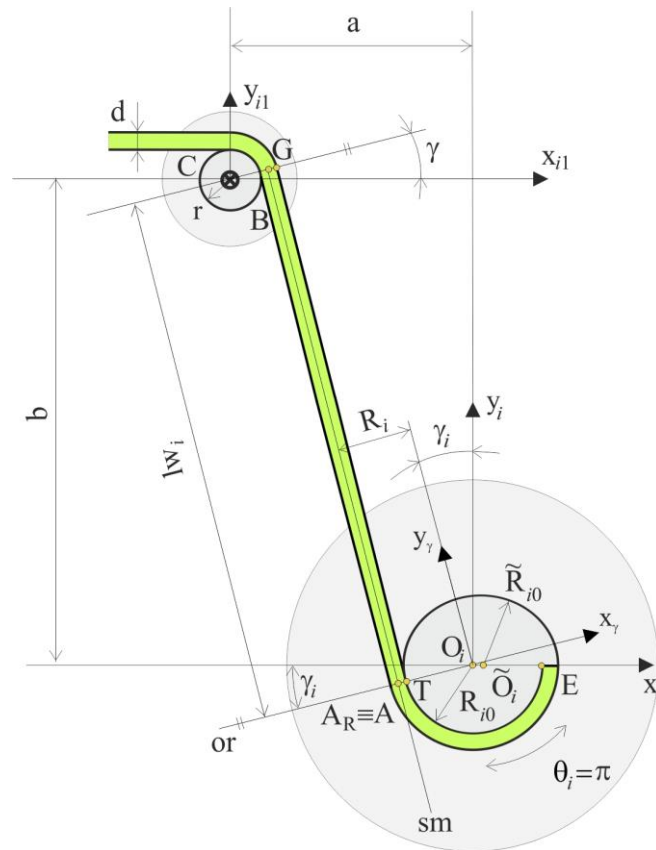
Уже се даље намотава и у том периоду угао  $\theta_i$  има вредност из следеће области:

$$\gamma_i < \theta_i < \pi + \gamma_i. \quad (5.7)$$



Слика 5.5 – Положај система за  $\theta_i = \gamma_i$  - увећан чекрк.

Област дефинисана једначином (5.7) је названа *con* област (енг. constant). Током ове области, полупречник  $R_i$ , дужина  $lw_i = \overline{AB}$  и угао  $\gamma_i$  имају константне вредности. Пример положаја из ове области је приказан на Сл. 5.6 – на овом примеру се права  $\overline{O_i E}$  преклапа са позитивним делом  $x_i$  осе, односно  $\theta_i = \pi$ . Такође се виде различите позиције тачака  $E$  и  $T$ .



Слика 5.6 – Положај система за  $\theta_i = \pi$ .

Битан тренутак јесте када је испуњен следећи услов:

$$\theta_i = \pi + \gamma_i, \quad (5.8)$$

јер у том тренутку систем напушта област *con* и почиње нови закон промене релевантних величина намотавања: полупречника  $R_i$ , угла  $\gamma_i$  и дужине  $lw_i = \overline{AB}$ . Овај тренутак је приказан на Сл. 5.7.

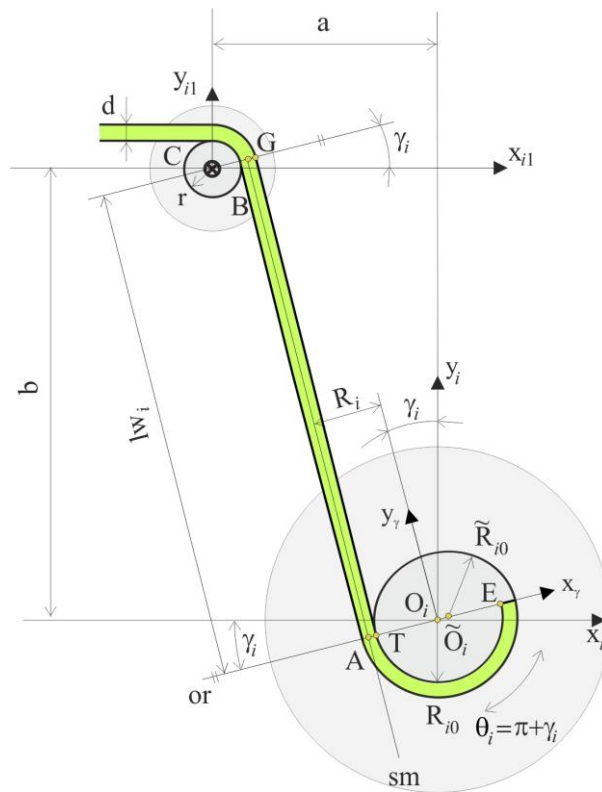
Види се да и у овом тренутку права  $\overline{O_iE}$  лежи на оси  $x_\gamma$ , само што је у односу на позицију са Сл. 5.2 и 5.3 ова права заротирана око тачке  $O_i$  за угао  $\pi$ . Након тог тренутка уже почиње полако да се намотава на део чекрка са већим полупречником, односно на већи полукруг чекрка. Од тог тренутка угао  $\theta_i$  улази у следећу област:

$$\pi + \gamma_i < \theta_i < 2\pi + \gamma_i, \quad (5.9)$$

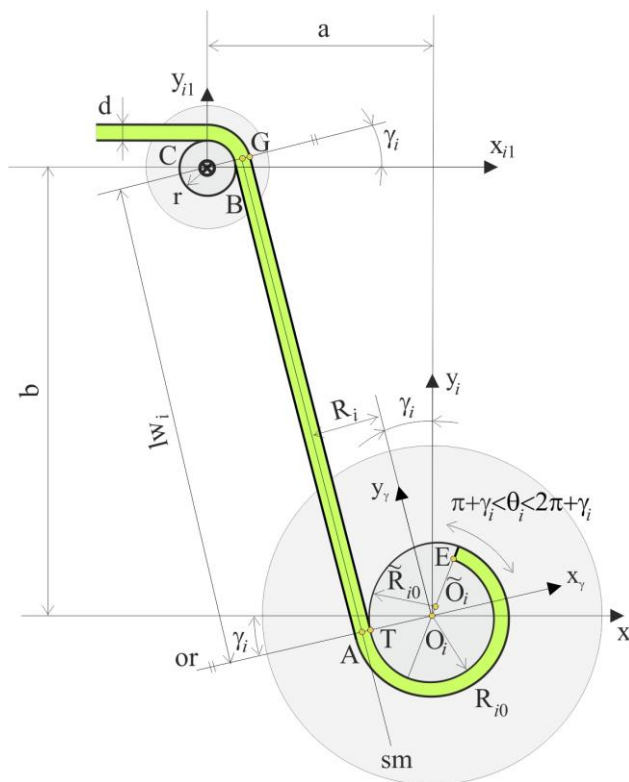
и ова област се зове *smvar* (енг. smooth variable) област и једна од позиција из ове области је приказана на Сл. 5.8.

На Сл. 5.9 је приказан угао  $\theta_i$  унутар и око области *smvar*. Са ове слике се види да угао  $\theta_i$  линеарно расте током намотавања ужета, односно да је брзина обртања чекрка константна. Дефинисана област *smvar* представља период намотавања (одмотавања) ужета на чекрк када долази до промене полупречника намотавања  $R_i$ . При уласку у ову

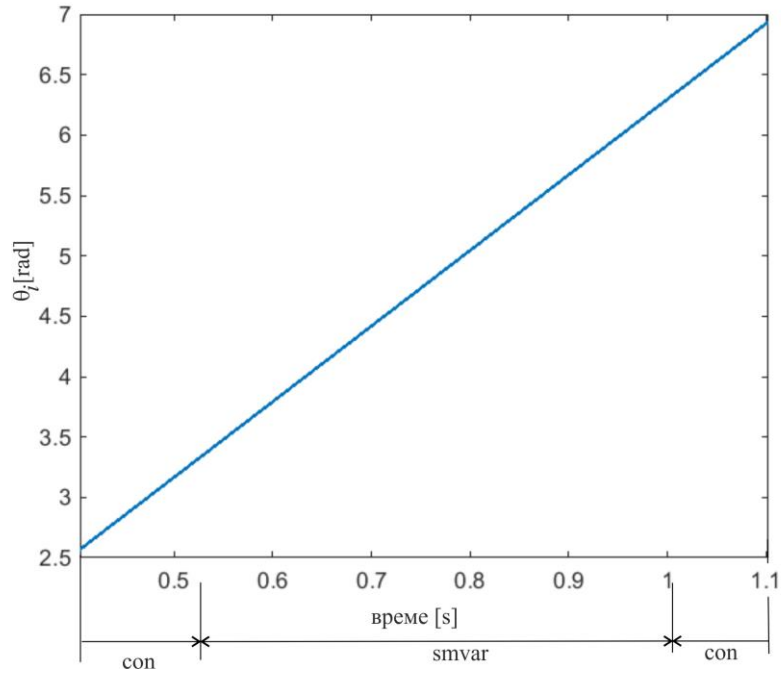
област током намотавања, овај полупречник почиње да расте са вредности  $R_i = R_{i0} + d/2$  на вредност  $R_i = R_{i0} + 3 \cdot d/2$  која се достиже по завршетку области *smvar*.



Слика 5.7 – Положај система за  $\theta_i = \pi + \gamma_i$ .



Слика 5.8 – Положај система за  $\pi + \gamma_i < \theta_i < 2\pi + \gamma_i$ .

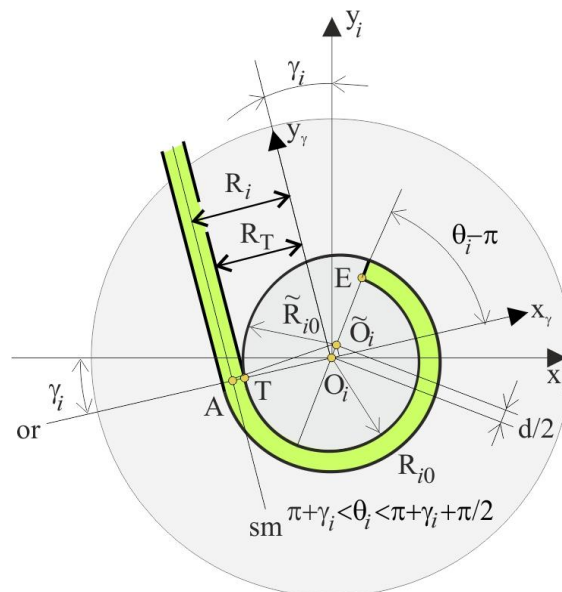


Слика 5.9 – Угао  $\theta_i$  око и у области *smvar*.

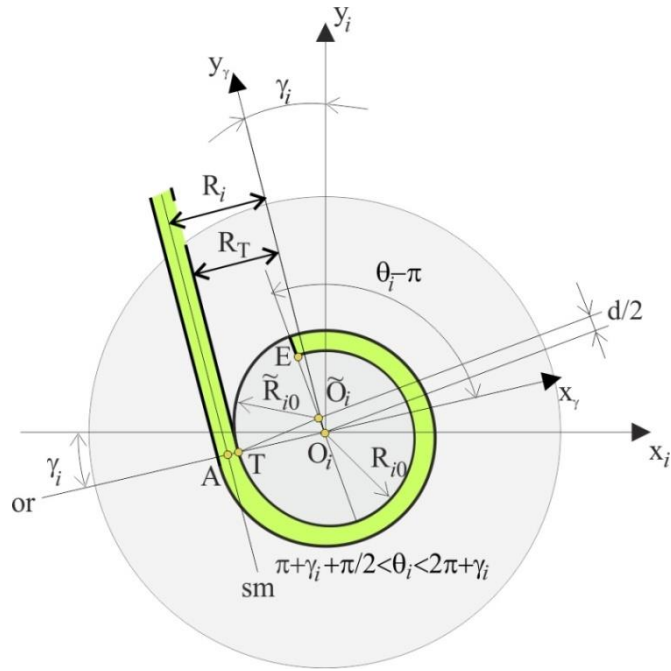
Ради лакшег описа промене полупречника  $R_i$ , потребно је размотрити две подобласти области *smvar*:

1. Прва подобласт је дефинисана следећим опсегом угла  $\theta_i$ :  $\pi + \gamma_i < \theta_i < \pi + \gamma_i + \pi/2$ . Овај период намотавања је приказан на Сл. 5.10 и у овој подобласти периода *smvar* полупречник  $R_i$  се израчунава по формули:

$$R_i = R_A = \sqrt{(R_{i0} + d/2)^2 - (d/2 \cdot \sin(\theta_i - \pi))^2} - d/2 \cdot \cos(\theta_i - \pi) + d/2. \quad (5.10)$$



Слика 5.10 – Положај система за  $\pi + \gamma_i < \theta_i < \pi + \gamma_i + \pi/2$ .

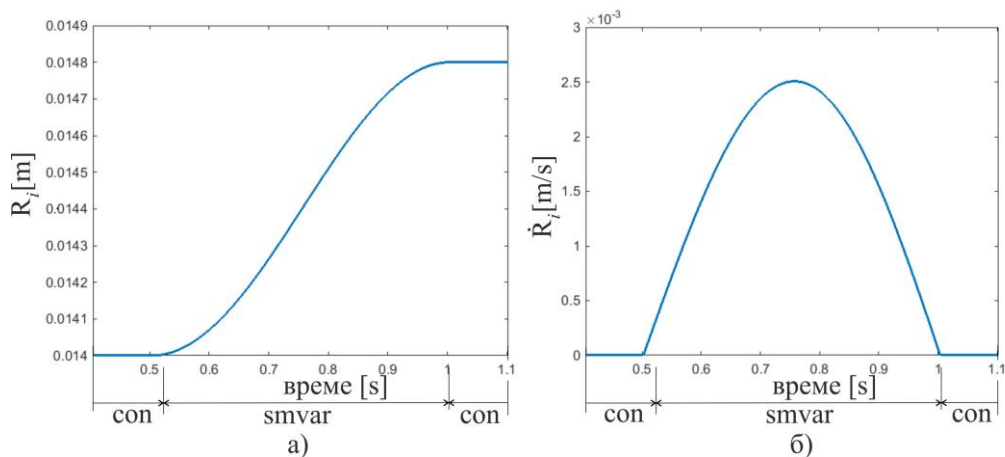


Слика 5.11 – Положај система за  $\pi + \gamma_i + \pi/2 < \theta_i < 2\pi + \gamma_i$ .

- Друга подобласт је дефинисана следећим опсегом угла  $\theta_i$ :  $\pi + \gamma_i + \pi/2 < \theta_i < 2\pi + \gamma_i$ . Овај период намотавања је приказан на Сл. 5.11 и у овој подобласти периода *smvar* полупречник  $R_i$  се израчунава по формули:

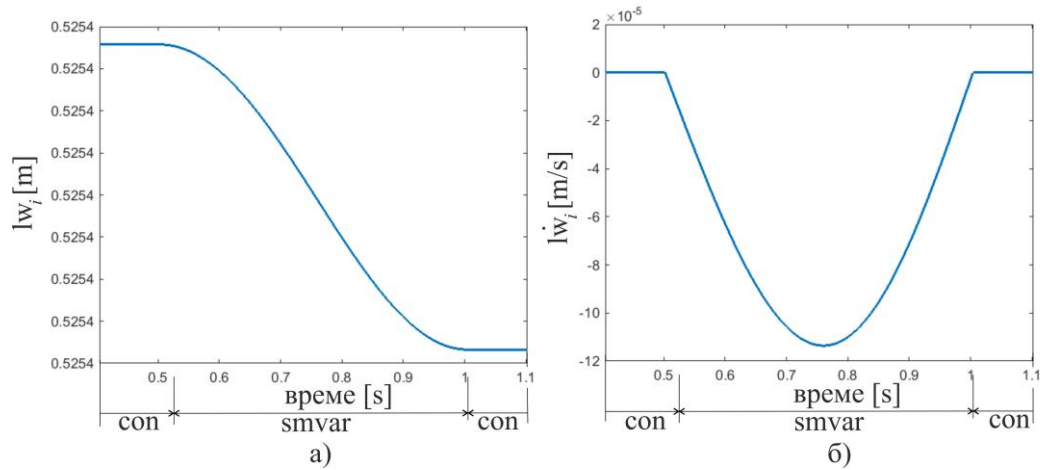
$$R_i = \sqrt{(R_{i0} + d/2)^2 - (d/2 \cdot \sin(\theta_i - \pi))^2} + |d/2 \cdot \cos(\theta_i - \pi)| + d/2. \quad (5.11)$$

Овако дефинисана промена полупречника намотавања (одмотавања) је глатка што се најбоље види са Сл. 5.12а) где је приказан полупречник  $R_i$  око и у области *smvar*. Такође, на Сл. 5.12б) је приказана брзина промене ове величине, односно њен први извод означен као  $\dot{R}_i$  где је такође видљива глатка промена полупречника. Види се да како се уже намотава на чекрк, полупречник постепено расте ка већ дефинисаној величини од  $R_i = R_{i0} + 3 \cdot d/2$ .



Слика 5.12 – а) Полупречник  $R_i$  и б) величина  $\dot{R}_i$  око и у области *smvar*.

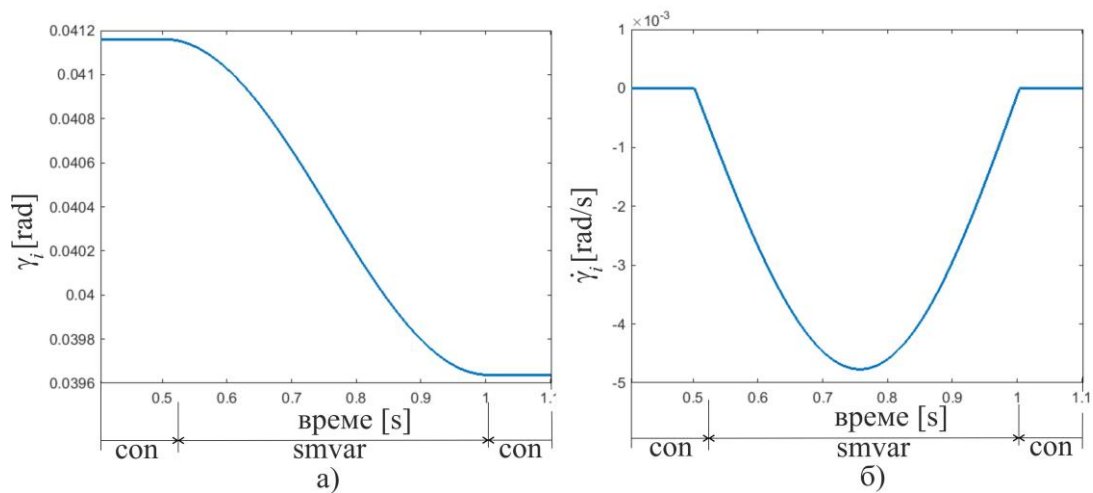
При уласку у *smvar* област, тачке *T* и *A* постепено мењају своју позицију. Оне мењају своју позицију тако да се величина  $lw_i = \overline{AB}$  током намотавања постепено смањује у области *smvar*. Ово се јасно види на Сл. 5.13а) где је приказана дужина  $lw_i$  унутар и око области *smvar*.



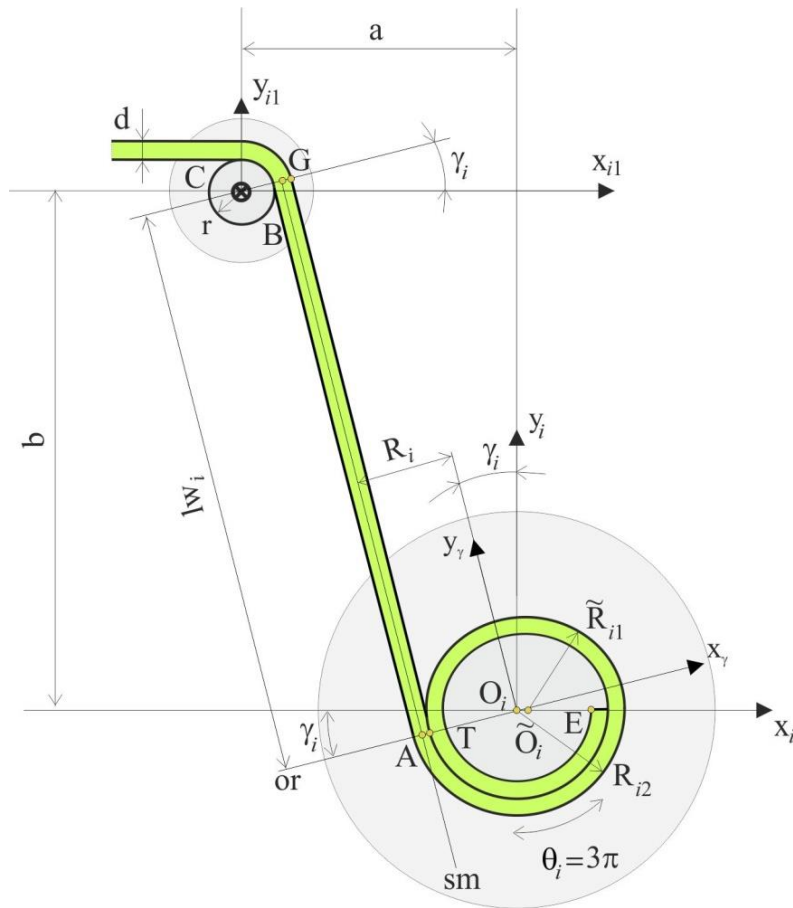
Слика 5.13 – а) Дужина  $lw_i$  и б) величина  $\dot{lw}_i$  око и у области *smvar*.

Дужина  $lw_i$  има сличну динамику промене као полупречник  $R_i$ , само се смањује током намотавања ужета на чекрк. На Сл. 5.13б) је приказан први извод ове величине, односно  $\dot{lw}_i$ .

Променом позиције тачака *T* и *A*, долази и до смањења угла  $\gamma_i$  у области *smvar*. Промена овог угла унутар и око области *smvar* је приказана на Сл. 5.14а), док је на Сл. 5.14б) приказана брзина промене ове величине -  $\dot{\gamma}_i$ .



Слика 5.14 – а) Угао  $\gamma_i$  и б) величина  $\dot{\gamma}_i$  око и у области *smvar*.



Слика 5.15 – Положај система за  $\theta_i = 3\pi$ .

У тренутку када угао  $\theta_i$  достигне следећу вредност:

$$\theta_i = 2\pi + \gamma_i, \quad (5.12)$$

систем излази из области *smvar* и улази у нову област *con*. У том тренутку полупречник намотавања  $R_i$  има следећу вредност:

$$R_i = R_{i0} + 3 \cdot d/2. \quad (5.13)$$

Од тог тренутка, систем за глатко намотавање (одмотавање) ужета на чекрк улази у период када угао  $\theta_i$  расте и узима следеће вредности:

$$2\pi + \gamma_i < \theta_i < 3\pi + \gamma_i. \quad (5.14)$$

Полупречник намотавања  $R_i$ , дужина  $l_{w_i} = \overline{AB}$  и угао  $\gamma_i$  су константни током нове области *con* и задржавају вредности добијене када се  $\theta_i$  изједначило са углом  $2\pi + \gamma_i$ . На Сл. 5.15 је приказан један пример положаја из нове области *con* дефинисане једначином (5.14) – приказан је положај система за  $\theta_i = 3\pi$ . На основу процеса дефинисаног у овом делу дисертације, може да се закључи да се глатко намотавање (одмотавање) ужета на чекрк одвија цикличним смењивањем фаза *con* и *smvar*.



## 5.2 Цикличност глатког намотавања (одмотавања) ужета на један чекрк

У претходном делу ове дисертације су приказани принципи динамике глатког намотавања ужета на двоцилиндрични чекрк који је приказан на Сл. 5.16). Описан је процес намотавања за пораст угла  $\theta_i$  у опсегу:

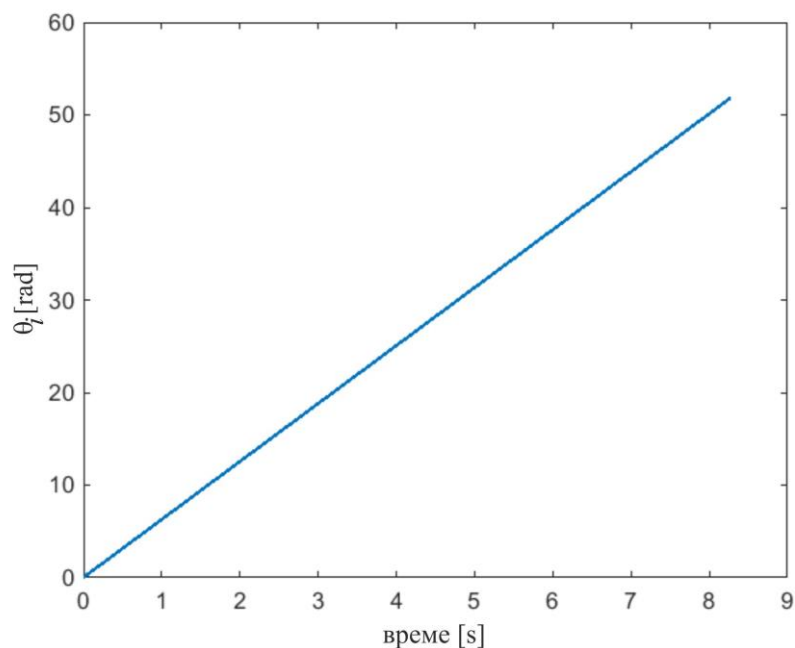
$$0 < \theta_i < 3\pi + \gamma_i. \quad (5.15)$$

На основу поменуте анализе је закључено да се процес глатког намотавања ужета на чекрк одвија цикличним мењањем области *con* и *smvar*. Сталним растом угла  $\theta_i$ , односно континуалним намотавањем ужета, примењују се принципи намотавања дефинисани у под-наслову 5.1 и на тај начин се добија гладак пораст полупречника  $R_i$  и глатко опадање угла  $\gamma_i$  и дужине  $lw_i = \overline{AB}$ .

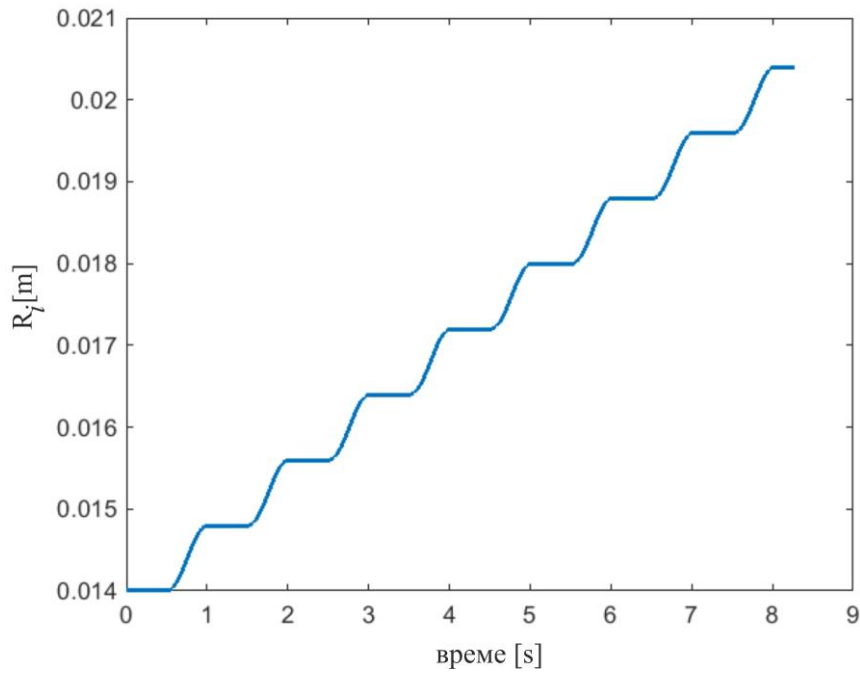
Креиран је програм којим се генеришу симулациони експерименти за линеаран пораст угла  $\theta_i$  у опсегу:

$$0 < \theta_i < 17\pi. \quad (5.16)$$

Промена угла  $\theta_i$  у области која је дефинисана једначином (5.16) је приказана на Сл. 5.16 и на овој слици се види да се овај угао мења линеарно, тј. његов први извод (брзина окретања чекрка) је константна. На Сл. 5.17 је приказана промена полупречника намотавања  $R_i$  за овај опсег ротирања чекрка. Током периода намотавања назначеног једначином (5.16) долази до цикличне и растуће промене полупречника  $R_i$ . Уочљиво је да полупречник  $R_i$  расте континуално и постепено у периодима *smvar*, док је константан у периодима *con*, види Сл. 5.12 на којој је приказан само први период *smvar* и његова околина.

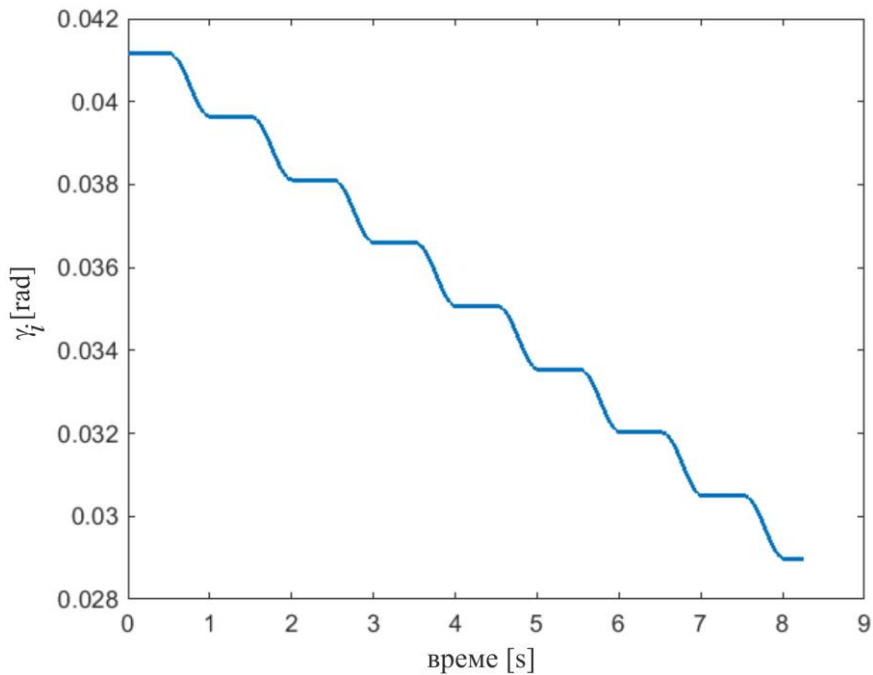


Слика 5.16 – Угао  $\theta_i$ .



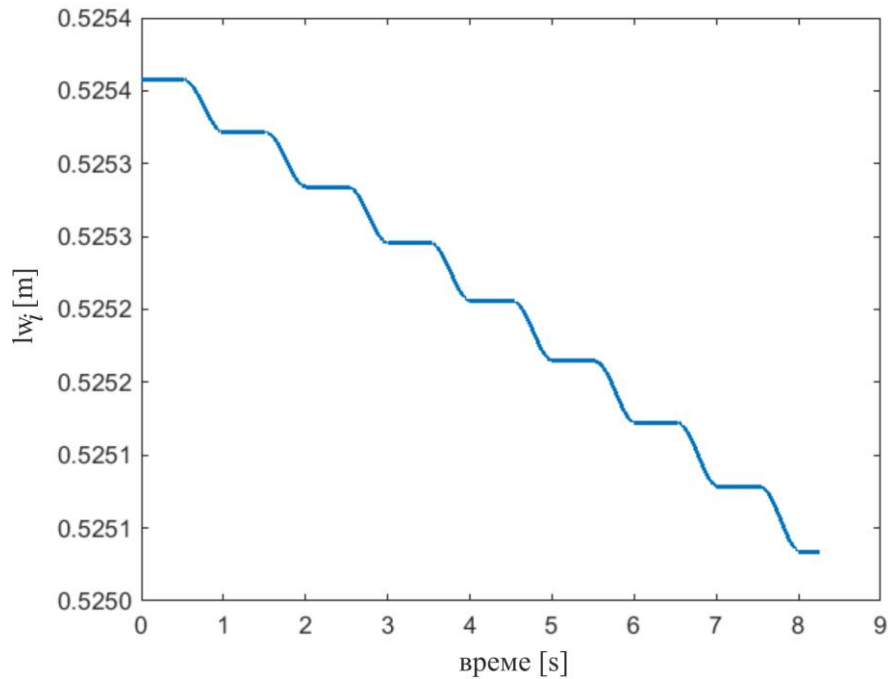
Слика 5.17 – Полупречник  $R_i$ .

Током намотавања ужета на чекрк угао  $\gamma_i$  опада. Промена овог угла је по нелинеарности слична промени полупречника намотавања и то је јасно видљиво на Сл. 5.18. На Сл. 5.14а) је приказана промена угла  $\gamma_i$  само током (и око) првог периода *stvar* где јасније може да се види опадање ове величине.



Слика 5.18 – Угао  $\gamma_i$ .

Дужина  $lw_i = \overline{AB}$  се такође стално смањује током периода намотавања и њена динамика промене је готово идентична промени угла  $\gamma_i$  и то се јасно види на Сл. 5.19, док је промена ове дужине током (и око) само првог периода *smvar* приказана на Сл. 5.13а).



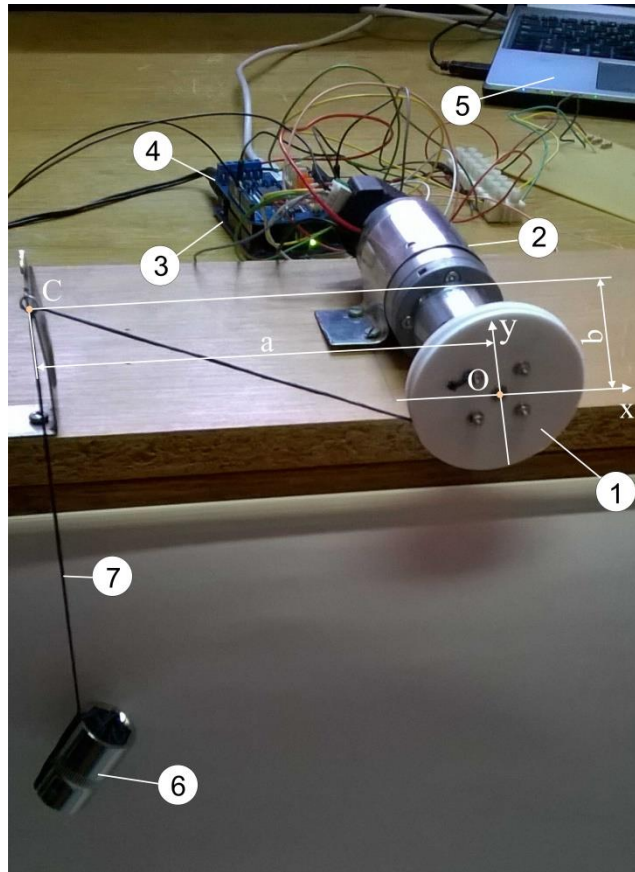
Слика 5.19 – Дужина  $lw_i$ .

Слике брзина промене  $\dot{R}_i$ ,  $\dot{lw}_i$  и  $\dot{\gamma}_i$  (Сл. 5.12б), 5.13б) и 5.14б), респективно) илустративно показују каква је динамика промене ових величина. Види се да се све ове величине глатко мењају и самим тим је њихов утицај на динамику читавог система повољнији у смислу управљивости система.

Слике приказане у овом делу рада се односе на идеализован случај намотавања ужета на двоцилиндрични чекрк. Такође, на овим сликама је анализирано само намотавање једног ужета на један чекрк под идеалним условима када је брзина ротирања чекрка константна,  $\dot{\theta}_i = const$ .

### 5.3 Експериментални резултати

У Глави 4 ове дисертације је приказана анализа и синтеза стандардног облика чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) са Сл. 4.1, док је у овој Глави у поднасловима 5.1 и 5.2 приказана анализа и тестиран је рад новог облика чекрка за једноредо глатко намотавање (одмотавање) ужета са Сл. 5.1б). У овом делу рада ће бити приказана експериментално поређење између стандардног облика чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) и новог облика чекрка за једноредо глатко намотавање (одмотавање).

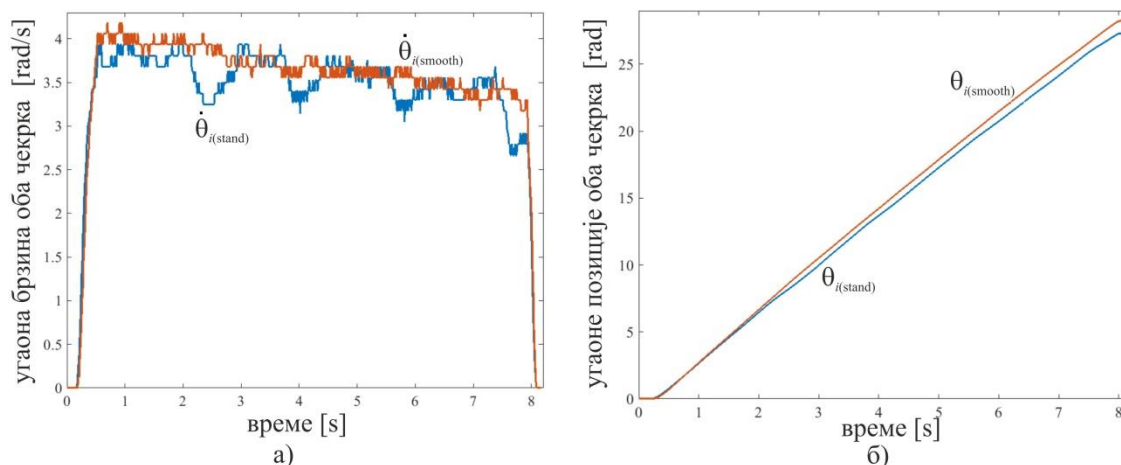


Слика 5.20 – Експериментална поставка.

Извршена је компаративна анализа кретања чекрка са следећим параметрима:

1. стандардни облик чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) ужета са Сл. 4.1 са полупречником  $R_{i0} = 0.0136 \text{ m}$  и
2. нови облик чекрка за глатко намотавање (одмотавање) ужета са Сл. 5.1б) са полупречницима:  $R_{i0} = 0.0136 \text{ m}$  и  $\tilde{R}_{i0} = 0.014 \text{ m}$ .

Све остале карактеристике овог експеримента су исте за оба анализирана примера. Следеће компоненте су употребљене које су и означене на Сл. 5.20: Dunkermotoren GR 42x40, 12V, 20W са енкодером RE 30 + TI 200 и редуктором PLG 32 1:15 (позиција 2), Arduino UNO REV3 (поз. 3), Arduino Motor Shield REV3 (поз. 4) и лаптоп рачунар (поз. 5). Маса терета који се подиже износи  $0.064 \text{ kg}$  (поз. 6), док је укупна дужина намотаног ужета (поз. 7)  $0.615 \text{ m}$ . Чекрк је означен позицијом 1. Дужине  $a$  и  $b$  су:  $a=0.147 \text{ m}$ ,  $b=0.045 \text{ m}$ . Тачка вешања је означена са  $C$ , док је центар ротирања чекрка, тј. почетна тачка координатног почетка  $x - y$  означена са  $O$ . И у овом случају је усвојен покрет намотавања ужета. Укупно време трајања покрета је  $8.2 \text{ s}$ , док је укупно ротирање осе чекрка од  $0$  до  $27.3 \text{ rad}$ .



Слика 5.21 – Угаона а) брзина и б) позиција оба чекрка.

На Сл. 5.21а) је приказана угаона брзина осе:

- 1) стандардног облика чекрка за једноредо намотавање (одмотавање) датог на Сл. 4.1 – угаона брзина је означена као  $\dot{\theta}_{i(stand)}$  и обојена је плавом бојом и
- 2) новог облика чекрка дефинисаног за глатко намотавање датог на Сл. 5.1б) – угаона брзина је означена црвеном бојом и маркирана као  $\dot{\theta}_{i(smooth)}$ .

Са Сл. 5.21а) може да се види разлика између динамике кретања ове две експерименталне поставке. Усвојено је да је жељена угаона брзина облика трапеза са максималном вредношћу од  $\dot{\theta}_{i(max)} = 4[rad/s]$ . Може да се примети да угаона брзина оба чекрка има тенденцију опадања током намотавања ужета на чекрк. Овај феномен је присутан због цикличног раста полупречника намотавања током извршавања покрета. Из тог разлога, за непроменљиву масу оптерећења, момент који делује на осовине обртања стално расте и због тога се добијена угаона брзина смањује током времена.

За разлику од феномена објашњеног у претходном параграфу који је исти за оба чекрка, са Сл. 5.21а) се види и разлика између рада ова два чекрка. Ако се прво размотри величина  $\dot{\theta}_{i(smooth)}$ , види се да је ова величина окарактерисана периодичним променама *con* и *smvar* области. Такође, види се да ова величина има нелинеарну промену, али без наглих скокова или падова. За разлику од ове величине, види се да променљива  $\dot{\theta}_{i(stand)}$  има цикличне и тренутне падове који су изазавани стандардним обликом чекрка са Сл. 4.1. Управо је због овог проблема и дефинисан нови облик чекрка са Сл. 5.1.

Сл. 5.21б) приказује угаоне позиције оса оба чекрка, тј. величине  $\theta_{i(stand)}$  (плава боја) и  $\theta_{i(smooth)}$  (црвена боја). Са ове слике може да се види потврда претходних тврдњи да је нови облик чекрка много бољи са становишта одзива система. Одзив новог чекрка је нелинеаран и гладак. Трајекторија угла  $\theta_{i(smooth)}$  достиже већу вредност на крају покрета зато што њен први извод  $\dot{\theta}_{i(smooth)}$  нема нагле падове и скокове током

извршавања задатка. За разлику од ове величине, угао  $\theta_{i(stand)}$  достиже нижу вредност на крају покрета што је изазвано падовима у њеном првом изводу  $\dot{\theta}_{i(stand)}$ .

Претходна анализа је извршена за једностепени систем мотор – редуктор – чекрк који има једну тачку вешања. Међутим, у реалним условима када сложени CPR систем има  $n$  подсистема мотор – редуктор – чекрк ( $i=1,2,3, \dots n$ ), потребно је координирано ротирање свих мотора тог система ради праћења референтне путање носача камере. У реалном режиму рада, брзина кретања сваког мотора је веома променљива због њиховог координираног кретања. Из тога се закључује да ће у реалним условима кретања сложеног CPR система, промена брзине сваког чекрка бити динамичнија у односу на константну промену брзине чекрка анализираних у овој и претходној секцији рада.

У следећем делу овог рада ће бити дефинисан нови математички модел RSCPR система у складу са претходно дефинисаним концептом намотавања (одмотавања) ужета на чекрк. Нови математички модел обухвата феномен глатког намотавања (одмотавања) ужета на нови облик чекрка, а он може бити двоцилиндричног облика или у облику спирале – види Сл. 5.1б) и 5.1в), респективно.

#### **5.4 Математички модел RSCPR система са подсистемима за глатко намотавање (одмотавање) ужеди**

У претходном делу ове Главе је дефинисан концепт глатког намотавања (одмотавања) ужета на ново конструктивно решење чекрка за глатко намотавање, види Сл. 5.1б). Дефинисан је и тестиран нови концепт глатког намотавања ужета на једном систему мотор – чекрк и приказани су симулациони експерименти. Такође, приказано је и експериментално поређење рада новодефинисаног облика чекрка са већ познатим стандардним обликом чекрка који је анализиран у Глави 4, види Сл. 4.1. Због разумевања ове тематике, у претходном делу ове Главе је анализирана кинематика и динамика понашања једностепеног система за намотавање (одмотавање) ужета на нови облик чекрка. У [101] је дефинисана генерална форма математичког модела једностепеног система за намотавање/одмотавање ужета на чекрк. Ипак, све машине које користе системе за намотавање (одмотавање) обично имају два или више ових подсистема. Иста ситуација је и са RSCPR системом који поседује три система за намотавање (одмотавање) ужета, види Сл. 5.22. Првобитни модел овог система је дефинисан у Глави 3 и у том делу дисертације је употребљен линеарни актуатор, док ће у овом делу доктората бити анализиран RSCPR систем (види Сл. 5.22) који користи нови облик чекрка актуатора са Сл. 5.1. Без обзира која конструкција поменутих чекрка са Сл. 5.1 се одабере, у следећем под-наслову ће бити дефинисани кинематички и динамички модели нове конструкције RSCPR система у генералној форми.

##### **5.4.1 Кинематика RSCPR система са новим обликом чекрка**

Усваја се да је позиција носача камере дефинисана у Декартовом координатном систему и означена је са  $p = [x \ y \ z]^T$ . Ове координате се зову спољашње координате.

Угао намотавања сваког чекрка дефинисан је координатом  $\theta_i$  ( $i=1,2,3$ ). Позиције угла намотавања сва три чекрка се дефинишу као унутрашње координате, тј.  $\phi = [\theta_1 \theta_2 \theta_3]^T$ .

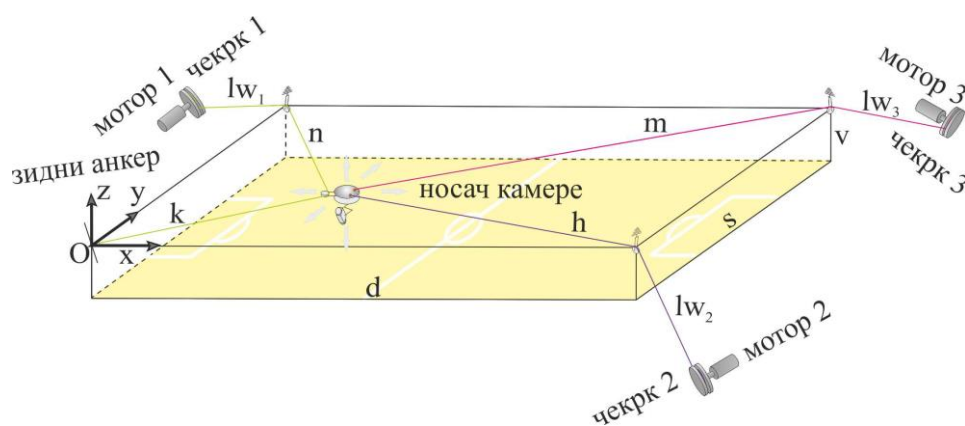
На Сл. 5.22 је дефинисан радни простор RSCPR система, база координатног система је постављена у један горњи угао радног простора и назначени су габарити истог,  $d$  – дужина,  $s$  – ширина,  $v$  – висина. Геометријски, на основу Сл. 5.22 дефинисане су следеће једначине за дужине  $k$ ,  $m$ ,  $n$  и  $h$  у зависности од габарита радног простора и Декартових координата носача камере:

$$k = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (5.17)$$

$$h = \sqrt{(d-x)^2 + y^2 + z^2}, \quad (5.18)$$

$$m = \sqrt{(d-x)^2 + (s-y)^2 + z^2}, \quad (5.19)$$

$$n = \sqrt{x^2 + (s-y)^2 + z^2}. \quad (5.20)$$



Слика 5.22 –RSCPR систем са новим обликом чекрка актуатора.

У Глави 3 трајекторије кретања углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  су узимане са претпоставком да крећу од нуле. У овом делу рада је због калибрације система и реалног кретања углова  $\theta_1, \theta_2$  и  $\theta_3$  дефинисана:

- а) почетна намотаност ужади на сва три чекрка,
- б) реалан смер кретања сваког мотора према стварној конструкцији, који је сада другачији у односу на идеализовани смер кретања мотора.

У Глави 3 је усвојено да су полупречници намотавања (одмотавања) ужади за сва три чекрка константни и да су дужине  $lw_i$  ( $i=1,2,3$ ) које се налазе између чекрка и котура такође константне.

За разлику од Главе 3, у овој Глави се користи нови облик чекрка дефинисан на Сл. 5.1, тако да су полупречници намотавања (одмотавања) ужади за сва три чекрка

променљиви и да су дужине  $lw_i$  које се налазе између чекрка и котура такође променљиве.

Ове карактеристике уводе промену у кинематичке и динамичке моделе RSCPR система укључивањем нових феномена процеса намотавања (одмотавања) ужета на нови облик чекрка. То подразумева дефинисање нове геометрије RSCPR система. Полупречници сва три чекрка  $R_i$ , дужине ужади између највиших тачака вешања ужади и тачака додира са чекрцима  $lw_i$  и све остале динамичке величине мењају своју вредност током кретања носача камере у простору.

Из тог разлога ће у даљем делу текста бити убачен утицај промене ових величина у математички модел система. Модел се усложњава, јер процес намотавања (одмотавања) ужета на нови облик чекрка значајно утиче на укупни динамички одзив система. На основу Сл. 5.22 може да се дефинише дужина сваког ужета у оквиру радног простора камере. Дужина  $\rho_1$  представља укупну дужину првог ужета у радном простору носача камере и дефинисана је једначином (5.21). Дужине  $\rho_2$  и  $\rho_3$  представљају укупну дужину другог и трећег ужета у радном простору камере, види једначине (5.22) и (5.23), репективно.

$$\rho_1 = k + n, \quad (5.21)$$

$$\rho_2 = h, \quad (5.22)$$

$$\rho_3 = m. \quad (5.23)$$

За мале промене дужина (5.21)-(5.23), добија се:

$$\Delta\rho_1 = \Delta k + \Delta n, \quad (5.24)$$

$$\Delta\rho_2 = \Delta h, \quad (5.25)$$

$$\Delta\rho_3 = \Delta m. \quad (5.26)$$

Да би се добила веза између прираштаја  $\Delta\rho_i$  ( $i=1,2,3$ ) и прираштаја промене угла закретања осовине чекрка  $\Delta\theta_i$  и прираштаја величине која карактерише дужину између највише тачке вешања ужета и тачке додира са чекрком  $\Delta lw_i$  као и прираштаја премене полупречника намотавања (одмотавања)  $\Delta R_i$  формирана је следећа једначина:

$$(\Delta\theta_i \cdot R_i + \theta_i \cdot \Delta R_i) = -\Delta\rho_i - \Delta lw_i. \quad (5.27)$$

Негативан предзнак са десне стране једначине (5.27) је дефинисан реалном конструкцијом система. То је условљено смером кретања мотора у односу на позицију носача камере.

Ако се сада једначина (5.27) примени на динамику кретања сва три моторизована чекрка и једначине (5.24)-(5.26) се замене у (5.27), добија се:

$$(\Delta\theta_1 \cdot R_1 + \theta_1 \cdot \Delta R_1) = -(\Delta k + \Delta n) - \Delta lw_1, \quad (5.28)$$



$$(\Delta\theta_2 \cdot R_2 + \theta_2 \cdot \Delta R_2) = -\Delta h - \Delta l w_2, \quad (5.29)$$

$$(\Delta\theta_3 \cdot R_3 + \theta_3 \cdot \Delta R_3) = -\Delta m - \Delta l w_3. \quad (5.30)$$

Ако се једначине (5.28)-(5.30) поделе са бесконачно малим прираштајем времена  $\Delta t$ , онда претходне једначине могу да се напишу у следећем облику:

$$\dot{\theta}_1 = -\frac{k+\dot{n}}{R_1} - \frac{l\dot{w}_1}{R_1} - \frac{\theta_1 \cdot \dot{R}_1}{R_1}, \quad (5.31)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\frac{\dot{h}}{R_2} - \frac{l\dot{w}_2}{R_2} - \frac{\theta_2 \cdot \dot{R}_2}{R_2}, \quad (5.32)$$

$$\dot{\theta}_3 = -\frac{\dot{m}}{R_3} - \frac{l\dot{w}_3}{R_3} - \frac{\theta_3 \cdot \dot{R}_3}{R_3}. \quad (5.33)$$

Из ових једначина се види да брзина промене угла закретања осовине чекрка  $\dot{\theta}_i$  зависи од величина:  $\dot{k}, \dot{h}, \dot{m}, \dot{n}, \dot{R}_i, l\dot{w}_i, \theta_i$  и  $R_i$ . Упоредјујући ове једначине са одговарајућим једначинама (3.7)-(3.9), види се да се у овом случају једначине знатно усложњавају.

Ако се сада у једначине (5.31)-(5.33) уврсте величине  $\dot{k}, \dot{h}, \dot{m}, \dot{n}$  добија се:

$$\dot{\theta}_1 = -\left(\left(\frac{x}{R_1 \cdot k} + \frac{x}{R_1 \cdot n}\right) \cdot \dot{x} + \left(\frac{y}{R_1 \cdot k} - \frac{(s-y)}{R_1 \cdot n}\right) \cdot \dot{y} + \left(\frac{z}{R_1 \cdot k} + \frac{z}{R_1 \cdot n}\right) \cdot \dot{z}\right) - \frac{l\dot{w}_1}{R_1} - \frac{\theta_1 \cdot \dot{R}_1}{R_1}, \quad (5.34)$$

$$\dot{\theta}_2 = -\left(-\frac{d-x}{R_2 \cdot h} \cdot \dot{x} + \frac{y}{R_2 \cdot h} \cdot \dot{y} + \frac{z}{R_2 \cdot h} \cdot \dot{z}\right) - \frac{l\dot{w}_2}{R_2} - \frac{\theta_2 \cdot \dot{R}_2}{R_2}, \quad (5.35)$$

$$\dot{\theta}_3 = -\left(-\frac{d-x}{R_3 \cdot m} \cdot \dot{x} - \frac{s-y}{R_3 \cdot m} \cdot \dot{y} + \frac{z}{R_3 \cdot m} \cdot \dot{z}\right) - \frac{l\dot{w}_3}{R_3} - \frac{\theta_3 \cdot \dot{R}_3}{R_3}. \quad (5.36)$$

Посматрајући новонастали систем једначина види се да га је могуће написати матрично као:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{x}{R_1 \cdot k} + \frac{x}{R_1 \cdot n} & \frac{y}{R_1 \cdot k} - \frac{s-y}{R_1 \cdot n} & \frac{z}{R_1 \cdot k} + \frac{z}{R_1 \cdot n} \\ -\frac{d-x}{R_2 \cdot h} & \frac{y}{R_2 \cdot h} & \frac{z}{R_2 \cdot h} \\ -\frac{d-x}{R_3 \cdot m} & -\frac{s-y}{R_3 \cdot m} & \frac{z}{R_3 \cdot m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{l\dot{w}_1 + \theta_1 \cdot \dot{R}_1}{R_1} \\ \frac{l\dot{w}_2 + \theta_2 \cdot \dot{R}_2}{R_2} \\ \frac{l\dot{w}_3 + \theta_3 \cdot \dot{R}_3}{R_3} \end{bmatrix}. \quad (5.37)$$

Ако се усвоји да је вектор  $E$  следећи:

$$E = \begin{bmatrix} \frac{l\dot{w}_1 + \theta_1 \cdot \dot{R}_1}{R_1} \\ \frac{l\dot{w}_2 + \theta_2 \cdot \dot{R}_2}{R_2} \\ \frac{l\dot{w}_3 + \theta_3 \cdot \dot{R}_3}{R_3} \end{bmatrix}, \quad (5.38)$$

може да се напише кинематички модел новог RSCPR система:

$$\dot{\phi} = -J_S \cdot \dot{p} - E, \quad (5.39)$$

где је  $J_S$  Јакобијева матрица дефинисана једначинама (3.10) и (3.11).

Ако се упореде једначине (5.37) и (5.39) са једначинама (3.10) и (3.11), види се колико је систем који обухвата кинематику намотавања (одмотавања) ужета на нови облик чекрка сложенији у односу на систем приказан у Глави 3. Поред тога што су кинематичке једначине сложеније, у њима фигурише и већи број променљивих величина, што раније није био случај.

#### 5.4.2 Динамика RSCPR система са новим обликом чекрка

Једначине (5.17) – (5.39) представљају кинематику RSCPR система са новим обликом чекрка. Кинематика представља основ у динамичкој анализи система. Да би се дефинисала динамика RSCPR система, потребно је да се одреде резултантни моменти који делују на осовине сва три подсистема за намотавање (одмотавање) ужади. Као што је и у Глави 3 коришћен Лагранжов принцип виртуелног рада, тако ће се и овде за добијање ове релације користити иста једначина:

$$F^T \cdot \dot{p} = M_{SW}^T \cdot \dot{\phi}, \quad (5.40)$$

где је  $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T$  – вектор спољашњих сила које делују на носач камере, док је  $M_{SW} = [M_{SW1} \ M_{SW2} \ M_{SW3}]^T$  – вектор резултантних момента који делују на осовине три подсистема за намотавање (одмотавање) ужади. Заменом једначине (5.39) у једначину (5.40) добија се следећа једначина:

$$F^T \cdot \dot{p} = -M_{SW}^T \cdot (J_S \cdot \dot{p} + E). \quad (5.41)$$

Ради елиминације вектора  $\dot{p}$ , направљена је математичка смена која неће променити једначину (5.41). Дефинисане су следеће дијагоналне матрице:

$$P_d = \text{diag}(\dot{p}) \text{ и} \quad (5.42)$$

$$E_d = \text{diag}(E). \quad (5.43)$$

На тај начин се добија нова форма једначине (5.41):

$$F^T \cdot P_d = -M_{SW}^T \cdot (J_S \cdot P_d + E_d). \quad (5.44)$$

Једначине (5.41) и (5.44) су идентичне. Сада је могуће поделити једначину (5.44) са дијагоналном матрицом  $P_d$  и тако се добија:

$$F^T = -M_{SW}^T \cdot (J_S + E_d \cdot (P_d)^{-1}). \quad (5.45)$$

Ако се сада изврши транспоновање леве и десне стране једначине (5.45), добија се:

$$F = -(J_S + E_d \cdot (P_d)^{-1})^T \cdot M_{SW}, \quad (5.46)$$

што на крају даје једначину за рачунање резултантних момената:

$$M_{SW} = -(J_S + E_d \cdot (P_d)^{-1})^T)^{-1} \cdot F. \quad (5.47)$$

Сада може да се напише финални облик динамичког модела RSCPR система са новим обликом чекрка, што уједно представља и укупни математички модел овог система. Математички модел мотора је представљен једначином (5.48). У њу је уврштен израз за момент оптерећења дат једначином (5.47). Вектор  $M_{SW}$  обухвата динамику глатког намотавања (одмотавања) ужета на нови облик чекрка чекрк. Динамички модел система у овом случају гласи:

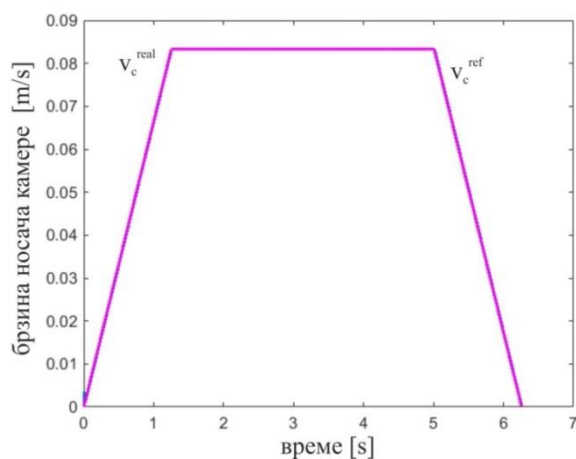
$$u = G_v \cdot \ddot{\phi} + L_v \cdot \dot{\phi} + S_v \cdot M_{SW}, \quad (5.48)$$

где су:  $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$  – управљачки сигнали (напони) сва три мотора,  $G_{v(3 \times 3)} = \text{diag}(G_{v1} \ G_{v2} \ G_{v3})$  – матрица која носи информацију о инерцији сва три мотора,  $L_{v(3 \times 3)} = \text{diag}(L_{v1} \ L_{v2} \ L_{v3})$  – матрица која носи информацију о коефицијенту пригушења сва три мотора,  $S_{v(3 \times 3)} = \text{diag}(S_{v1} \ S_{v2} \ S_{v3})$  – матрица која носи информацију о геометријским карактеристикама сва три мотора, док су  $\dot{\phi}$  и  $\ddot{\phi}$  вектори првих и других извода угаоних позиција сва три чекрка, респективно.

Једначинама (5.39) и (5.48) из ове Главе доктората је дефинисан математички модел RSCPR система са новим обликом чекрка, а он је подсистем за вишеслојно једноредо глатко намотавање (одмотавање) ужади. Тестирање овог система и његовог математичког модела ће бити урађено кроз симулације у следећем поднаслову.

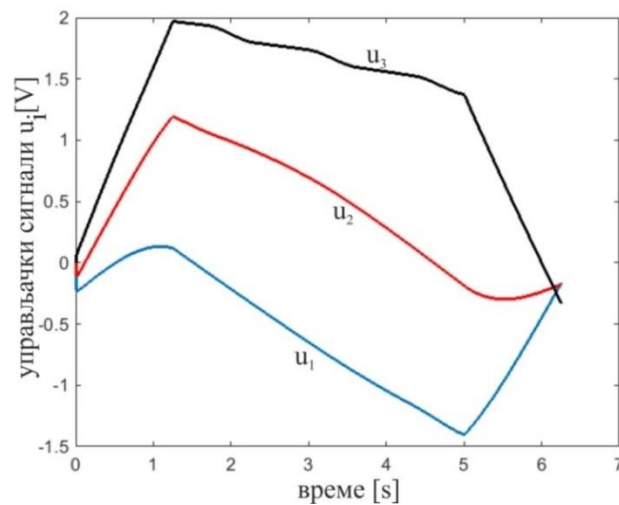
### 5.5 Тестирање RSCPR система са подсистемима за глатко намотавање (одмотавање) ужади

У овом делу Главе 5 ће бити приказан утицај динамике глатког намотавања (одмотавања) ужади на рад RSCPR система са новим обликом чекрка. Као што се види са Сл. 5.22, овај систем има три подсистема за намотавање (одмотавање) ужади. Примењен је двоцилиндрични облик чекрка који је приказан на Сл. 5.16). Математички модел RSCPR система са новим обликом чекрка је приказан у претходном делу ове Главе.



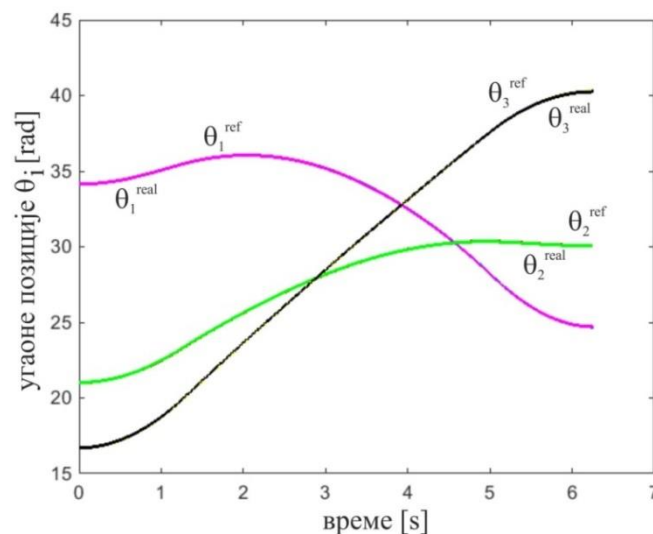
Слика 5.23 – Композитна брзина носача камере – реална и референтна.

RSCPR систем који ће бити анализиран у овом делу дисертације има следеће габарите:  $d \times s \times v = 0.50 \times 0.44 \times 0.50 \text{ m}$  и носач камере има масу од  $0.319 \text{ kg}$ . За тестирање је усвојена праволинијска путања носача камере из тачке  $A_{start} = [0.1 \ 0.1 \ -0.3]^T$  у тачку  $A_{end} = [0.4 \ 0.31 \ -0.1]^T$  у тродимензионалном простору. Брзина кретања камере има трапезоидни облик са максимумом од  $0.083 \text{ m/s}$ . Употребљени су мотори Faulhaber 2642W012CR као погон за сва три чекрка. Овај мотор има номинални напон од  $12 \text{ V}$ . За управљање овим RSCPR системом је употребљен PID контролер [102] по повратној спрези угаоних позиција сва три мотора. Употребљен је исти PID контролер за сва три мотора и његова појачања су:  $K_P = 75.5$ ,  $K_I = 10.5$  и  $K_D = 0.9$ .



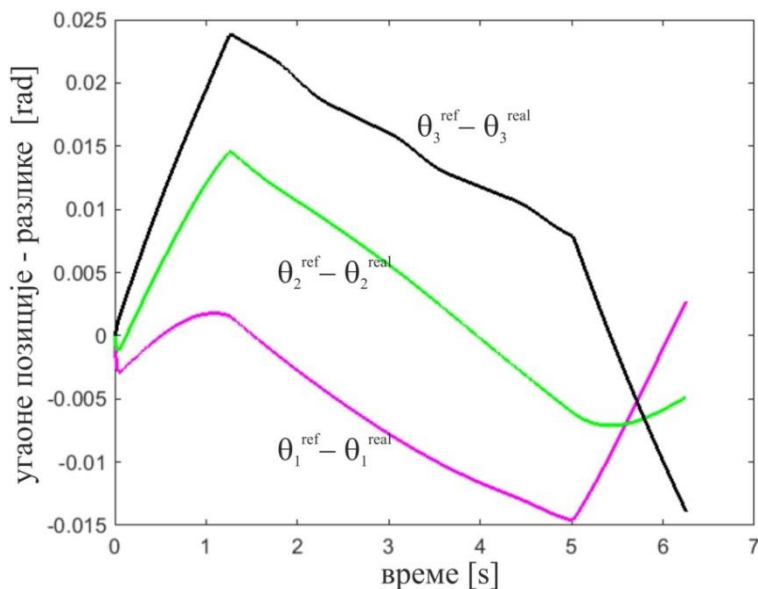
Слика 5.24 – Управљачки сигнали.

На Сл. 5.23 је приказана композитна брзина носача камере. Приказана је референтна и реална брзина у времену. Са ове слике се види трапезоидални облик брзине и такође може да се види да се референтна и реална брзина преклапају чиме је потврђено добро праћење.



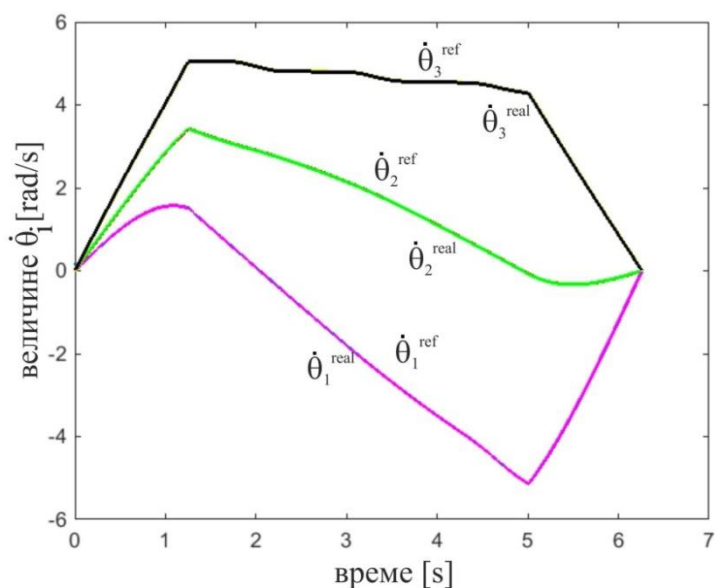
Слика 5.25 – Угаоне позиције.

На следећој слици, Сл. 5.24, приказани су управљачки сигнали за сва три мотора. Битно је да ови сигнали не прелазе номиналне вредности, односно  $\pm 12 V$  и види се са Сл. 5.24 да су ови сигнали далеко испод граничних вредности, што говори да су мотори добро одабрани и да постоји значајна резерва стабилности.

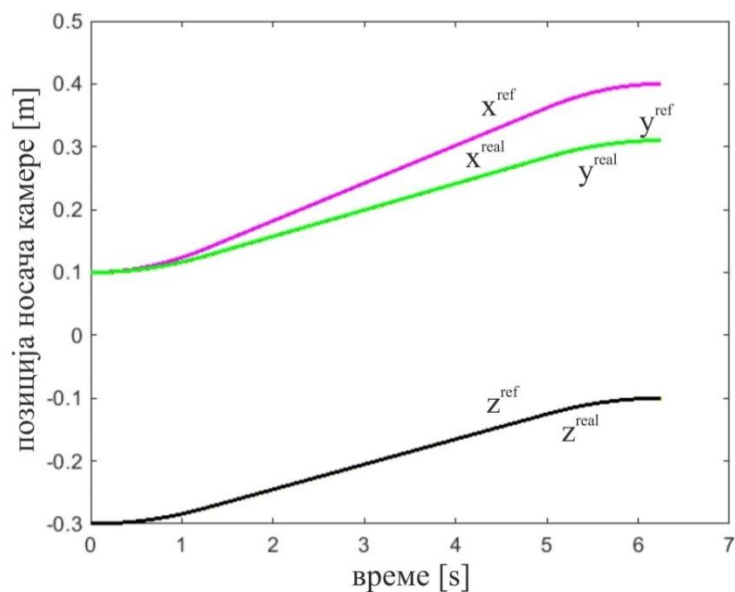


Слика 5.26 – Угаоне позиције - разлика.

На Сл. 5.25 су приказане угаоне позиције сва три подсистема мотор – чекрк, односно углови  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и  $\theta_3$ . Приказане су заједно референтне и реалне вредности ових величина и види се да су трајекторије глатке што је веома битно за правилан рад система. На Сл. 5.26 су показане разлике између референтних и реалних угаоних позиција и са те слике се види да реалан систем добро прати референтну вредност.



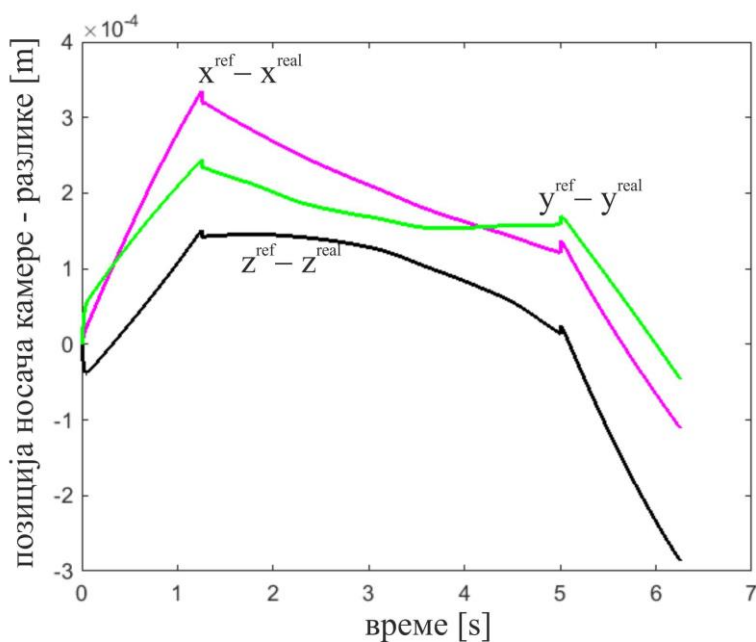
Слика 5.27 – Величине  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$  и  $\dot{\theta}_3$ .



Слика 5.28 – Позиције носача камере.

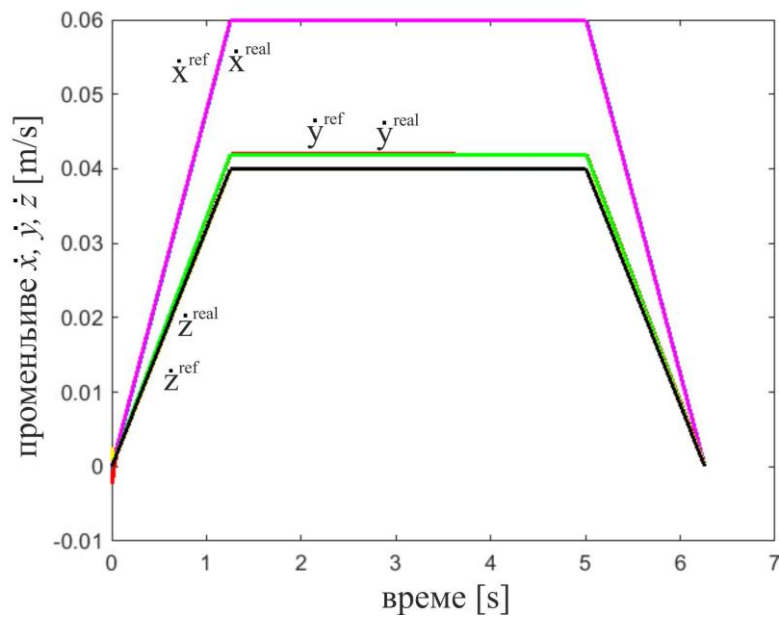
На Сл. 5.27 је приказана брзина ротирања сва три подсистема мотор – чекрк, односно величине  $\dot{\theta}_1$ ,  $\dot{\theta}_2$  и  $\dot{\theta}_3$ . Опет су заједно приказане референтне и реалне вредности и са ове слике је видљиво добро праћење референтне трајекторије.

На Сл. 5.28 су приказане референтне и реалне позиције носача камере током извршавања задатка То су величине кретања камере у простору Картезијанских координата,  $x$ ,  $y$  и  $z$ . На Сл. 5.29 су дате разлике између референтних и реалних вредности ових величина и са те слике се види да је остварено добро праћење.



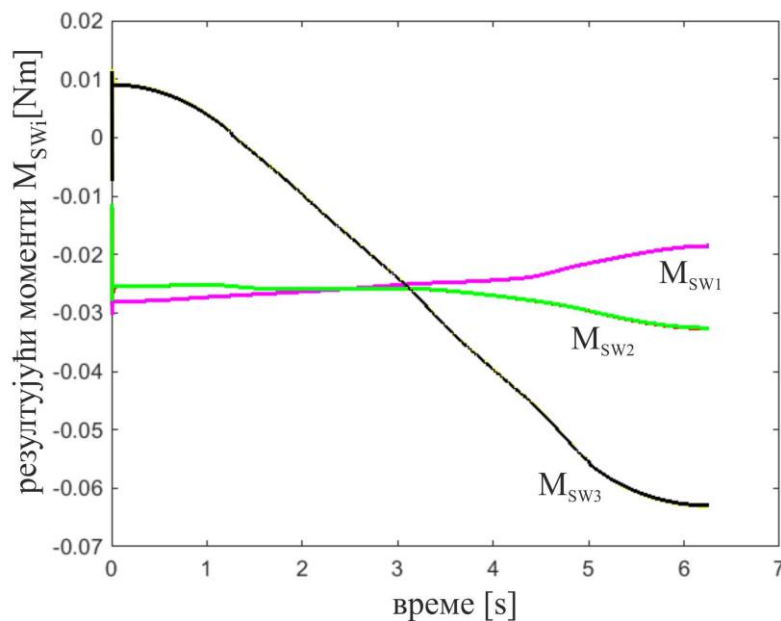
Слика 5.29 – Позиције носача камере - разлике.

На Сл. 5.30 су приказани први изводи позиција носача камере и ту је такође уочљиво добро праћење.



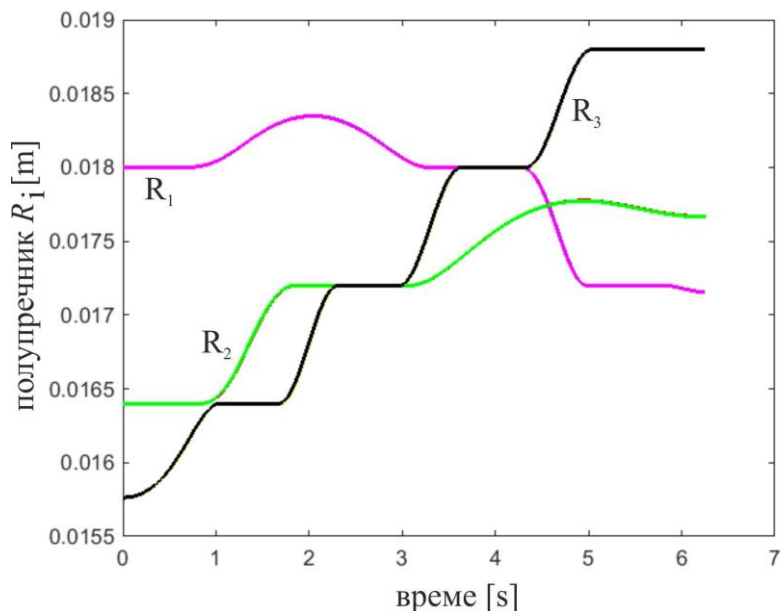
Слика 5.30 – Први изводи позиција носача камере.

Сл. 5.31 приказује добијене резултантне моменте који делују на сва три подсистема мотор – чекрк. Са ове слике се види да добијени моменте имају добар изглед уз благу осцилаторност у почетним тренуцима извршавања покрета. Овај проблем је могуће решити увођењем другачије управљачке структуре или другачијим одабиром комбинације појачања PID контролера.



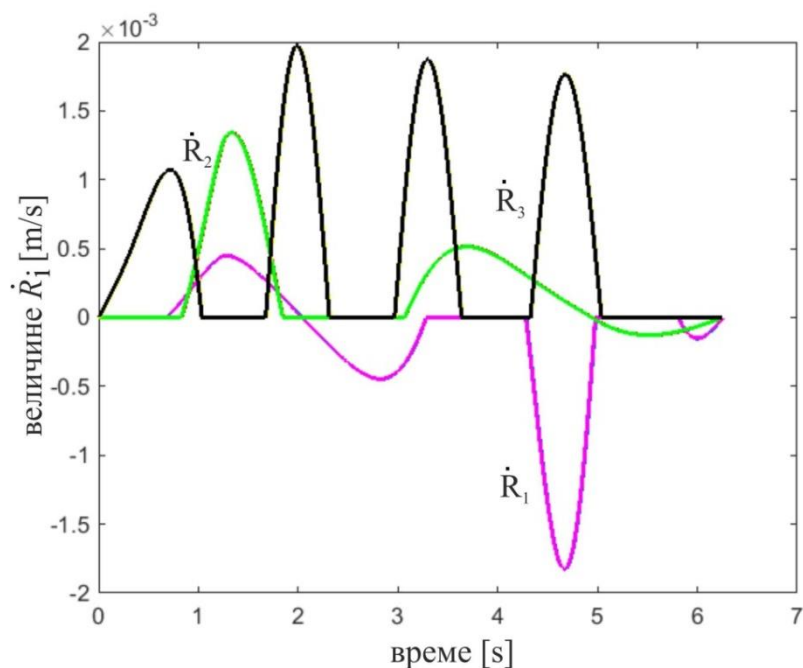
Слика 5.31 – Резултујући моменте.

На следећој слици, Сл. 5.32, су приказане промене полупречника намотавања (одмотавања) сва три чекрка, тј. величине  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ ; док су на Сл. 5.33 приказане брзине промене полупречника чекрка -  $\dot{R}_1$ ,  $\dot{R}_2$  и  $\dot{R}_3$ .



Слика 5.32 – Полупречници  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .

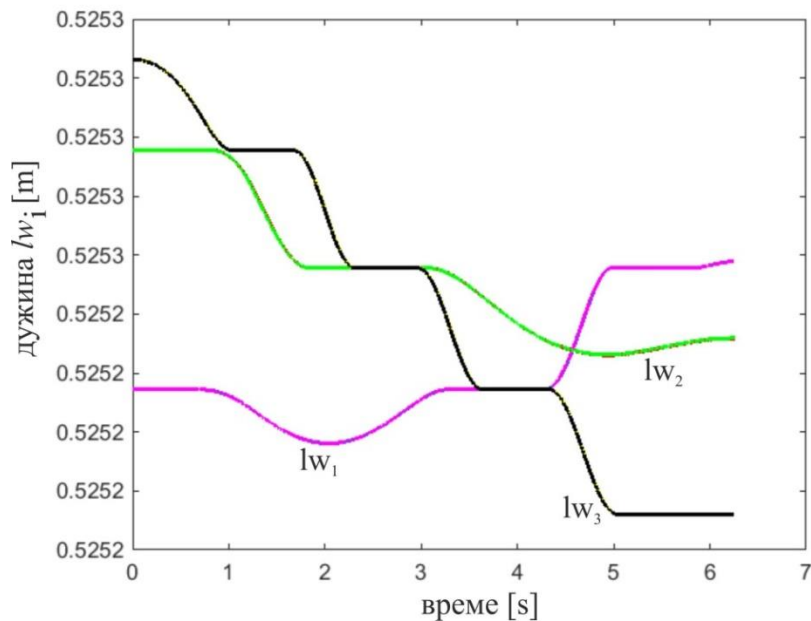
У почетном временском периоду од  $0 - 0.8$  s, први чекрк се налази у области *con*, где полупречник  $R_1$  има константну вредност од  $R_1 = 0.018$  m, док је у том периоду  $\dot{R}_1 = 0$ . Након овог тренутка, у временском периоду од  $0.8 - 2$  s, први чекрк се налази у области *stvar* и тада полупречник  $R_1$  расте и у том периоду је  $\dot{R}_1 > 0$ .



Слика 5.33 – Први изводи полупречника  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .



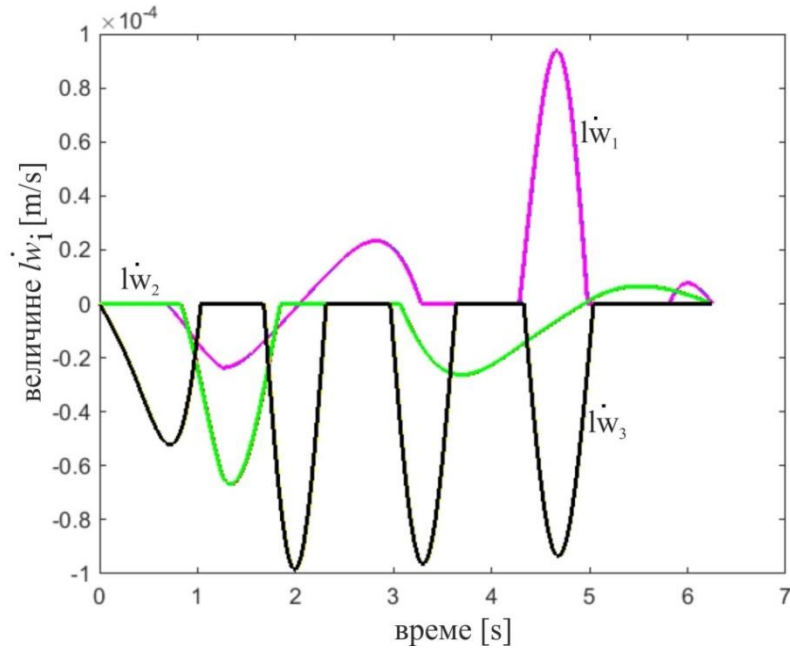
Након тога, од тренутка 2 – 3.2s, прво уже се одмотава са чекрка и у том периоду полупречник  $R_1$  опада на првобитну вредност од 0.018 m, док је у том периоду  $\dot{R}_1 < 0$ .



Слика 5.34 – Дужине  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$ .

Затим, у периоду од 3.2 – 4.2 s, први чекрк се враћа у исту област *con* и тада полупречник  $R_1$  има константну вредност – 0.018 m и његов први извод је нула. У периоду од 4.2 – 5.2 s, први чекрк улази у област *smvar* где се уже одмотава и полупречник  $R_1$  се смањује са вредности 0.018 m на 0.0172 m и тада његов први извод узима вредности мање од нуле. Након тога, од тренутка 5.2 s па до 5.8 s, први чекрк улази у област *con*, коју карактерише константна вредност полупречника од 0.0172 m. То је период када систем већ кочи тако да у тренутку 5.8 s улази у област *smvar*, где се  $R_1$  незнатно смањује до краја покрета и у том периоду се види да  $\dot{R}_1$  има малу вредност али мању од нуле. Слична анализа може бити направљена и за промену полупречника другог и трећег подсистема за намотавање (одмотавање) ужета.

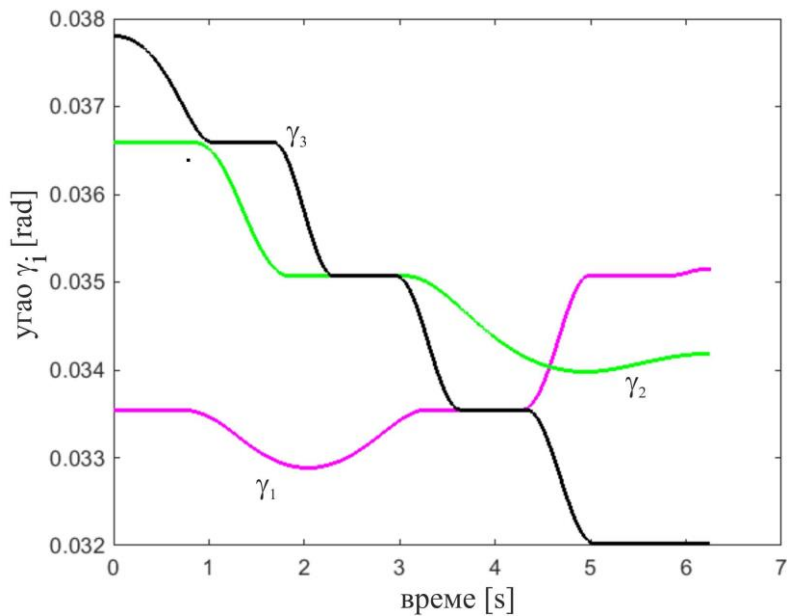
Поред промене полупречника, долази и до промене дужина  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$  и углова  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ . На Сл. 5.34 је приказана промена величина  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$ , док су на Сл. 5.35 приказани први изводи ових величина ( $\dot{lw}_1$ ,  $\dot{lw}_2$  и  $\dot{lw}_3$ ) и са ове слике може да се види глатка промена ових величина. Упоредјујући Сл. 5.34 и 5.32, може да се уочи већ поменута констатација да су током периода *con* величине  $R_i$  и  $lw_i$  константне. За разлику од периода *con*, када је  $i$  – ти чекрк у области *smvar* у периоду намотавања, тада  $R_i$  расте док  $lw_i$  опада. Аналогно томе, када је  $i$  – ти чекрк у области *smvar* у периоду одмотавања, тада  $R_i$  опада док  $lw_i$  расте. Ова констатација се потврђују поређењем Сл. 5.33 и 5.35.



Слика 5.35 – Први изводи дужина  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$ .

На последњој слици у овом делу Главе 5, Сл. 5.36, приказана је промена углова  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$  и види се да ове величине имају исту динамику промене као дужине  $lw_1$ ,  $lw_2$  и  $lw_3$ , односно када се уже намотава  $lw_i$  опада и  $\gamma_i$  опада и обрнуто. Када је  $i$  – ти чекрк у области  $con$ , тј. када је  $R_i = const$ , тада је угао  $\gamma_i$  такође константан, као и дужина  $lw_i$ .

Са свих слика приказаних у овом делу дисертације је јасно видљиво да реалан систем добро прати референтну трајекторију и да су све величине глатке, што олакшава управљање сложеним RSCPR системом.



Слика 5.36 – Углови  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_3$ .

Резултат приказан у овој Глави има велику важност, јер уређаји за глатко намотавање (одмотавање) ужади на чекрк могу да буду под-системи било којих система који користе ужад за навођење у простору. Употребом глатког система за намотавање (одмотавање) се избегавају скоковите и осцилаторне промене динамичких величина таквих система што представља предуслов за добру управљивост система.

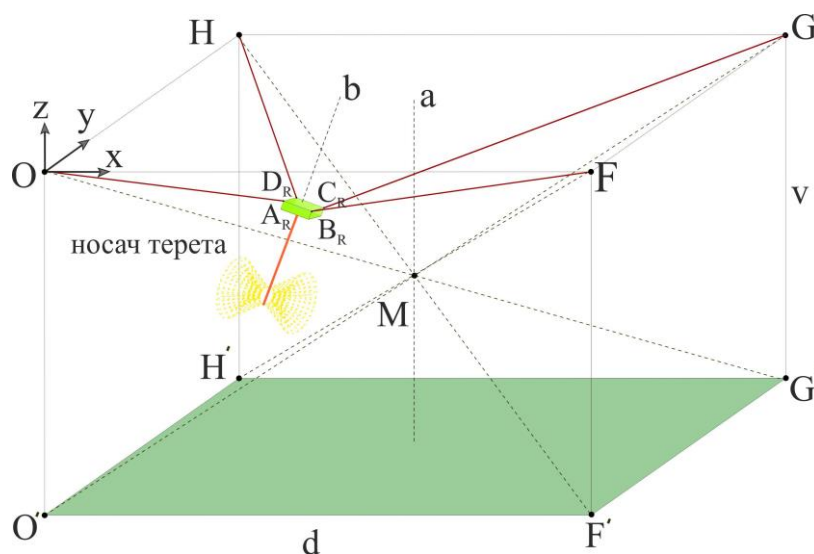
## Глава 6

### Анализа оријентације носача терета CPR система

У претходним Главама ове дисертације су приказане различите конфигурације CPR система. Неки од тих система су детаљно анализирани а такође су уочени одређени феномени који утичу на њихово понашање током извршавања задатака. Различити системи су приказани на Сл. 2.1 – 2.7, 4.23 и 5.22. Приказани системи су дефинисани тако да се само управља позицијом носача терета у тродимензионалном простору. Ипак, у многим ситуацијама није довољно управљати само позицијом носача у простору и због тога ће у овој Глави бити анализирана потреба за контролом оријентације носача терета CPR система. Биће анализиран феномен закретања носача терета током његовог кретања кроз радни простор. Биће приказана и потенцијална решења дефинисаног проблема. Ова истраживања су делимично приказана у [103].

#### 6.1 Кинематика кретања носача терета CPR система

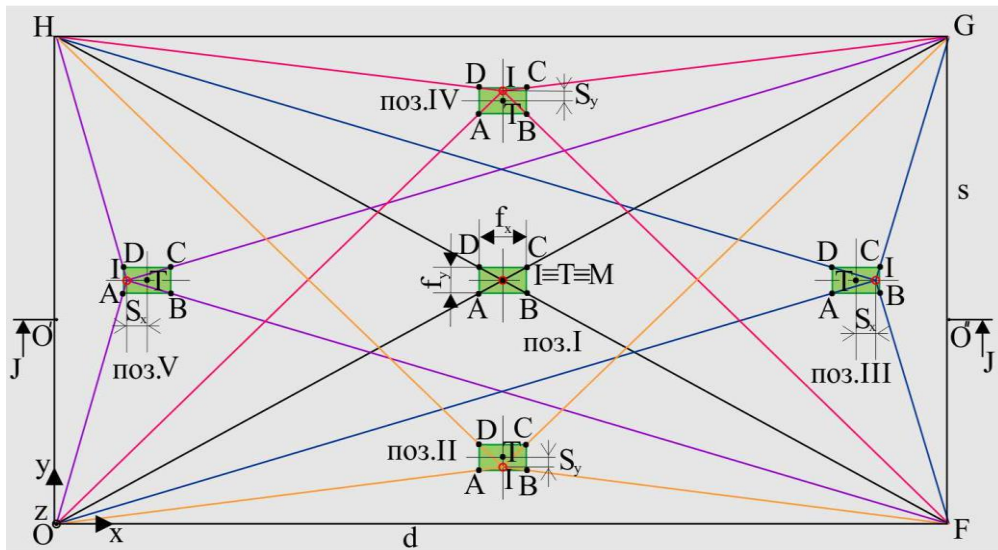
Сви CPR системи приказани у претходним Главама су дизајнирани тако да носе терет у радном простору облика паралелепипеда. Генерални облик ових CPR систем је приказан на Сл. 6.1.



Слика 6.1 – CPR систем у тродимензионалном простору.

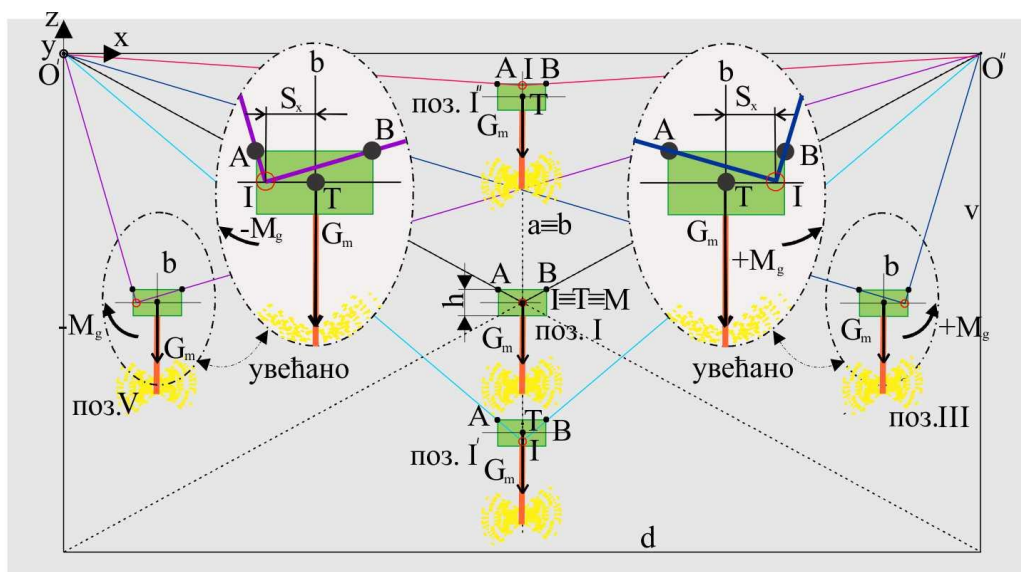
Горње тачке вешања терета су означене са  $O, F, G, H$ , док тачке означене са  $O', F', G', H'$  дефинишу подножје радног простора. Носач терета је такође облика паралелепипеда а његова горња темена су означени са  $A_R, B_R, C_R, D_R$ . Ужад, која воде носач терета кроз радни простор CPR система су везана за његове тачке  $A_R, B_R, C_R, D_R$  док су тачке вешања истих ужади, највише тачке углова радног простора CPR система:  $O, F, G, H$ .

Поглед одозго на радни простор паралелепипеда је приказан на Сл. 6.2. Ова слика приказује идеализовани случај и овај случај ће први бити анализиран. На слици је приказана идеализована позиција носача терета. Дефинисане су две тачке које описују носач терета и то су тачка: 1)  $I$  која представља тачку ношења терета, односно тачку где се секу ужад која носе терет и 2)  $T$  која представља центар масе носача терета. На Сл. 6.2 су приказане различите позиције између ових тачака у различитим деловима радног простора. У досадашњим истраживањима је било усвојено да се ове две тачке преклапају у радном простору CPR система, што је нетачна претпоставка. То ће бити доказано у овом делу дисертације.



Слика 6.2 – Поглед одозго на CPR систем – идеализовани случај.

Различите позиције између центра масе и тачке вешања носача терета су видљиве на позицијама I, II, III, IV и V на Сл. 6.2. Такође на Сл. 6.3 је приказан пресек J-J за идеализовани случај и ту су видљиве и позиције  $I'$  и  $I''$ .



Слика 6.3 – Пресек J-J са Сл. 6.2.

Позиција I је окарактерисана чињеницом да представља пресек главних дијагонала радног простора, односно пресек линија  $OG'$ ,  $FH'$ ,  $GO'$  и  $HF'$ . Тачка пресека ових линија је означена са  $M$ , види Сл. 6.1 такође. Централна вертикална оса радног простора је означена са  $a$  и она има следеће координате:  $x = d/2$  и  $y = s/2$  за било коју  $z$  координату.

Централна вертикална оса носача терета је означена са  $b$ . Сада се разматра шта се дешава када се носач спушта од тачке  $M$  дуж линије  $a$ . Тачка вешања носача терета  $I$  се спушта брже дуж осе  $a$  у односу на тачку центра масе носача терета  $T$ . Ако је носач ниже, растојање између ове две тачке је веће. Овај случај је приказан на Сл. 6.3 као позиција  $I'$ .

У случају када се терет диже изнад тачке  $M$  по линији  $a$ , када је  $z > -v/2$  и  $z < 0$ , тада се тачка  $I$  диже брже него тачка  $T$  дуж линије  $a$ . Растојање између ове две тачке расте. За  $z \approx 0$ , ово растојање је максимално. Пошто су обе тачке на линији  $a$  у овим случајевима, нема поремећајног момента  $M_g$  који би заротирао носач терета (види Сл. 6.2 и 6.3). Све време током кретања носача терета по линији  $a$ , момент  $M_g$  износи нула, и у том случају систем има равнотежно кретање. Током кретања носача по линији  $a$ , растојања између тачака  $I$  и  $T$  јесте: у правцу  $x$  осе  $S_x = 0$  и у правцу  $y$  осе  $S_y = 0$ .

За све остале позиције терета у радном простору CPR система позиција тачке центра масе терета  $T$  и позиција тачке вешања терета  $I$  нису на истој вертикали. Нека се посматра релативни померај тачке  $I$  (тачке ношења терета) у односу на тачку  $T$  (центар масе терета). На Сл. 6.2 је дат поглед одозго у односу на радни простор паралелепипеда. На овој слици све приказане позиције терета I, II, III, IV, V су на истој висини, у овом случају  $z = -v/2$ . Са ове слике се може уочити чињеница да при кретању носача терета од тачке:

- $M$  према равни коју карактерише  $y = 0$  (поз. II) или
- $M$  према равни коју карактерише  $x = d$  (поз. III) или
- $M$  према равни коју карактерише  $y = s$  (поз. IV) или
- $M$  према равни коју карактерише  $x = 0$  (поз. V)

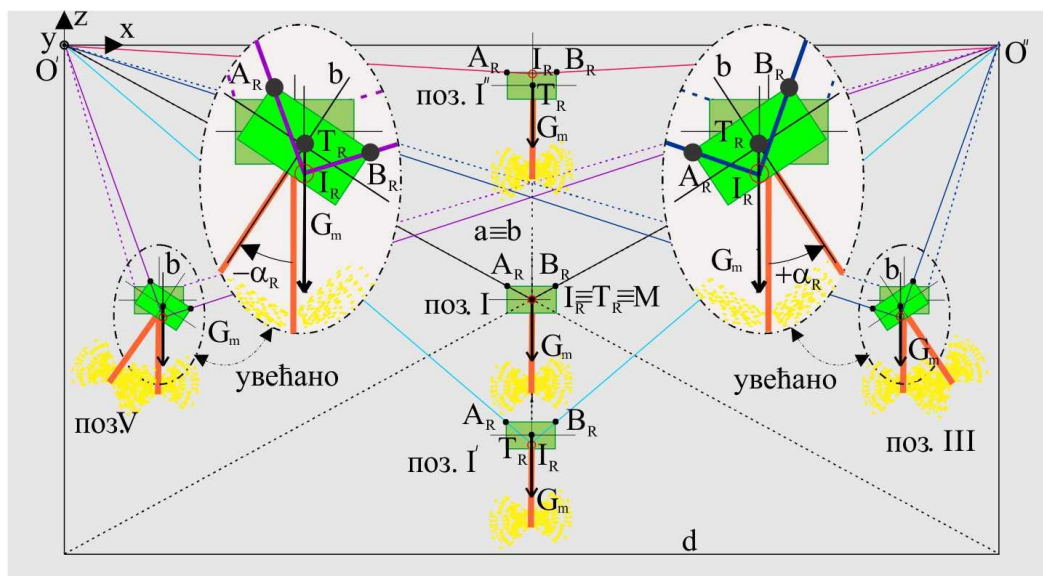
долази до удаљавања тачке  $I$  у односу на тачку  $T$ . Што је носач терета ближи граничном подручју радног простора CPR система тачка вешања се све више удаљава од тачке центра масе терета. Гравитациона сила терета  $G_m$  делује у тачки  $T$  и на растојању  $\sqrt{S_x^2 + S_y^2}$  од тачке вешања терета  $I$  и ствара момент оптерећења  $M_g = G_m \cdot \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ .

На Сл. 6.3 је приказан пресек J-J где се види правац деловања момента у овој вертикалној равни. Позиција носача терета приказана на Сл. 6.2 и 6.3 је идеализована

зато што носач мора да буде вертикалан током кретања. Међутим, ове идеализоване позиције нису одрживе, због утицаја момента  $M_g$  који делује око тачке ношења терета  $I$ .

Јасно је да су позиције носача са Сл. 6.2 и 6.3 нестабилне. Положај носача и његова оријентација захтевају равнотежно стање да би носач ушао у реалистичне положаје. Реалистичне позиције носача терета су приказане на Сл. 6.4 и види се да су ове позиције другачије од положаја са Сл. 6.2 и 6.3. Сл. 6.4 приказје реалистичан приказ пресека J-J.

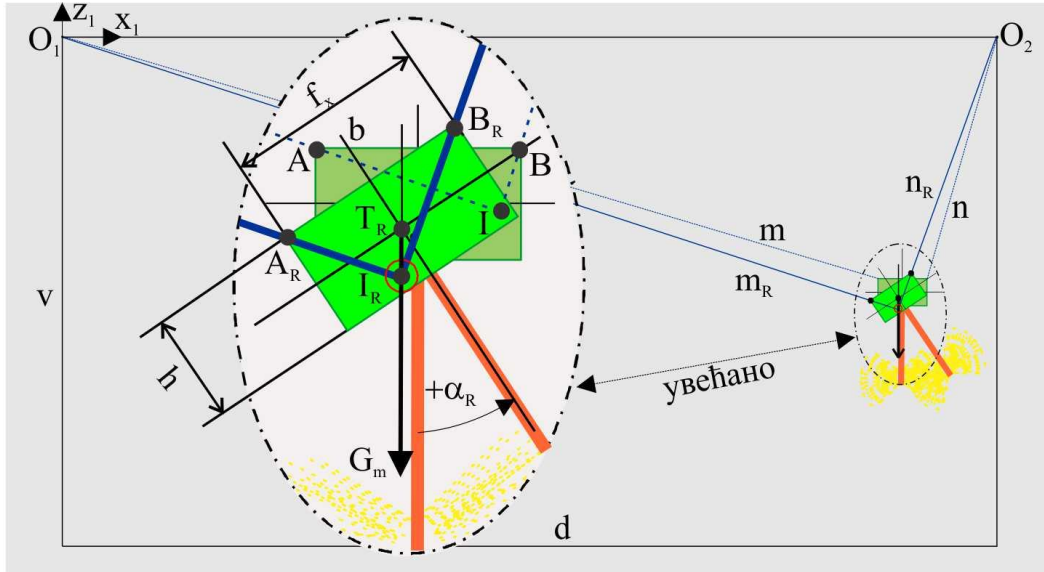
Када се носач терета приближи вертикалним граничним површима, вертикална оса терета  $b$  је све више накривљена у односу на линију  $a$ . Свака равнотежна тачка носача терета је карактерисана чињеницом да у је тој тачки центар масе носача терета  $T_R$  на истој вертикалној линји као и тачка вешања терета  $I_R$  (види Сл. 6.4).  $I_R$  представља тачку вешања терета у реалистичним условима, док  $T_R$  представља центар масе носача у реалистичним условима. Да би носач дошао у равнотежну тачку, следећи услов мора бити задовољен:  $\sqrt{S_x^2 + S_y^2} = 0$ , тј. поремећајни момент мора да има вредност нула.



Слика 6.4 – Пресек J-J у реалистичном случају.

Може бити закључено да је поремећајни момент увек присутан у различитим позицијама у радном простору CPR система пре него што носач уђе у равнотежно стање. Момент једино није присутан приликом кретања носача по линији  $a$ . Момент  $M_g$  расте како растојање од централне осе  $a$  расте и такође расте како се носач приближава граничним равнима у радном простору носача терета CPR система. Када је тачка  $T_R$  изнад тачке  $I_R$ , тада носач улази у стање лабилне равнотеже (позиције  $I'$ , III и V на Сл. 6.4) и када је тачка  $T_R$  испод тачке  $I_R$ , тада долази до стања стабилне равнотеже носача (позиција  $I''$  на Сл. 6.4). Овај феномен је могућ зато што су задовољени услови:  $AO = A_R O$ ,  $BF = B_R F$ ,  $CG = C_R G$  и  $DH = D_R H$ .





Слика 6.5 – Дводимензионална презентација анализаног проблема.

Да би се лакше објаснио дефинисани феномен математички, биће представљен дводимензионални облик проблема што је дато на Сл. 6.5. Координатни систем  $x_1 - z_1$  је постављен у тачке  $O_1(0,0)$ . У идеализованом случају, дужина ужета између тачке  $O_1$  и тачке  $A$  је означена као  $m$ , док је у реалистичном случају дужина између  $O_1$  и  $A_R$  означена као  $m_R$ . Слично су дефинисане и дужине  $n$  и  $n_R$ . Види Сл. 6.5.

Дужине  $m$  и  $m_R$  имају исту вредност у било којој позицији носача терета. Исто тако и дужине  $n$  и  $n_R$  имају исте вредности у било којој позицији. Ако се претпостави да могу да се одреде све величине које се мењају током кретања носача терета у идеализованом случају, онда је могуће одредити величине:  $x_{AR}$ ,  $z_{AR}$ ,  $x_{BR}$  и  $z_{BR}$ . Са Сл. 6.5 може да се пише:

$$f_x = (x_{BR} - x_{AR})^2 + (z_{BR} - z_{AR})^2, \quad (6.1)$$

$$m_R^2 = x_{AR}^2 + z_{AR}^2, \quad (6.2)$$

$$n_R^2 = (x_{BR} - d)^2 + z_{BR}^2. \quad (6.3)$$

Потребно је дефинисати још један услов да би се одредиле све четири величине  $x_{AR}$ ,  $z_{AR}$ ,  $x_{BR}$  и  $z_{BR}$  и то је услов да су тачке  $T_R$  и  $I_R$  на истој вертикалној линији у стању еквилибријума:

$$x_{TR} = x_{IR}. \quad (6.4)$$

Да би се дефинисала позиција тачке  $T_R$ , потребно је користити геометријске релације са Сл. 6.5. На тај начин се добија једначина:

$$x_{TR} = x_{AR} + \frac{\frac{f_x}{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_{BR} - z_{AR}}{x_{BR} - x_{AR}}\right)^2}} + \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{x_{BR} - x_{AR}}{z_{BR} - z_{AR}}\right)^2}}. \quad (6.5)$$



Из услова пресека између линија  $O_1I_R$  (смер линије  $m_R$ ) и  $O_2I_R$  (смер линије  $n_R$ ), добија се следећа једначина:

$$x_{IR} = \frac{x_{AR}z_{BR}d}{x_{AR}z_{BR} + z_{AR}(d - x_{BR})}. \quad (6.6)$$

Даље, заменом једначина (6.5) и (6.6) у једначину (6.4), добија се коначна једначина:

$$x_{AR} + \frac{\frac{f_x}{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_{BR} - z_{AR}}{x_{BR} - x_{AR}}\right)^2}} + \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{x_{BR} - x_{AR}}{z_{BR} - z_{AR}}\right)^2}} = \frac{x_{AR}z_{BR}d}{x_{AR}z_{BR} + z_{AR}(d - x_{BR})}. \quad (6.7)$$

Пети услов представља одређивање угла  $\alpha_R$ :

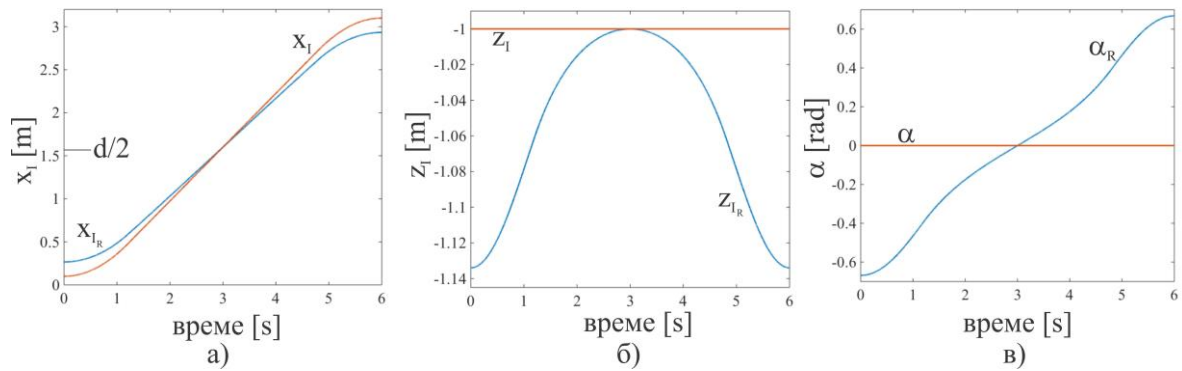
$$\alpha_R = \text{atan}\left(\frac{z_{BR} - z_{AR}}{x_{BR} - x_{AR}}\right). \quad (6.8)$$

Употребом једначина (6.1)-(6.3), (6.7) и (6.8) је могуће одредити све величине потребне за опис реалистичног кретања носача терета у две димензије. Ове једначине су превише компликоване и њихова решења не могу бити добијена аналитички, па је због тога развијен програм за њихово нумеричко решавање. Употреба овог програма и приказ решења ће бити дат у следећем делу ове Главе дисертације. Логика употребљена на дводимензионалном случају може бити искоришћена за анализу и синтезу тродимензионалног случаја.

## 6.2 Симулациони резултати

У овом делу рада ће бити приказани симулациони резултати изведени за кретање система у две димензије, раван  $x_1 - z_1$ . Дефинисан је радни простор носача терета CPR система на следећи начин:  $d \times (-v) = 3.2 \times (-2)m$ , док су димензије носача терета:  $f_x \times h = 0.09d \times 0.09(-v)m$ . Усвојено је да је референтна трајекторија идеализоване тачке  $I$  дефинисана као праволинијска путања из тачке  $PI_{start} = [0.1, -1]m$  ка тачки  $PI_{end} = [3.1, -1]m$ . За идеализовано кретање, угао је  $\alpha = 0 \text{ rad}$ . Овај покрет је приказан црвеном бојом на Сл. 6.6. За овако дефинисану референтну трајекторију идеализоване тачке  $I$ , одређено је реалистично кретање носача терета у дводимензионалном простору, односно одређена је трајекторија тачке  $I_R$  и угла  $\alpha_R$ . Ови резултати су приказани плавом бојом на Сл. 6.6.

Са ових резултата, може се закључити да реалистично кретање носача терета CPR система има велика одступања у поређењу са својим идеализованим кретањем. Ово може да се види као велико одступање у правцу  $x_1, z_1$  и  $\alpha$  координата. Такође, може да се закључи да се током прорачуна реалистичног кретања носача терета не узима у обзир његова маса током генерисања реалистичне трајекторије, односно извршена је само геометријска анализа феномена. У следећем делу дисертације ће бити приказана и експериментална анализа проблема анализаног у овој Глави доктората.



Слика 6.6 – Симулациони резултати за идеализовани и реалистични случај, а)  $x$  координата, б)  $z$  координата и в) угао  $\alpha$ .

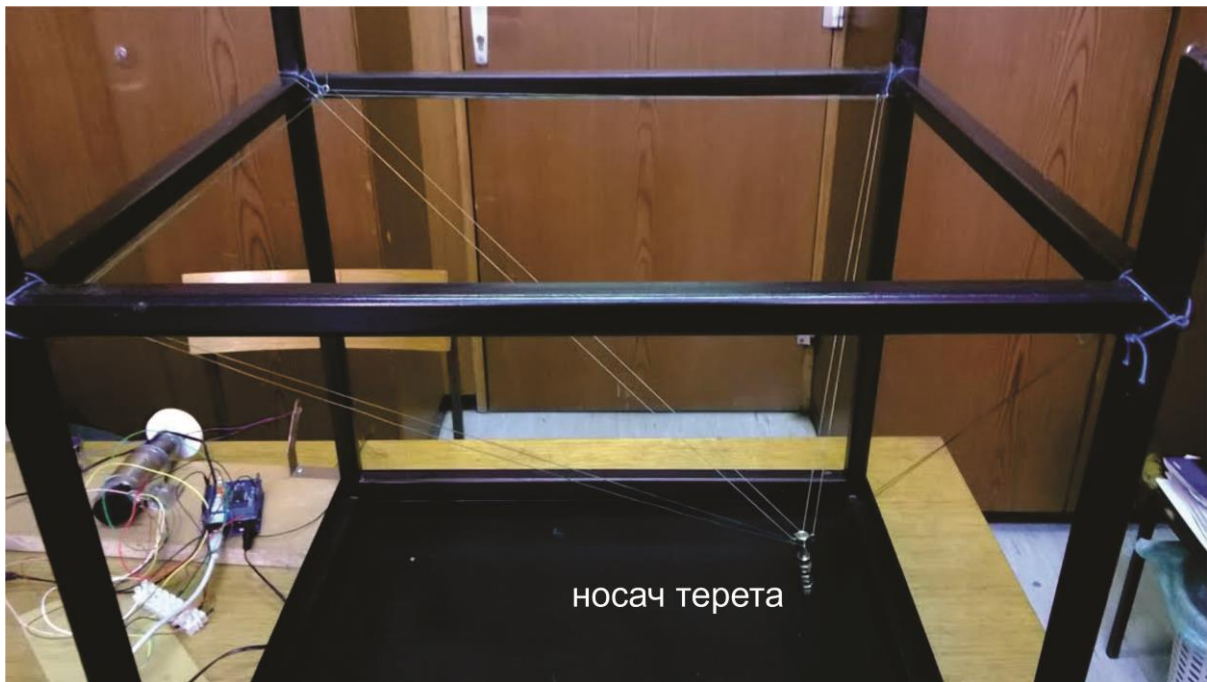
### 6.3 Експериментални приказ феномена оријентације

У овом делу дисертације ће бити дати експериментални докази феномена анализираних у овој Глави дисертације. На Сл. 6.7 је дата фотографија позиције терета када се тачка носећа терета налази на централној оси радног простора  $a$ . Тачка центра масе носача терета је такође на оси  $a$ . Види се да у тој позицији терет стоји вертикално, тј. да нема закретања сопствене осе терета  $b$ . То је позиција терета приказана на Сл. 6.3 и 6.4 као позиција I.

На Сл. 6.8 је дата позиција носача терета када је он веома близу вертикалне граничне равни за коју важи  $x = d$ . Може да се примети да је терет закренут у позитивном математичком смеру у односу на вертикалну осу  $a$ . Ова позиција носача терета је на Сл. 6.3 и 6.4 маркирана као позиција III.



Слика 6.7 – Позиција носача терета означена као I.



Слика 6.8 – Позиција носача терета означена као III.

На Сл. 6.9 је дата равнотежна позиција терета који је близу вертикалне граничне равни за коју важи  $x=0$ . Може да се види да је терет закренут у негативном математичком смеру у односу на вертикалу. Ова позиција носача терета је на Сл. 6.3 и 6.4 маркирана као позиција V.



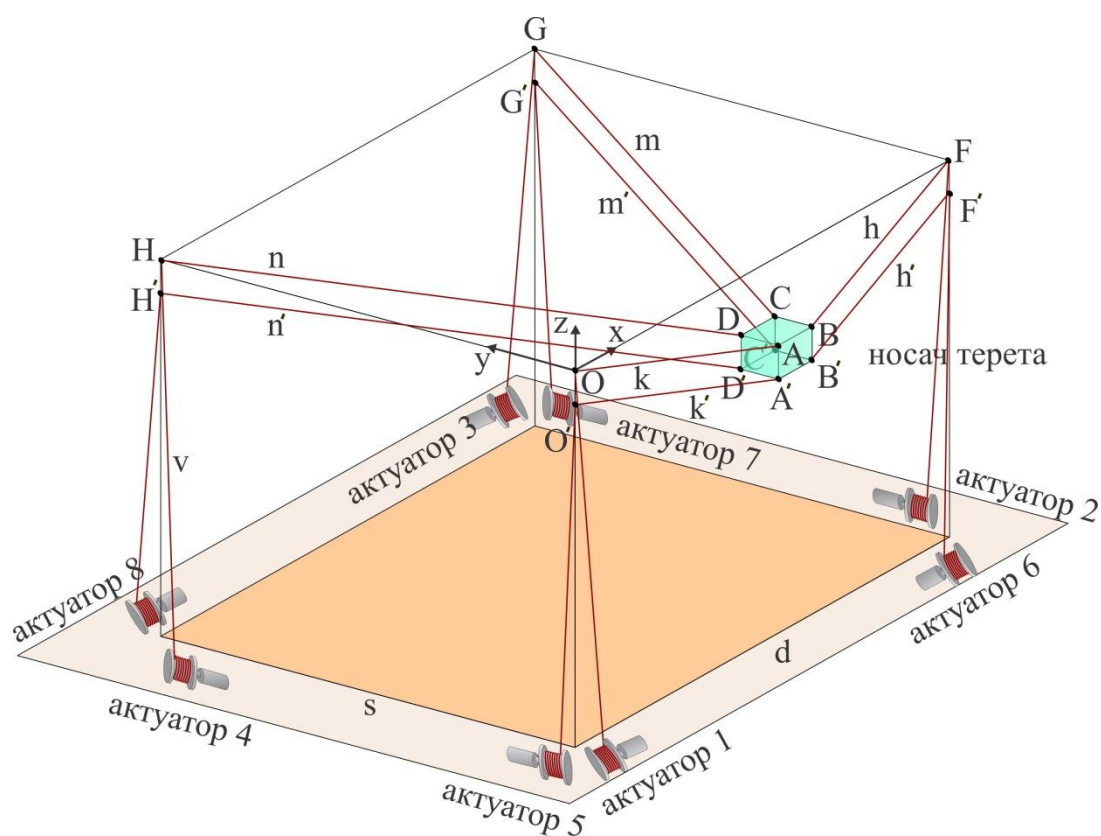
Слика 6.9 – Позиција носача терета означена као V.

На Сл. 6.7 – 6.9 су приказани експериментални равнотежни положаји носача терета који потврђују теоретске поставке дефинисане у претходном делу ове Главе. На овај

начин је приказан феномен оријентације терета CPR система и један предлог решења истог ће бити приказан у следећем делу ове главе, где ће бити приказан нови облик система и биће дефинисан његова математички модел.

#### 6.4 Редундантни CPR систем

У овом делу доктората је описан један могући предлог решења оријентације носача терета CPR система. Предлог је систем који носи терет преко осам ужади. Свако уже је погоњено једним актуатором (мотор+редуктор+чекрк). Кретање носача терета је у 6 DOF Картезијанском простору, што значи да је систем редундантна. Овај систем је назван CPR-8 систем и он је приказан на Сл. 6.10.



Слика 6.10 – CPR-8 систем у тродимензионалном простору.

Позиција и оријентација центра масе носача терета је означена са вектором  $p = [x \ y \ z \ \varphi \ \theta \ \psi]^T$  у односу на базични координатни систем дефинисан у тачки  $O$  са Сл. 6.10.  $\varphi, \theta$  и  $\psi$  су углови заротираности носача око оса  $z, y$  и  $x$ , респективно. Они се још називају и Ојлерови углови. Радни простор терета CPR-8 система је облика паралелепипеда димензија  $d \times s \times v$ , а носач терета такође има облик скалираног паралелепипеда димензија  $l \times w \times h_0 = n_s \cdot (d \times s \times v)$ , где је  $n_s$  фактор скалирања. Горња темена носача су дефинисана тачкама  $A, B, C, D$ , док су доња темена дефинисана тачкама  $A', B', C', D'$ . За свако теме је везано по једно уже. Горња темена носача  $A, B, C, D$  су повезана са горњим теменима радног простора  $O, F, G, H$  (горње тачке вешања) до актуатора (чекрка) 1, 2, 3, 4, респективно. Аналогно, доња темена носача

$A', B', C', D'$  су повезана са тачкама граничних вертикалних ивица радног простора  $O', F', G', H'$  (доње тачке вешања) до актуатора (чекрка) 5, 6, 7, 8, респективно. У сваком темену се налази по један котур преко кога је пребачено одговарајуће уже. Тачке  $O', F', G', H'$  су удаљене од тачака  $O, F, G, H$  за висину носача терета  $h_o$ , респективно. Растојања између темена носача терета и одговарајуће тачке вешања на радном простору су дефинисана на следећи начин:  $k = \overline{AO}, h = \overline{BF}, m = \overline{CG}, n = \overline{DH}, k' = \overline{A'O'}, h' = \overline{B'F'}, m' = \overline{C'G'}, n' = \overline{D'H'}$ .

Ове величине су променљиве током реализације роботског задатка CPR-8 система и веома су битне за дефинисање кинематичког и динамичког модела система, односно његовог математичког модела.

Конструктивно је обезбеђено да су дужине од тачака вешања  $O, F, G, H, O', F', G', H'$  до одговарајућих чекрак актуатора 1,2,3,4,5,6,7,8 респективно, константне. То подразумева да ове дужине не улазе у кинематичке и динамичке једначине.

Како се види са Сл. 6.10, систем је редундантан јер поседује осам актуатора који координирано воде носач терета у Картезијанском радном простору са 6 DOF дефинисан вектором  $p$  који се још зове простор спољашњих координата. Усваја се да је угао закретања осовине актуатора иза редуктора дефинисан вектором:  $\Phi = [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6 \theta_7 \theta_8]^T$  и ове величине су означене као унутрашње координате.

Центар масе терета је дефинисан у Картезијанском координатном систему са  $T = [x \ y \ z]^T$ . Ако се свака тачка темена носача терета дефинише у Картезијанском простору, може да се пише:

$$[x_A \ y_A \ z_A]^T = T + R \cdot \left[ -\frac{l}{2} \ -\frac{w}{2} \ +\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.9)$$

$$[x_B \ y_B \ z_B]^T = T + R \cdot \left[ +\frac{l}{2} \ -\frac{w}{2} \ +\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.10)$$

$$[x_C \ y_C \ z_C]^T = T + R \cdot \left[ +\frac{l}{2} \ +\frac{w}{2} \ +\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.11)$$

$$[x_D \ y_D \ z_D]^T = T + R \cdot \left[ -\frac{l}{2} \ +\frac{w}{2} \ +\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.12)$$

$$[x_{A'} \ y_{A'} \ z_{A'}]^T = T + R \cdot \left[ -\frac{l}{2} \ -\frac{w}{2} \ -\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.13)$$

$$[x_{B'} \ y_{B'} \ z_{B'}]^T = T + R \cdot \left[ +\frac{l}{2} \ -\frac{w}{2} \ -\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.14)$$

$$[x_{C'} \ y_{C'} \ z_{C'}]^T = T + R \cdot \left[ +\frac{l}{2} \ +\frac{w}{2} \ -\frac{h_o}{2} \right]^T, \quad (6.15)$$

$$[x_{D'} \ y_{D'} \ z_{D'}]^T = T + R \cdot \left[ -\frac{l}{2} \ +\frac{w}{2} \ -\frac{h_o}{2} \right]^T. \quad (6.16)$$

Ротациона матрица  $R$  фигурише у једначинама (6.9)-(6.16) и она је дефинисана на следећи начин:

$$R = \begin{bmatrix} c\varphi \cdot c\theta & c\varphi \cdot s\theta \cdot s\psi - s\varphi \cdot c\psi & c\varphi \cdot s\theta \cdot c\psi + s\varphi \cdot s\psi \\ s\varphi \cdot c\theta & s\varphi \cdot s\theta \cdot s\psi + c\varphi \cdot c\psi & s\varphi \cdot s\theta \cdot c\psi - c\varphi \cdot s\psi \\ -s\theta & c\theta \cdot s\psi & c\theta \cdot c\psi \end{bmatrix} \quad (6.17).$$

Уместо  $\cos$  неког угла је писана скраћеница  $c$ , док је за  $\sin$  неког угла усвојена скраћеница  $s$ . У следећем кораку ће бити дефинисана променљива растојања  $k, h, m, n, k', h', m', n'$  на следећи начин:

$$k = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}, \quad (6.18)$$

$$h = \sqrt{(d - x_B)^2 + y_B^2 + z_B^2}, \quad (6.19)$$

$$m = \sqrt{(d - x_C)^2 + (s - y_C)^2 + z_C^2}, \quad (6.20)$$

$$n = \sqrt{x_D^2 + (s - y_D)^2 + z_D^2}, \quad (6.21)$$

$$k' = \sqrt{x_{A'}^2 + y_{A'}^2 + (h_o + z_{A'})^2}, \quad (6.22)$$

$$h' = \sqrt{(d - x_{B'})^2 + y_{B'}^2 + (h_o + z_{B'})^2}, \quad (6.23)$$

$$m' = \sqrt{(d - x_{C'})^2 + (s - y_{C'})^2 + (h_o + z_{C'})^2}, \quad (6.24)$$

$$n' = \sqrt{x_{D'}^2 + (s - y_{D'})^2 + (h_o + z_{D'})^2}. \quad (6.25)$$

Да би се направила геометријска веза између простора спољашњих и унутрашњих координата, прво ће бити дефинисана веза између брзине кретања осовине актуатора иза редуктора и величина  $k, h, m, n, k', h', m', n'$  на следећи начин:

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{k}}{R_1}, \dot{\theta}_2 = \frac{\dot{h}}{R_2}, \dot{\theta}_3 = \frac{\dot{m}}{R_3}, \dot{\theta}_4 = \frac{\dot{n}}{R_4}, \dot{\theta}_5 = \frac{\dot{k}'}{R_5}, \dot{\theta}_6 = \frac{\dot{h}'}{R_6}, \dot{\theta}_7 = \frac{\dot{m}'}{R_7}, \dot{\theta}_8 = \frac{\dot{n}'}{R_8}. \quad (6.26)$$

У овој једначини фигуришу полупречници чекрка актуатора  $R_i$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) на које се намотава/одмотава уже. Усвојено је да је  $R_i = \text{const}$ . Ако се направе први изводи једначина (6.18)-(6.25) и ако се оне замене у једначину (6.26), онда се добија веза између брзина промене углова закретања актуатора иза редуктора  $\dot{\Phi} = [\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5, \dot{\theta}_6, \dot{\theta}_7, \dot{\theta}_8]^T$  и брзина промене кретања носача терета у простору Картезијанских координата  $\dot{p} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ :

$$\dot{\Phi} = J_{8 \times 6} \cdot \dot{p}. \quad (6.27).$$

Овом једначином је дефинисан кинематички модел CPR-8 система са Сл. 6.10. Кинематички модел је дефинисан Јакобијевом матрицом  $J_{8 \times 6}$ . Матрица  $J_{8 \times 6}$  је пуна матрица, јер анализирани систем има снажно спрезање између простора спољашњих и унутрашњих координата.

Сада је потребно дефинисати везу између спољашњих сила и момената који делују на носач терета  $F_P = [F_x F_y F_z M_z M_y M_x]^T$  и момената који делују на осовине актуатора иза редуктора  $M = [M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8]^T$ . Ови моменти су дефинисани као  $M = F \cdot R$ , где  $F$  означава силе затезања у одговарајућем ужету  $F = [F_k F_h F_m F_n F_{k'} F_{h'} F_{m'} F_{n'}]^T$ , док је  $R$  матрица  $R = \text{diag}(R_i)$ . На основу Лагранжовог принципа виртуелног рада (види резултате приказане у претходним Главама), дефинише се веза између тражених величина:

$$M = (J_{8 \times 6}^T)^\dagger \cdot F_P \quad (6.28),$$

где је  $(J_{8 \times 6}^T)^\dagger$  Мур-Пенросеова псеудо-инверзија матрице  $J_{8 \times 6}^T$  [104]. Једначина (6.28) припада динамичком моделу овог система, али није довољна за дефинисање комплетног динамичког модела CPR-8 система. Укупни динамички модел система укључује математички модел актуатора са свим његовим параметрима:

$$u = G_v \cdot \ddot{\Phi} + L_v \cdot \dot{\Phi} + S_v \cdot M \quad (6.29),$$

где је:  $u = [u_1 u_2 u_3 u_4 u_5 u_6 u_7 u_8]^T$  – вектор напона на свим моторима,  $G_v = \text{diag}(G_{vi})$  – матрица инерцијалних карактеристика мотора ( $i=1, \dots, 8$ ),  $L_v = \text{diag}(L_{vi})$  – матрица карактеристика пригушења мотора,  $S_v = \text{diag}(S_{vi})$  – матрица геометријских карактеристика мотора.

Конфигурација CPR система која је анализирана у овом делу Главе 6 представља само једно могуће решење проблема оријентације носача терета CPR система. Могуће је дизајнирати различите конфигурације система са различитим бројем актуатора, што ће бити анализирано и дефинисано кроз будућа истраживања аутора ове дисертације.

## Глава 7

### Анализа радног простора и избор актуатора CPR система

У овом делу дисертације је генерисана нова процедура за анализу радног простора CPR система. Одабрана је конфигурација која је приказана у претодној Глави, односно CPR-8 систем. Овај систем је приказан на Сл. 6.10. Дефинисана процедура је названа CPR-WWA (CPR-Whole Workspace Analysis). Процедура обухвата, поред кинематичког и динамички модел CPR-8 система, и укупни математички модел актуатора. На основу процедуре CPR-WWA је дефинисана и нова методологија за избор актуатора CPR-8 система под називом CPR-ACM (CPR-Actuator Choice Methodology). Методологија располаже каталошким подацима одређеног броја актуатора који су дефинисани у бази података. Корисник и дизајнер дефинишу своје захтеве, а један од њих је и релативна величина изводљивог радног простора CPR-8 система. На основу тих захтева, методологија CPR-ACM тестира актуаторе из базе података и издваја употребљиве за предефинисану конкретну намену. Резултат приказан у овој Глави је инспирисан радовима који су се бавили анализом и синтезом радног простора индустријских роботских конфигурација [105]-[108] као и радовима који се односе на кабловски вођење роботске системе [39]-[43].

#### 7.1 Процедура за анализу и синтезу радног простора CPR система - CPR-WWA

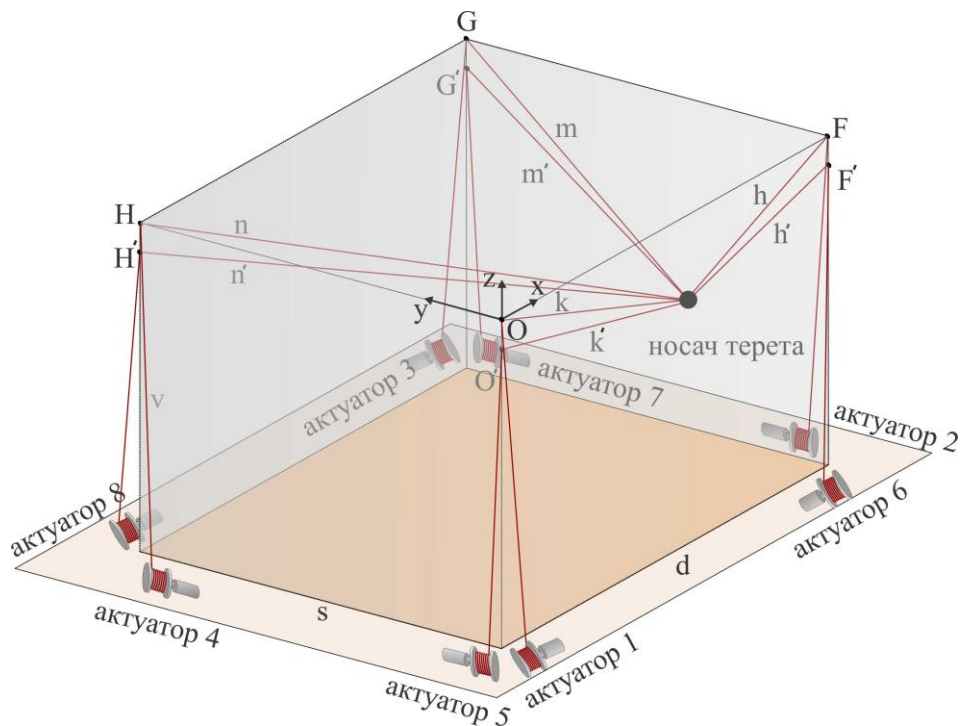
Прве анализе радног простора CPR система са којима се читалац може срести у литератури су биле урађене преко геометрије система.

Ако се претпостави да је носач терета сконцентрисана бездимензиона масау једној тачки, као што је усвојено у досадашњим излагањима, коју носи свих осам ужади, онда је теоријски радни простор CPR-8 система облика паралелепипеда димензија  $d \times s \times v$ , што се види на Сл. 7.1.

Међутим, реални услови су да носач терета увек има геометријски облик. Тај облик смањује геометријски радни простор [36]. У овом примеру, носач терета има облик паралелепипеда димензија  $l \times w \times h_o$ . У том случају, димензије носача терета смањују теоријски радни простор са свих страна за величину  $d_e = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{w}{2}\right)^2 + \left(\frac{h_o}{2}\right)^2}$ , што представља половину главне дијагонале носача терета. Смањени геометријски радни простор CPR-8 система је приказан на Сл. 7.2 и он има димензије  $(d - 2d_e) \times (s - 2d_e) \times (v - 2d_e)$ .

Радни простори приказани на Сл. 7.1 и 7.2 не узимају у обзир динамичке параметре CPR-8 система. Да би се добио изводљиви радни простор CPR-8 система, неопходно је укључити и његове динамичке параметре. Динамички параметри обухватају параметре: мотора, редуктора, чекрка, али исто тако и геометрију радног простора, геометрију носача терета, жељену брзину кретања носача терета, масу терета и низ других параметара. Тиме је предочена сложеност ове процедуре.





Слика 7.1 – Теоријски радни простор CPR-8 систем.

Процедура представљена у овој Глави дисертације обухвата једначину Лагранжовог принципа виртуелног рада која је дата једначином (6.28) и такође кинематичку једначину (6.27). Поред ових једначина, у анализу и синтезу изводљивог радног простора укључена је и једначина актуатора (6.29). То је једна од новина у овој дисертацији у односу на до сада публиковане радове.

Нова процедура је названа CPR-WWA и биће представљена у даљем делу ове Главе дисертације.

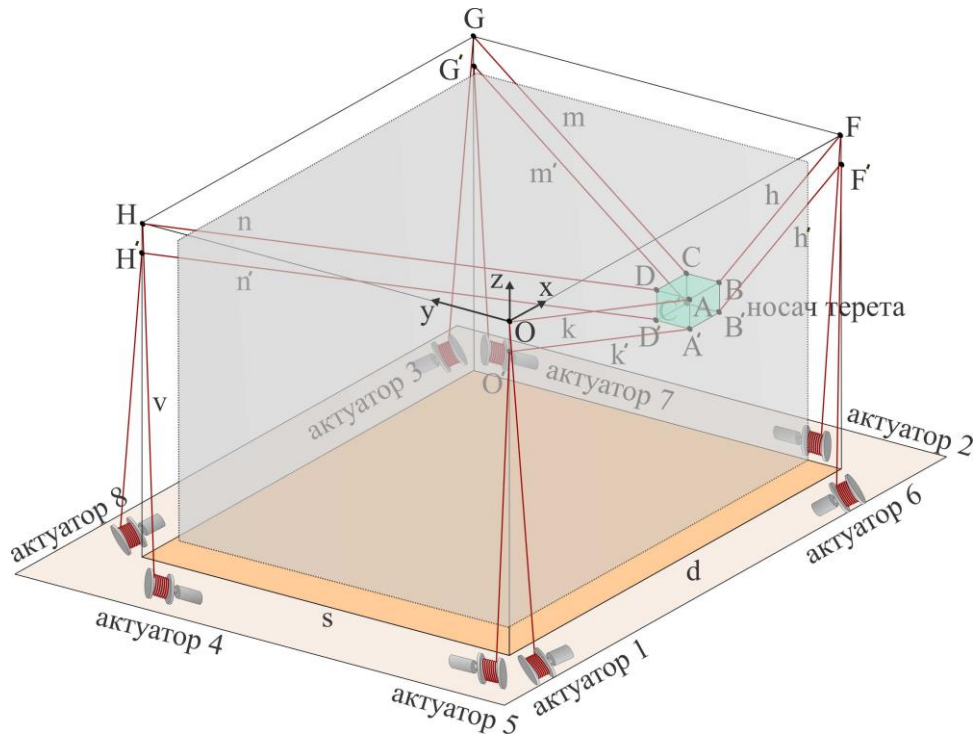
Компоненте CPR система диктирају низ ограничења. Неке од њих су наметнуте захтевима корисника: габарити радног простора, брзина кретања терета, итд; док неке дефинише сам дизајнер: маса терета, полупречници чекрка; док се остале купују као готови производи: мотори, редуктори и сл. Јасно је да ове све компоненте морају бити компатибилне и врло вешто дизајниране како би систем координирано и функционално извршавао дефинисане задатаке.

За функционисање CPR-8 система је јако битно да буде одабран одговарајући актуатор. Да би се испитало да ли тај актуатор задовољава захтеве дизајнера и корисника, бирају се његови параметри из каталога. Важни параметри из каталога које је могуће проверити су за пет различитих актуатора дати у Табели 7.1.

Да би се употребили каталожки параметри, морају се дефинисати следеће карактеристике актуатора. Преносни однос за момент је  $N_{Mi} = N_{Vi} \cdot \xi_i$ . Треба обратити пажњу да каталожке вредности обично нису дате у SI јединицама, па их треба

усагласити са осталим величинама у једначини актуатора (6.29). Даље, формирају се следеће величине:  $C_{Ei} = C_{ei} \cdot N_{Vi}$ ,  $C_{Mi} = C_{mi} \cdot N_{Mi}$ ,  $B_{Ci} = B_{ci} \cdot N_{Vi} \cdot N_{Mi}$ ,  $J_{ri} = J_{Mi} \cdot N_{Vi} \cdot N_{Mi}$ . Затим се уводе величине које карактеришу једначину (6.29):

$$G_{vi} = \frac{J_{ri} \cdot R_{ri}}{C_{Mi}}, L_{vi} = \frac{B_{Ci} \cdot R_{ri}}{C_{Mi}} + C_{Ei} \text{ и } S_{vi} = \frac{R_{ri}}{C_{Mi}}. \quad (7.1)$$



Слика 7.2 – Геометријски радни простор CPR-8 систем.

У Табели 7.1 је одабран одговарајући чекрк, односно полупречник чекрка  $R_i$ , који може значајно да утиче на величину изводљивог радног простора.

Пошто би било немогуће анализирати сваку тачку геометријског радног простора, он је подељен на  $N \times N \times N$  тачака у Картезијанском радном простору у:  $x$ ,  $y$  и  $z$  правцу. То значи да је за процедуру CPR-WWA одабрана интервалска анализа изводљивог радног простора. За сваку тачку се дефинишу следећа ограничења:

- 1) Дефинисано је ограничење за просторну брзину кретања камере  $v_c \leq V_{cmax}$ . Алгоритам подразумева трапезоидни облик просторне брзине  $v_c$  са прецизно дефинисаним временом убрзавања  $t_{acc}$  и успоравања  $t_{dec}$  носача терета.
- 2) Дефинисана је маса терета  $m$  према дизајнеровој процени да ће то задовољити све потребе корисника за извршавање жељеног задатка.

На основу ограничења 1) рачунају се следеће величине које ће бити мењане у дефинисаним интервалима:

$$3) \dot{x} = \left\{ -V_{cmax} \cdot \frac{2V_{cmax}}{N} : +V_{cmax} \right\}, \quad (7.2)$$

$$4) \dot{y} = \left\{ -V_{cmax} \cdot \frac{2V_{cmax}}{N} : +V_{cmax} \right\}, \quad (7.3)$$

$$5) \dot{z} = \left\{ -V_{cmax} : \frac{2V_{cmax}}{N} : +V_{cmax} \right\}, \quad (7.4)$$

Табела 7.1 – Параметри актуатора.

|                                                                                        | Актуатор 1 | Актуатор 2 | Актуатор 3 | Актуатор 4 | Актуатор 5 |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Изразна снага<br>$P_{mot} [W]$                                                         | 300        | 100        | 50         | 20         | 10         |
| Напон<br>$U_{mot} [V]$                                                                 | 48         | 48         | 24         | 24         | 18         |
| Брзина<br>$\omega_{mot} [RPM]$                                                         | 4700       | 3970       | 4500       | 5060       | 4777       |
| Момент<br>$M_{mot} [Nm]$                                                               | 0.6        | 0.319      | 0.131      | 0.212      | 0.03       |
| ЕМ константа<br>$C_{ei} \left[ \frac{V}{\frac{rad}{s}} \right]$                        | 0.0945     | 0.1145     | 0.0356     | 0.0352     | 0.029      |
| Константа момента<br>$C_{mi} \left[ \frac{Nm}{A} \right]$                              | 0.095      | 0.114      | 0.0357     | 0.0352     | 0.0299     |
| Коеф. вискозног трења<br>$B_{ci} \left[ \frac{Nm}{\left(\frac{rad}{s}\right)} \right]$ | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          |
| Отпорност ротора<br>$R_{ri} [\Omega]$                                                  | 0.369      | 1.1        | 0.567      | 3.99       | 3.01       |
| Инерција актуатора<br>$J_{Mi} [gcm^2]$                                                 | 3579       | 1210       | 181        | 45.3       | 9.26       |
| Преносни однос<br>$N_{Vi}$                                                             | 30         | 25         | 26         | 30         | 26         |
| Коеф. ефикасности актуатора<br>$\xi_i$                                                 | 0.6        | 0.7        | 0.7        | 0.7        | 0.7        |
| Полупречник чекрка<br>$R_i [m]$                                                        | 0.08       | 0.08       | 0.08       | 0.08       | 0.08       |

уз ограничење да резултујућа просторна брзина  $v_c(k) = \sqrt{(\dot{x}(k))^2 + (\dot{y}(k))^2 + (\dot{z}(k))^2}$  за сваку испитану тачку радног простора (било која тренутно проверавана  $k$  – та комбинација) мора да испуњава услов:

$$v_c(k) \leq V_{cmax}. \quad (7.5).$$

Дефинишу се ограничења за друге изводе Картезијанских координата:

$$\ddot{x} = \left\{ \frac{-V_{cmax}}{t_{dec}}, \frac{+V_{cmax}}{t_{acc}} \right\}, \quad (7.6)$$

$$\ddot{y} = \left\{ \frac{-V_{cmax}}{t_{dec}}, \frac{+V_{cmax}}{t_{acc}} \right\} \text{ и} \quad (7.7)$$

$$\ddot{z} = \left\{ \frac{-V_{cmax}}{t_{dec}}, \frac{+V_{cmax}}{t_{acc}} \right\}. \quad (7.8)$$

Што се тиче оријентације носача терета, усвојено је да су Ојлерови углови  $\psi, \theta$  и  $\varphi$  константни. Самим тим њихови први и други изводи су једнаки нули.

На основу до сада усвојених ограничења, употребом једначине (6.27), израчунава се вектор  $\ddot{\Phi}$ . Преко овог вектора следи прва провера радног простора јер су брзине кретања мотора каталожки ограничене. Услов је следећи:

$$|\dot{\theta}_i(k)| \leq \frac{\omega_{mot}}{9.5493 \cdot N_{Vi}}. \quad (7.9)$$

Ако се погледа једначина (6.29), види се да је неопходно направити ограничење и на вектору момената оптерећења  $M$ , управљања  $u$  и  $\ddot{\Phi}$ . Пошто је у ограничењу 2) дефинисана маса терета, генерише се вектор спољашњих сила и момената на следећи начин:

$$F(k) = [m \cdot \ddot{x}(k) \quad m \cdot \ddot{y}(k) \quad m \cdot (\ddot{z}(k) - g) \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T, \quad (7.10)$$

где је  $g$  гравитационо убрзање. Из једначине (7.10) се види да су моменти око  $x$ ,  $y$  и  $z$  нула, јер је раније усвојено да су Ојлерови углови константни.

Применом једначине (6.28) се израчунава вектор момената оптерећења на осовинама мотора иза редуктора  $M$ . Момент који делује на сваки актуатор мора да испуњава услов према каталожким параметрима одабраног актуатора:

$$|M_i(k)| \leq M_{mot} \cdot N_{mi}. \quad (7.11)$$

Потребно је ограничити вектор  $\ddot{\Phi}$ . Ограничење за ову величину је усвојено на основу следеће једначине:

$$|\ddot{\theta}_i| = \left\{ \frac{-M_{mot} \cdot N_{mi}}{J_{ri}}, \frac{+M_{mot} \cdot N_{mi}}{J_{ri}} \right\}. \quad (7.12)$$

На основу једначине (6.29), рачунају се управљачки сигнали за сваку комбинацију  $k$  и управљачки сигнали морају бити ограничени према каталожким параметрима одабраног актуатора:

$$|u_i(k)| \leq U_{mot}. \quad (7.13)$$

На овај начин су све динамичке величине ограничене у односу на неки одабрани актуатор (мотор+редуктор+чекрк). Применом поступка дефинисаног једначинама (7.1)-(7.13) дефинисана је процедура CPR-WWA која се користи за анализу и синтезу радног простора CPR-8 система. Њеном примено се дефинише изводљиви радни простор

носача терета CPR-8 система. У даљем тексту овог дела Главе 7 ће бити приказани резултати примене ове процедуре и биће приказана упоредна анализа са симулационим резултатима.

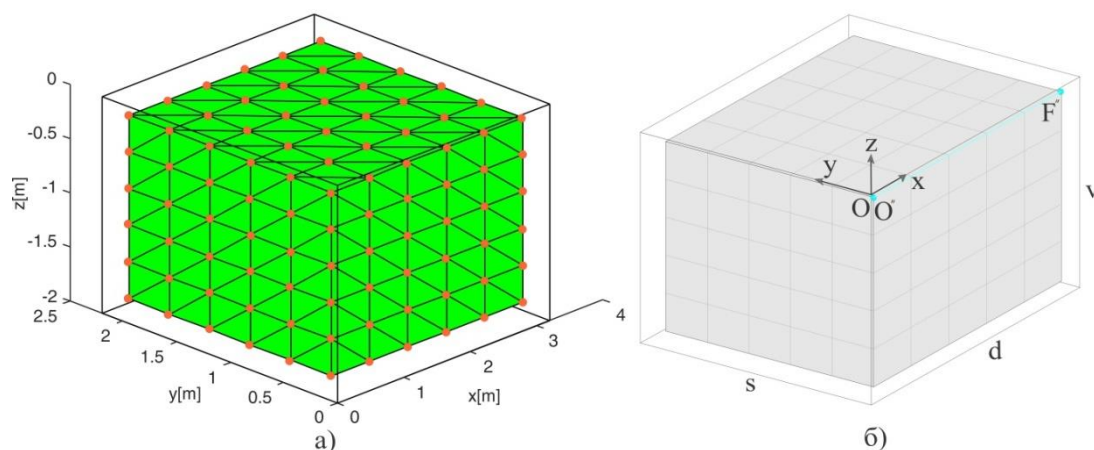
### 7.1.1 Студија случаја: Примена процедуре CPR-WWA на CPR-8 систему

Анализа и синтеза радног простора је спроведена на CPR-8 систему димензија  $d \times s \times v = 3.2 \text{ m} \times 2.2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ . Маса терета је  $m = 2 \text{ kg}$ , док су димензије носача терета  $l \times w \times h_o = 0.224 \text{ m} \times 0.154 \text{ m} \times 0.140 \text{ m}$ . Максимална вредност референтне брзине кретања носача терета је  $V_{cmax} = 1.3 \text{ m/s}$ , док су времена убрзавања и успоравања следећа  $t_{acc} = t_{dec} = 1.82 \text{ s}$ . Усвојени су исти актуатори за свих осам ужади. То је Актуатор 1 из Табеле 7.1. Такође, усвојено је да је  $N = 6$ .

У даљем делу текста биће анализиран конкретан пример анализе и синтезе изводљивог радног простора и биће приказани симулациони резултати који дају могућност упоредне анализе и валидације дефинисане процедуре CPR-WWA.

#### 7.1.1.1 Пример 1: Анализа изводљивог радног простора за $\psi = 0, \theta = 0$ и $\varphi = 0$

У овом делу дисертације ће бити дата упоредна анализа изводљивог радног простора дефинисане процедуре и симулационих резултата. Симулациони резултати су дефинисани као линијски покрети који потврђују добијени изводљиви радни простор преко дефинисане процедуре. Усвојено је да су Ојлерови углови  $\psi = 0, \theta = 0$  и  $\varphi = 0$ . Изводљиви радни простор је приказан на Сл. 7.3. На Сл. 7.3а) је приказан резултат добијен процедуром CPR-WWA и ова слика је генерисана директно из MATLAB – а. Сл. 7.3б) приказује резултат добијен симулационим резултатим и ова фигура је генерисана ручно у CorelDRAW – у. Симулациони резултати су изведени линијским трајекторијама по мрежи видљивој на Сл. 7.3б). Ове трајекторије су извршаване у:  $x$  и  $y$  правцу на  $N$  нивоа у правцу  $z$  осе.

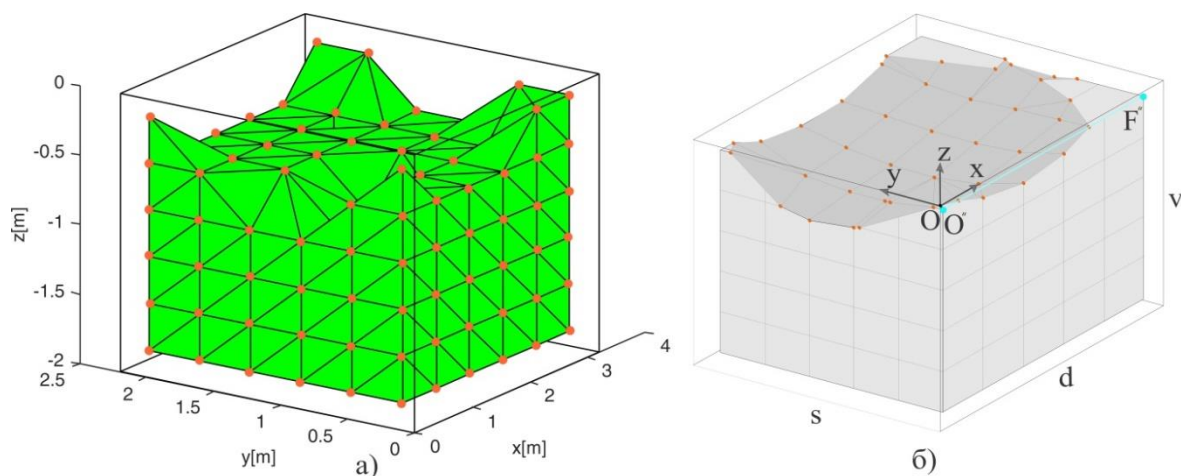


Слика 7.3 – Изводљиви радни простор носача терета CPR-8 система генерисан: а) дефинисаном процедуром CPR-WWA и б) симулационим експериментима за услове:  $\psi = 0, \theta = 0$  и  $\varphi = 0$ .

Поређењем ове две фигуре, уочава се њихова подударност, а тиме и потврда да генерисана процедура CPR-WWA даје реалне резултате. Са ових слика се види да је за случај  $\psi = 0, \theta = 0$  и  $\varphi = 0$  и одабрани Актуатор 1 из Табеле 7.1 изводљиви радни простор 100% у односу на геометријски радни простор са Сл. 7.2.

### 7.1.1.2 Пример 2: Анализа изводљивог радног простора за $\psi = 0.5 \text{ rad}, \theta = 0.5 \text{ rad}$ и $\varphi = 0.5 \text{ rad}$

Овај пример је урађен под идентичним условима и са истим параметрима CPR-8 система као и претходни пример са једином разликом у оријентацији носача терета која је у овом случају  $\psi = 0.5 \text{ rad}, \theta = 0.5 \text{ rad}$  и  $\varphi = 0.5 \text{ rad}$ . Током анализе изводљивог радног простора оријентација је константна, тако да је  $\dot{\psi} = \dot{\theta} = \dot{\varphi} = 0$ . Резултат примењене процедуре CPR-WWA је изводљиви радни простор носача терета CPR-8 система приказан на Сл. 7.4а). На Сл. 7.4б) је приказан изводљиви радни простор добијен као резултат симулационих резултата. Са Сл. 7.4 је евидентно да је са одабраном оријентацијом носача терета изводљиви радни простор смањен у односу на претходни пример. Дефинисана процедура CPR-WWA је очитала да је радни простор смањен на 84.72% у односу на укупни геометријски радни простор носача терета CPR-8 система. Симулациони резултати су потврдили резултат добијен новом процедуром што се види из евидентне сличности између Сл. 7.4а) и 7.4б).



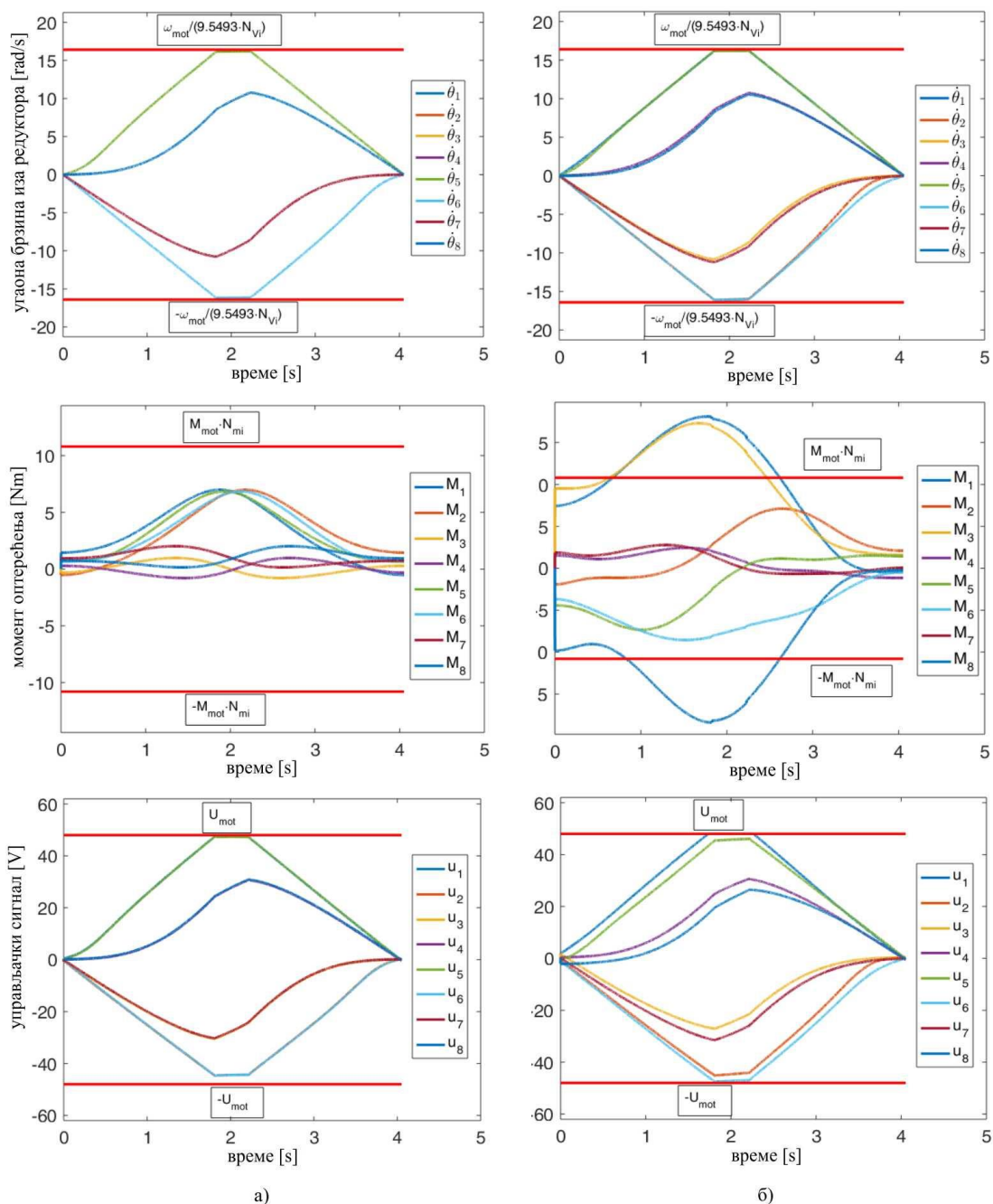
Слика 7.4 – Изводљиви радни простор носача терета CPR-8 система генерисан: а) дефинисаном процедуром CPR-WWA и б) симулационим експериментима за услове:  $\psi = 0.5 \text{ rad}, \theta = 0.5 \text{ rad}$  и  $\varphi = 0.5 \text{ rad}$ .

Да би се:

- I) показао начин генерисања резултата са Сл. 7.3б) и Сл. 7.4б) и
- II) да би се ови резултати међусобно упоредили,

биће приказани симулациони резултати за само једну линијску трајекторију из геометријског радног простора од тачке  $O''$  до тачке  $F''$ . Овај покрет је означен плавом бојом на Сл. 7.3б) и Сл. 7.4б).

Упоредни резултати су дати на Сл. 7.5. Треба нагласити да су симулациони резултати изведени у истим условима и за исте параметре CPR-8 система, само је различитост у оријентацији носача терета. Пример а) са Сл. 7.5 се односи на трајекторију приказану на Сл. 7.3б), док се пример б) са Сл. 7.5 односи на трајекторију са Сл. 7.4б). Сваки од ових примера приказује промену угаоне брзине иза редуктора, момент оптерећења иза редуктора и управљачки сигнал мотора за свих осам актуатора.



Слика 7.5 – Упоредни симулациони резултати за Ојлерове углова: а)  $\psi = 0, \theta = 0$  и  $\varphi = 0$  и б)  $\psi = 0.5 \text{ rad}, \theta = 0.5 \text{ rad}$  и  $\varphi = 0.5 \text{ rad}$ .

У примеру а) се види да све ове величине задовољавају услове дефинисане једначинама (7.9), (7.11) и (7.13). То значи да ова трајекторија припада изводљивом



радном простору CPR-8 система и то се види на Сл. 7.3б). За разлику од примера под а) са Сл. 7.5, у примеру под б) са исте слике се види да моменти оптерећења  $M_1$ ,  $M_3$  и  $M_8$  не испуњавају услов дефинисан једначином (7.11) и одабрани актуатори не задовољавају захтеве под којима је трајекторија извршена. Тако да ова трајекторија само делимично припада изводљивом радном простору CPR-8 система, што се види на Сл. 7.4б).

Изводљиви радни простор приказан на Сл. 7.3б) и 7.4б) је добијен управо на овај начин – извршавањем већег броја линијских трајекторија на различитим нивоима  $u$ :  $x$ ,  $y$ ,  $z$  координатном систему. На тај начин се добија да је за пример са Сл. 7.3б) изводљиви радни простор идентичан геометријском радном простору дефинисаном на Сл. 7.2. За пример са Сл. 7.4б) је добијено да је изводљиви радни простор видљиво умањен у односу на геометријски радни простор са Сл. 7.2. Такође, генерално може да се закључи (за Сл. 7.3 и 7.4) да су симулациони резултати потврдили валидност новодефинисане процедуре CPR-WWA за анализу и синтезу изводљивог радног простора носача терета CPR-8 система. Треба нагласити да је ова процедура тестирана на CPR-8 систему, али да иста може бити примењена на различитим кабловски вођеним системима и уз мале модификације на другим роботским механизмима.

У следећем делу ове дисертације ће бити дефинисана нова методологија за избор актуатора CPR-8 система на основу захтева корисника и расположиве базе података актуатора.

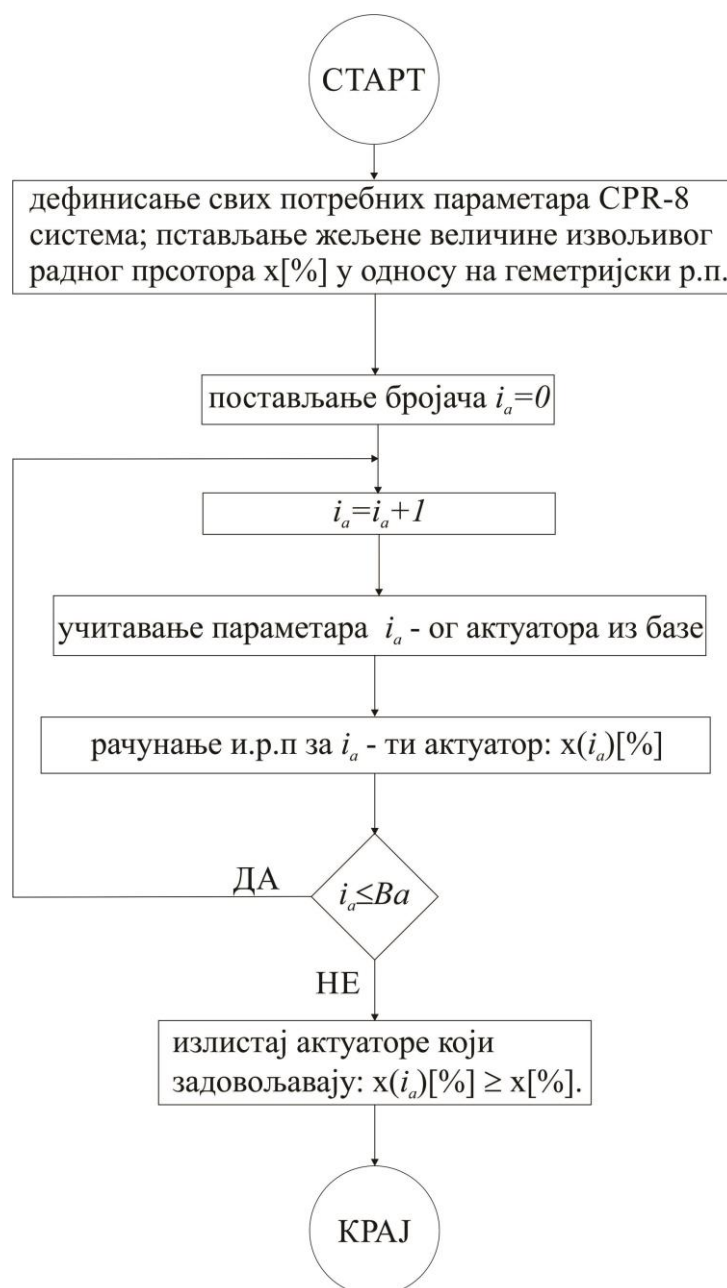
## 7.2 Методологија за избор актуатора CPR-8 система - CPR-ACM

Пошто је у претходном делу ове Главе развијена процедура CPR-WWA за анализу и синтезу изводљивог радног простора носача терета CPR-8 система која обухвата динамику и параметре актуатора, то отвара даље могућности за развој методологије за избор актуатора CPR-8 система. Методологија која ће бити приказана у овом делу Главе 7 може бити примењена на различитим CPR системима, али ће овде бити демонстрирана на CPR-8 систему. Ова методологија носи назив CPR-ACM (CPR-Actuator Choice Methodology) и идеја је да се кроз њу повежу инжењерска знања из ове области са теоријским знањима развијеним у претходном делу ове Главе. Пошто је процедура CPR-WWA за анализу и синтезу радног простора настала применом једначине (6.29) која обухвата динамику кретања комплетног CPR-8 система заједно са актуаторима, сада може да се генерише методологија која би систематски испитивала употребљивост низа актуатора чији су каталогски параметри чувани у бази података. Методологија би по програмској логици направила селекцију између расположивих актуатора у зависности од низа постављених захтева корисника и знања и имагинације дизајнера изабрала одговарајући актуатор. При овом избору се претпоставља употреба процедуре CPR-WWA развијене у претходном делу ове Главе. При развоју ове методологије се показује висока сложеност CPR-8 система, актуатора и великог броја осталих параметара који су међусобно снажно спрегнути. Због те сложености је посебно значајан развој методологије CPR-ACM која узима у обзир величине свих тих параметара који утичу на величину изводљивог радног простора.

Методологија CPR-ACM обухвата:



1. кинематички модел CPR-8 система,
2. динамички модел CPR-8 система и
3. процедуру CPR-WWA за анализу и синтезу радног простора носача терета CPR-8 система.



Слика 7.6 – Дијаграм тока методологије CPR-АСМ.

Дијаграм тока методологије CPR-АСМ је приказан на Сл. 7.6. На почетку овог дијаграма се дефинишу параметри CPR-8 система који су добијени у сагласности са захтевима корисника и дизајнера. Сви параметри система су истоветни за анализу сваког актуатора. На основу параметара система и захтева корисника неопходно је да се дефинише и жељена процентуална величина изводљивог радног простора  $x[\%]$  у односу на геометријски радни простор носача терета CPR-8 система.

У бази података се дефинише број расположивих актуатора  $V_a$  који ће бити анализирани и упоређивани при употреби новодефинисане методологије. Бројач се иницијализује као на дијаграму са Сл. 7.6. У сваком проласку кроз петљу учитавају се параметри  $i_a$  – тог актуатора и користи се процедура CPR-WWA за анализу и синтезу изводљивог радног простора  $x(i_a)[\%]$ . У сваком проласку кроз петљу се памти процентуална изводљивост радног простора повезано са типом актуатора. Овај поступак се понавља за свих  $V_a$  актуатора.

У моменту када је  $i_a = V_a$ , поступак је завршен и излиставају се сви актуатори који задовољавају следећу услов:  $x(i_a)[\%] \geq x[\%]$ . Тиме су излистани само актуатори који задовољавају захтеве корисника и препоруке дизајнера.

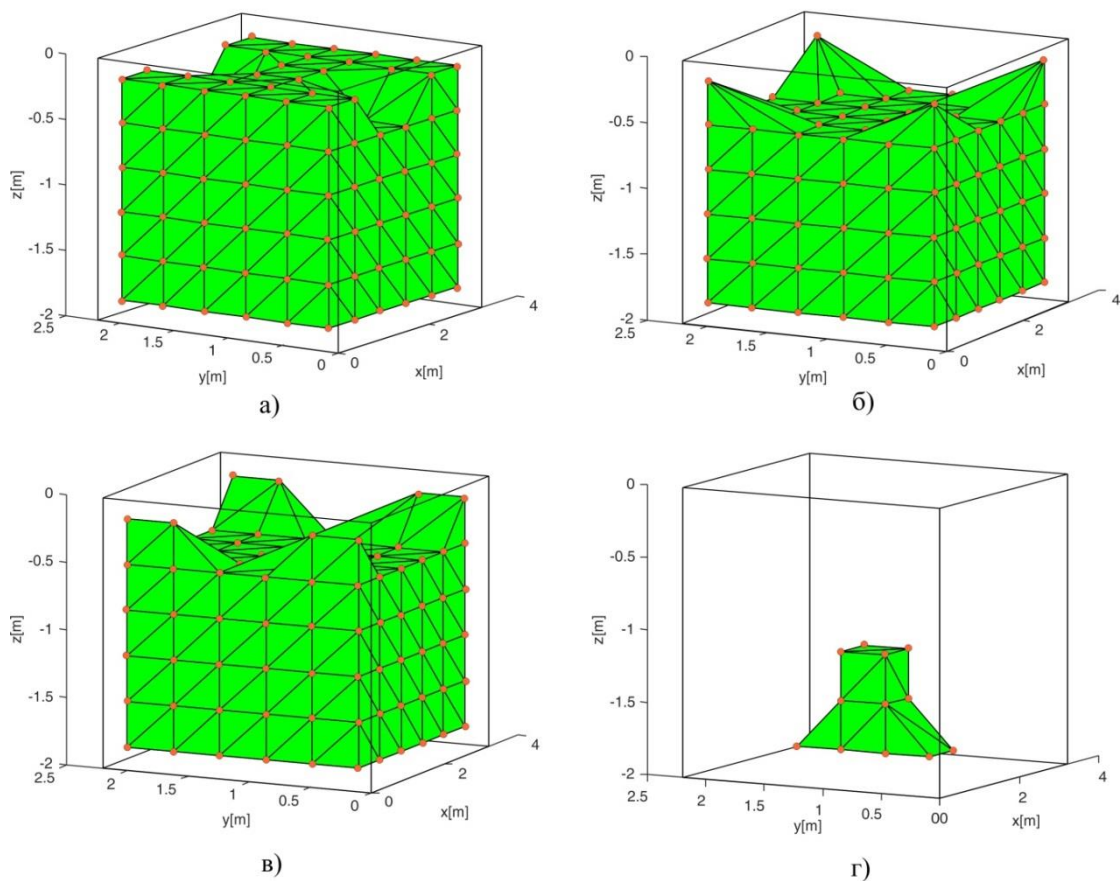
### 7.2.1 Студија случаја: Примена методологије CPR- ACM на CPR-8 систему

Да би се детаљније објаснила методологија CPR-ACM, биће приказан један пример одабира актуатора за CPR-8 конфигурацију. Употребљени су параметри CPR-8 система дефинисани у претходним деловима ове Главе: под-секције 7.1.1 и 7.1.1.1, док су каталошки параметри потенцијалних актуатора дати у Табели 7.1. Може да се види ја број актуатора  $V_a=5$ . Нека се претпостави да корисник захтева изводљиви радни простор система у износу од  $x[\%]=90[\%]$  у односу на геометријски радни простор дат на Сл. 7.2. Изводљиви радни простор добијен употребом актуатора 1 из Табеле 7.1 је приказан на Сл. 7.3а) и види се да он износи  $x(1)[\%]=100[\%]$ . Изводљиви радни простори за CPR-8 систем који користи актуаторе 2, 3, 4 и 5 су дати на Сл. 7.7а), 7.7б), 7.7в) и 7.7г), респективно.

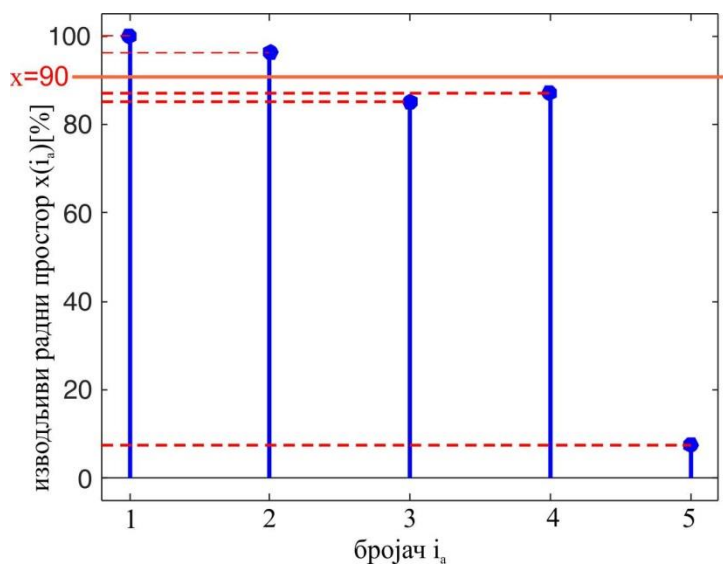
Ове слике визуелно показују смањење изовљивог радног простора, а њихова процентуална вредност је приказана у Табелели 7.2. Ради јасноће излагања, овај резултат је и графички приказан на Сл. 7.8. Из приказаних резултата може да се види да једино актуатори 1 и 2 испуњавају услове задате од стране корисника и то је маркирано сивом бојом у Табели 7.2 и приказано је такође на Сл. 7.8.

Табела 7.2 – Резултати добијени применом методологије CPR-ACM.

|                                                                                | Актуатор 1<br>( $i_a = 1$ ) | Актуатор 2<br>( $i_a = 2$ ) | Актуатор 3<br>( $i_a = 3$ ) | Актуатор 4<br>( $i_a = 4$ ) | Актуатор 5<br>( $i_a = 5$ ) |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Изводљиви радни простор $x(i_a)[\%]$ за $\psi = 0, \theta = 0$ и $\varphi = 0$ | 100                         | 96.3                        | 85.19                       | 87.04                       | 7.41                        |
| Приказан на                                                                    | Сл. 7.5а)                   | Сл. 7.9а)                   | Сл. 7.9б)                   | Сл. 7.8в)                   | Сл. 7.9г)                   |



Слика 7.7 – Добијени изводљиви радни простор за актуатор: а) 2, б) 3, в) 4 и г) 5.



Слика 7.8 – Упоредни приказ изводљивог радног простора употребом различитих актуатора.

Методологија за избор актуатора CPR-ACM је базирана на математичком моделу CPR-8 система. Добра формулација математичког модела и феномена који карактеришу CPR-8 систем је предуслов да се добије што реалнији изводљиви радни простор. На тај

начин се обезбеђује значајна помоћ дизајнеру CPR-8 система при одабиру актуатора. Наравно, уз мале модификације могуће је употребити методологију CPR-АСМ за било који роботски или неки други служени механизам. Ово даје на вредности овој методологији и њена употреба на различитим системима ће бити тестирана кроз будућа истраживања.

## Глава 8

### Пројектовање управљачке структуре за CPR систем егзактном линеаризацијом

У овој Глави дисертације је дефинисана нова управљачка структура за једну одабрану конфигурацију CPR система. Пројектована је управљачка структура егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата. За дефинисање управљачке структуре и њену анализу је одабран RSCPR систем који је приказан на Сл. 2.1. Детаљан поступак дефинисања математичког модела овог система је дат у Глави 3 ове дисертације и у [67]. Да би се успешно дефинисала нова управљачка структура, у овој Глави дисертације је првобитно дефинисан измењени облик математичког модела система, односно приказан је математички модел система у простору стања. Затим је дефинисана нова управљачка структура која је након тога анализирана преко одговарајућих симулационих поставки. Резултати приказани у овој Глави дисертације су инспирисани резултатима из [109]-[112].

#### 8.1 Математички модел RSCPR система у простору стања

У Глави 3 ове дисертације је приказан детаљан математички модел RSCPR система. Овај систем је према Сл. 2.1 приказан за надгледање фудбалске утакмице у тродимензионалном простору а може бити употребљен и у друге сврхе. Носач камере се преко ужади, која се намотавају (одмотавају) на чекрке актуаторских подсистема, креће у простору. Кретање носача камере у тродимензионалном простору захтева координирано кретање актуатора RSCPR система. Овај систем има три степена слободе и погођен је са три актуатора, што значи да је нередундантан. Сваки чекрк намотава (одмотава) по једно уже.

У Глави 3 ове дисертације је дат укупан математички модел овог система у облику (види једначине 3.21 и 3.22):

$$u = G_v \ddot{\phi} + L_v \dot{\phi} + S_v (J^T)^{-1} F, \quad (8.1)$$

где су параметри:  $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ ,  $G_{v(3 \times 3)} = \text{diag } G_{vi}$ ,  $\ddot{\phi} = [\ddot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_2 \ \ddot{\theta}_3]^T$ ,  $L_{v(3 \times 3)} = \text{diag } L_{vi}$ ,  $S_{v(3 \times 3)} = \text{diag } S_{vi}$  дефинисани у Глави 3 ове дисертације.  $J$  је Јакобијева матрица која пресликава брзину кретања носача камере  $\dot{p} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  у брзину кретања осовине актуатора  $\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$  и функционално је зависна од спољашних координата  $p$ :

$$\dot{\phi} = J \dot{p}, J = J(p). \quad (8.2)$$

Такође, у једначини (8.1) се помиње и величина  $F = [F_x \ F_y \ F_z]^T$  која представља силу по компонентама у:  $x$ ,  $y$ ,  $z$  правцу Картезијанског координатног система постављеног у тачки  $O$ , види Сл. 2.1. Ова сила је дата једначином:

$$F = m(\ddot{p} + a_{cc}) + P_p. \quad (8.3)$$

Први члан силе  $F$  описује инерицијалну силу носача камере и утицај гравитације  $a_{cc} = [0 \ 0 \ -g]^T$  на носач камере, док је  $P_p$  поремећајна сила. Маса носача камере је

означена са  $m$ . Треба нагласити да у Јакобијевој матрици фигуришу, поред осталих параметара, и полупречници сва три чекрка:  $R_i (i = 1,2,3)$ . Полупречници чекрка представљају битан параметар и они значајно утичу на динамички одзив RSCPR система. На овај начин је само укратко дат опис математичког модела RSCPR система из Главе 3 ове дисертације.

Ради конструисања нове управљачке структуре, потребно је математички модел (8.1) приказати у простору стања, односно потребно је извршити његову модификацију. Уврштавањем израза са силу (8.3) у израз (8.1), добија се облик једначине 8.4. Груписани су сабирци силе на одговарајући начин према потреби приказа математичког модела.

$$u = G_v \ddot{\phi} + L_v \dot{\phi} + m S_v (J(p)^T)^{-1} \ddot{p} + S_v (J(p)^T)^{-1} (m a_{cc} + P_p). \quad (8.4)$$

Диференцирањем једначине (8.2) добија се:

$$\ddot{\phi} = J(p) \dot{p} + J(p) \ddot{p}, \quad (8.5)$$

одакле се  $\ddot{p}$  може изразити на следећи начин:

$$\ddot{p} = J(p)^{-1} (\ddot{\phi} - J(p) \dot{p}). \quad (8.6)$$

Први извод Јакобијевој матрице по времену може да се изрази преко извода по позицији  $p$  и извода позиције по времену:

$$J(p) = \frac{dJ(p)}{dt} = \frac{\partial J(p)}{\partial p} \cdot \begin{bmatrix} \dot{p} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{p} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{p} \end{bmatrix}. \quad (8.7)$$

Уврштавање (8.7) у (8.6) добија се:

$$\ddot{p} = J(p)^{-1} \left( \ddot{\phi} - \frac{\partial J(p)}{\partial p} \cdot \begin{bmatrix} \dot{p} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{p} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{p} \end{bmatrix} \cdot \dot{p} \right). \quad (8.8)$$

Може да се напише упрошћени облик једначине (8.8) ако се уведу следеће променљиве:

$$K(p) = \frac{\partial J(p)}{\partial p}, \quad (8.9)$$

$$M(\dot{p}) = \begin{bmatrix} \dot{p} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{p} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{p} \end{bmatrix} \cdot \dot{p} = [(\dot{x})^2 \dot{x} \dot{y} \dot{x} \dot{z} \dot{x} \dot{y} (\dot{y})^2 \dot{y} \dot{z} \dot{x} \dot{z} \dot{y} \dot{z} (\dot{z})^2]^T. \quad (8.10)$$

Тако да једначина (8.8) може да се напише у следећем облику:

$$\ddot{p} = J(p)^{-1} (\ddot{\phi} - K(p) M(\dot{p})), \quad (8.11)$$

На основу једначине (8.2), може да се напише инверзна релација за израчунавање брзине кретања носача камере  $\dot{p}$ :

$$\dot{p} = J(p)^{-1} \dot{\phi}. \quad (8.12)$$

Ако се израз (8.12) уврсти у (8.11), добија се:

$$\ddot{p} = J(p)^{-1} (\ddot{\phi} - K(p) M(J(p)^{-1} \dot{\phi})). \quad (8.13)$$

Уврштавањем једначине (8.13) у математички модел RSCPR система (8.4) добија се следећа једначина:

$$u = (G_v + mS_v(J(p)^T)^{-1}J(p)^{-1})\ddot{\phi} + L_v\dot{\phi} - mS_v(J(p)^T)^{-1}J(p)^{-1}K(p)M(J(p)^{-1}\dot{\phi}) + S_v(J(p)^T)^{-1}(ma_{cc} + P_p). \quad (8.14)$$

Ако се дефинише еквивалентна инверзија са следећим изразом:

$$N(p) = (J(p)^T)^{-1}J(p)^{-1} = (J(p)J(p)^T)^{-1}, \quad (8.15)$$

и ако се иста замени у једначину (8.14) може да се пише:

$$u = (G_v + mS_vN(p))\ddot{\phi} + L_v\dot{\phi} - mS_vN(p)K(p)M(J(p)^{-1}\dot{\phi}) + S_v(J(p)^T)^{-1}d, \quad (8.16)$$

где је сада  $d$  означен као вектор поремећаја дефинисан збиром гравитационе и поремећајне силе:

$$d = ma_{cc} + P_p. \quad (8.17)$$

У следећем кораку се усваја вектор стања на следећи начин:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [p \ \phi \ \dot{\phi}]^T = \begin{bmatrix} x & y & z & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 \\ \underbrace{\phantom{x}}_{x_1^T} & \underbrace{\phantom{y}}_{x_2^T} & \underbrace{\phantom{z}}_{x_3^T} \end{bmatrix}^T. \quad (8.18)$$

Једначине простора стања RSCPR система могу се, на основу једначина (8.12) и (8.16), написати у облику:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1)x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= f_{31}(x_1)x_3 + f_{32}(x_1, x_3) + g_3(x_1)u + \gamma_3(x_1)d, \end{aligned} \quad (8.19)$$

где су изрази за означене векторске функције следећи:

$$\begin{aligned} g_3(x_1) &= (G_v + mS_vN(x_1))^{-1} \\ f_1(x_1) &= J(x_1)^{-1}(x_1) \\ f_{31}(x_1) &= -g_3(x_1)L_v \\ f_{32}(x_1, x_3) &= g_3(x_1)mS_vN(x_1)K(x_1)M(J(x_1)^{-1}x_3) \\ \gamma_3(x_1) &= -g_3(x_1)S_v(J(x_1)^T)^{-1} \end{aligned} \quad (8.20)$$

Потпуни матрични запис једначина стања је:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \gamma(x)d, \quad (8.21)$$

где су припадајуће компоненте једначине (8.21) у следећем облику:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1)x_3 \\ x_3 \\ f_{31}(x_1)x_3 + f_{32}(x_1, x_3) \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \\ g_3(x_1) \end{bmatrix}, \gamma(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \\ \gamma_3(x_1) \end{bmatrix}. \quad (8.22)$$

Математички модел RSCPR система је на овај начин доведен у одговарајућу форму за примену и генерисање управљачке структуре што ће бити дато у даљем тексту дисертације.

## 8.2 Пројектовање управљачке структуре егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата

У овом делу Главе 8 ће бити дат поступак креирања управљачке структуре за RSCPR систем извршене егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата. Ради јасноће излагања, овај поступак ће бити подељен у три фазе.

### 8.2.1 Прва фаза – feedback линеаризација

На основу израза (8.13) и дефинисаних елемената вектора стања (8.18), могуће је написати следећу једначину:

$$J(x_1)\ddot{p} = \ddot{\phi} - K(x_1)M(J(x_1)^{-1}x_3) = \ddot{\phi} - K(x_1)M(x_1, x_3). \quad (8.23)$$

Даљим уврштавањем  $\ddot{\phi}$  из (8.16), сменом стања дефинисаних једначином (8.18) и занемаривањем вектора поремећаја  $d$  добија се једначина:

$$J(x_1)\ddot{p} = g_3(x_1)[-L_v x_3 + mS_v N(x_1)K(x_1)M(x_1, x_3) + u] - K(x_1)M(x_1, x_3). \quad (8.24)$$

Множењем израза (8.24) са функцијом  $g_3(x_1)^{-1}$  са леве стране следи једначина:

$$g_3(x_1)^{-1}J(x_1)\ddot{p} = -L_v x_3 + mS_v N(x_1)K(x_1)M(x_1, x_3) + u - g_3(x_1)^{-1}K(x_1)M(x_1, x_3). \quad (8.25)$$

Ако се изабере следећи закон управљања из једначине (8.25):

$$\begin{aligned} u &= L_v x_3 - mS_v N(x_1)K(x_1)M(x_1, x_3) + g_3(x_1)^{-1}K(x_1)M(x_1, x_3) + g_3(x_1)^{-1}J(x_1)v \\ &= L_v x_3 + G_v K(x_1)M(x_1, x_3) + (G_v + mS_v N(x_1))J(x_1)v, \end{aligned} \quad (8.26)$$

онда се једначина (8.25) своди на:

$$\ddot{p} = v, \quad (8.27)$$

тј. врши се егзактна линеаризација RSCPR система од новоуведеног управљачког улаза  $v$  до излаза  $y=p$ . Односно врши се декупловање система на три одвојена канала, од којих сваки представља двоструки интегратор, као објекат управљања ( $v_1 \rightarrow p_1 = x, v_2 \rightarrow p_2 = y, v_3 \rightarrow p_3 = z$ ).

### 8.2.2 Друга фаза – пројектовање контролера за канале – двоструке интеграторе

Имајући у виду једначину (8.27), за сваку појединачну компоненту важи:

$$\ddot{p}_j = v_j, \quad j = 1, 2, 3. \quad (8.28)$$

У простору грешке праћења референтне вредности дефинисаном као:

$$er = [e_1 \ e_2]^T = [p_j - p_{j \text{ ref}} \ \dot{p}_j - \dot{p}_{j \text{ ref}}]^T, \quad (8.29)$$

једначина модела простора стања гласи:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= v_j - \dot{p}_{j \text{ ref}} \end{aligned} \quad (8.30)$$

Увођењем интеграла грешке праћења једначином:

$$e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau, \quad (8.31)$$

добија се проширени вектор грешке:

$$err = [e_0 \ e_1 \ e_2]^T, \quad (8.32)$$



за који је простор стања описан као:

$$\begin{aligned} \dot{e}_0 &= e_1 \\ \dot{e}_1 &= e_2 \\ \dot{e}_2 &= v_j - \ddot{p}_{j\text{ref}} \end{aligned} \quad (8.33)$$

Ако се изабере следећи облик управљачке структуре:

$$v = -K_i e_0 - K_p e_1 - K_d e_2 + \ddot{p}_{j\text{ref}}, \quad (8.34)$$

онда се обезбеђује да једначина (8.33) добије (линеарну) каноничну форму и да се жељене позиције положаја тог система затворене спреге могу остварити избором коефицијената  $K_p, K_i, K_d$ :

$$f(s) = s^3 + K_d s^2 + K_p s + K_i, \quad (8.35)$$

где избор може да буде:

$$f(s) = (s + 3\omega_0)^3, \quad (8.36)$$

који реализује пропусни опсег регулације позиције у износу  $\omega_0$ .

### 8.2.3 Трећа фаза - имплементација

Посматрајући израз за feedback-линеаризациони закон управљања (8.26) уочава се његова комплексност. Може да се усвоји да утицај брзине спољашњих координата  $\dot{p}$  на убрзање унутрашњих координата  $\ddot{\phi}$  у изразу (8.5) представља поремећај и може да се изостави из креирања закона управљања следећом апроксимацијом:

$$K(x_1)M(x_1, x_3) \approx 0. \quad (8.37)$$

Ако се апроксимација (8.37) примени на израз (8.26), добија се поједностављена варијанта feedback-линеаризационог закона управљања:

$$u = L_v x_3 + (G_v + mS_v N(x_1))J(x_1)v. \quad (8.38)$$

Уврштавањем дефиниција (8.30) и (8.31) компоненти проширеног вектора стања у једначину (8.34), добија се PID форма закона управљања за декупловане канале компоненти позиције:

$$v_j = K_{pj}(p_{j\text{ref}} - p_j) + K_{ij} \int_0^t (p_{j\text{ref}} - p_j) d\tau + K_{dj}(\dot{p}_{j\text{ref}} - \dot{p}_j) + \ddot{p}_{j\text{ref}}, j = 1, 2, 3. \quad (8.39)$$

Закон управљања (8.39) може да се прошири anti-windup шемом (једна од стандардних за PID регулацију линеарних система) па се добија:

$$\begin{aligned} v_j &= K_{pj}(p_{j\text{ref}} - p_j) + \int_0^t [K_{ij}(p_{j\text{ref}} - p_j) + \omega_{aw}(v_{j\text{sat}} - v_j)] d\tau \\ &\quad + K_{dj}(\dot{p}_{j\text{ref}} - \dot{p}_j) + \ddot{p}_{j\text{ref}}, j = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (8.40)$$

где су  $v_{j\text{sat}}$  компоненте вектора  $v_{\text{sat}}$  ограниченог управљања  $v$ , као последице засићења  $u_{\text{sat}}$  укупног вектора управљања  $u$ , а  $\omega_{aw}$  представља пропусни опсег anti-windup деловања. У литератури се обично означава  $\omega_{aw} = 1/T_t$ , где  $T_t$  представља временску константу праћења [113].

Идејно, пошто feedback-линеаризациони закон управљања, било (8.26) или апроксимативни (8.38), врши трансформацију вектора  $v$  у вектор  $u$ , један могући начин

реконструкције вектора  $v_{sat}$  је помоћу инверзне релације, на основу модела засићења. Ако је имплементиран оригинални закон (8.26), онда се добија:

$$v_{sat} = J(x_1)^{-1}(G_v + mS_v N(x_1))^{-1} [sat(u) - L_v x_3 - G_v K(x_1) M(x_1, x_3)], \quad (8.40)$$

односно, за примењени апроксимативни закон управљања (8.38) се добија:

$$v_{sat} = J(x_1)^{-1}(G_v + mS_v N(x_1))^{-1} [sat(u) - L_v x_3]. \quad (8.41)$$

Дефинисањем закона управљања у овом делу Главе 8 је добијен једноставан начин њиховог подешавања, јер постоје само два подесива параметра са јасним значењем: пропусни опсег регулације позиције  $\omega_0$  и пропусни опсег anti-windup дејства  $\omega_{aw}$ , који се могу релативно лако експериментално подесити.

У овом делу Главе 8 је дефинисан нови закон управљања за RSCPR систем. Генерисана је управљачка структура егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата. У следећем делу ове Главе ће бити приказани симулациони резултати помоћу којих ће бити тестиран рад RSCPR система управљаног новим законом управљања у различито дефинисаним условима.

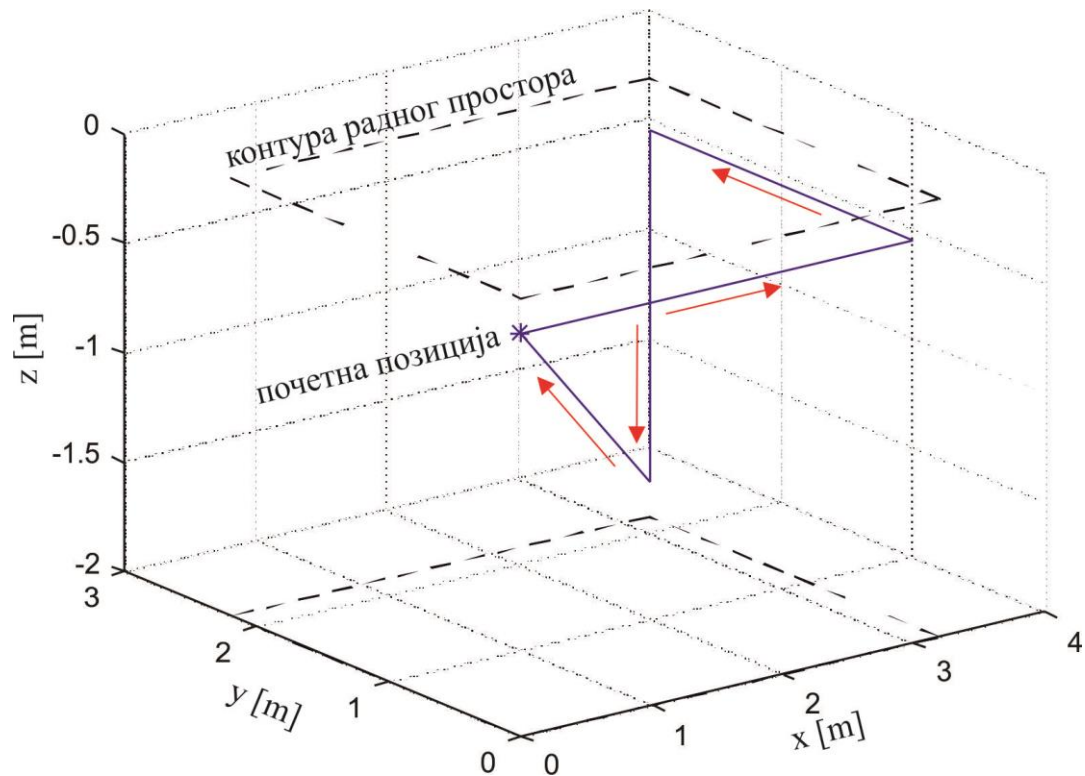
### 8.3 Симулациони резултати

У овом делу Главе 8 ће бити приказано тестирање и анализа одзива RSCPR система који је контролисан управљачком структуром која је претходно дефинисана. Биће тестирана поједностављена варијанта feedback-линеаризационог закона управљања дефинисана једначином (8.38). Као што се види из те једначине, ова управљачка структура зависи од параметара RSCPR система. Управо у овом делу Главе 8 ће бити тестирана робусност управљачке структуре за реалне параметре система који су погрешно одређени у односу на њихове референтне вредности. Првобитно ће бити анализирана управљачка структура која користи референтне параметре, а затим ће бити тестирана иста за реалне параметре који су различити од референтних. За анализу рада управљачке структуре, референтни параметри RSCPR система су следећи:  $R_i = 0.15m$  ( $i = 1,2,3$ ),  $G_{vi} = 0.1787$ ,  $L_{vi} = 3.4186$ ,  $S_{vi} = 0.364$  и  $m = 1kg$ . Максимална вредност напона на моторима износи  $U_{max} = 24V$ . Димензије радног простора камере RSCPR система су:  $d \times s \times v = 3.2m \times 2.2m \times 2.0m$ . Усвојене су следеће учестаности за дефинисање контролера:  $\omega_0 = 5rad/s$  и  $\omega_{aw} = 75rad/s$ . За тестирање оба случаја примене управљачке структуре је усвојен идентичан референтни покрет носача камере у тродимензионалном простору и он је приказан на Сл. 8.1. На слици је приказана почетна позиција и смер кретања носача камере.

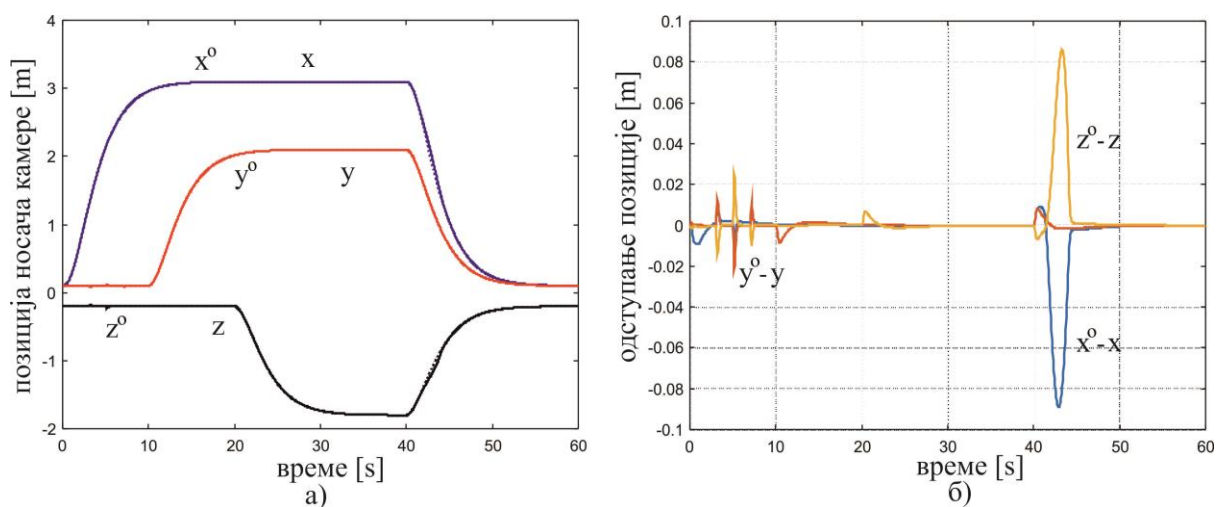
#### 8.3.1 Анализа управљачке структуре за референтне параметре RSCPR система

У овој под-секцији ће бити приказан рад RSCPR система који је управљан законом дефинисаним једначином (8.38) и када се користе референтни параметри система приликом креирања управљачке структуре. Први резултат који ће бити приказан јесте позиција носача камере у тродимензионалном простору. На Сл. 8.2а) су приказане референтне и реалне позиције носача камере током извршења задаткља у:  $x$ ,  $y$ ,  $z$  правцу док је на Сл. 8.2б) приказано одступање реалних од референтних вредности. Са ових слика се види да носач камере прати референтну путању са задовољавајућом прецизношћу. Једино веће одступање се види у другом делу трајекторије где је грешка

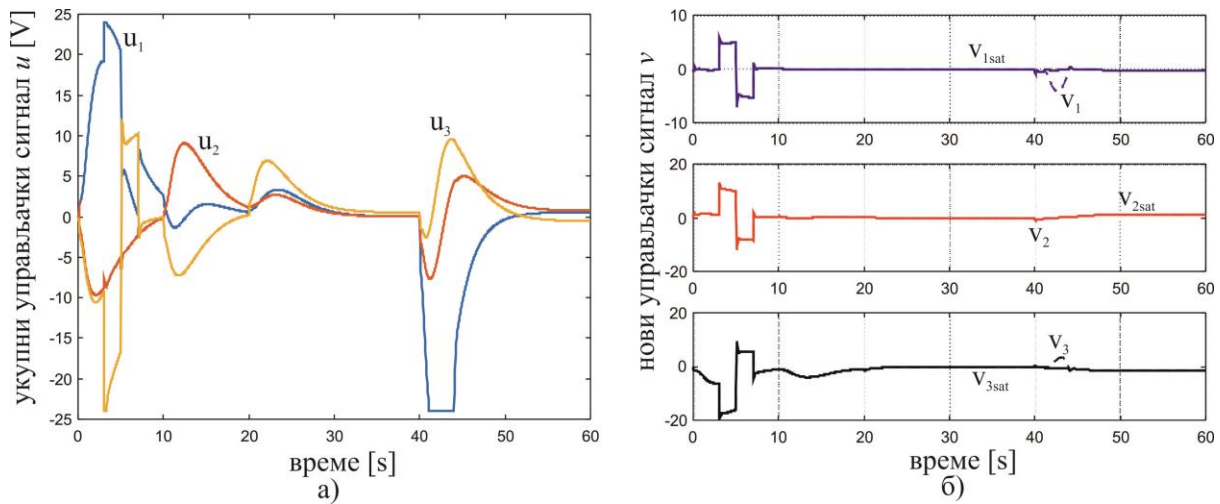
у  $x$  и  $z$  правцима око  $0.08m$ . Ово одступање настаје због немогућности актуатора да извуку референтну путању у том делу трајекторије. Ово се види на резултатима са Сл. 8.3 где су приказани управљачки сигнали добијени током рада RSCPR система. На Сл. 8.3а) су приказани укупни управљачки сигнали сва три актуатора  $u_i (i = 1,2,3)$ , док су на Сл. 8.3б) приказани сигнали спољашњег PID управљања  $v_i$ . Види се да управљачки сигнал  $u_1$  улази у засићење у одређеном тренутку извршавања трајекторије и то је управо тренутак када и долази до највеће грешке између референтне и реалне трајекторије носача камере. Дакле, овакав избор актуатора не може да изнесе покрет у том периоду, док даје задовољавајуће резултате током остатка трајекторије.



Слика 8.1 – Референтна трајекторија носача камере

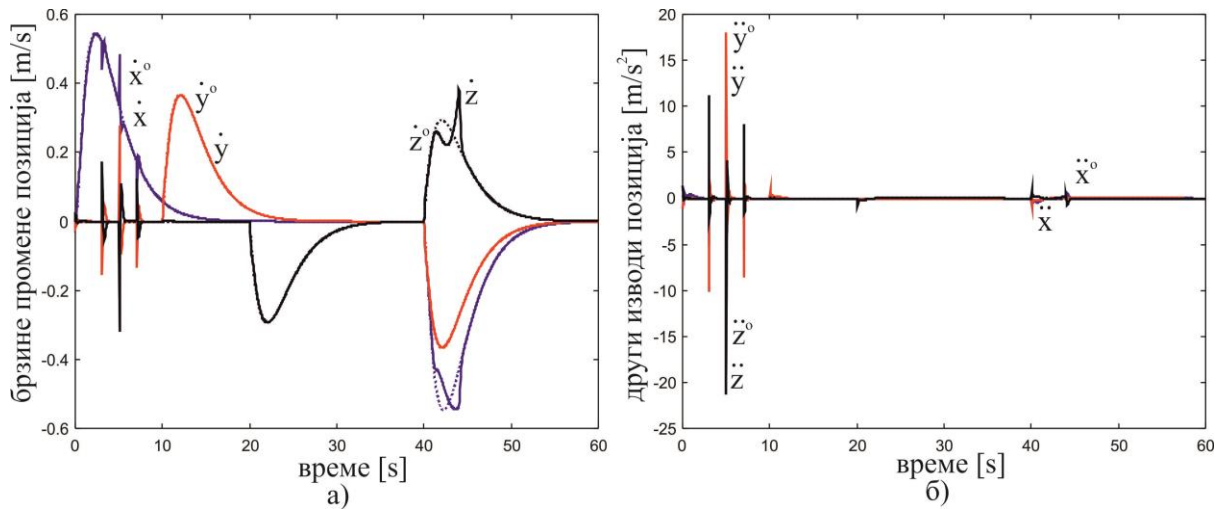


Слика 8.2 – а) Референтне и реалне позиције и б) одступање позиције носача камере.



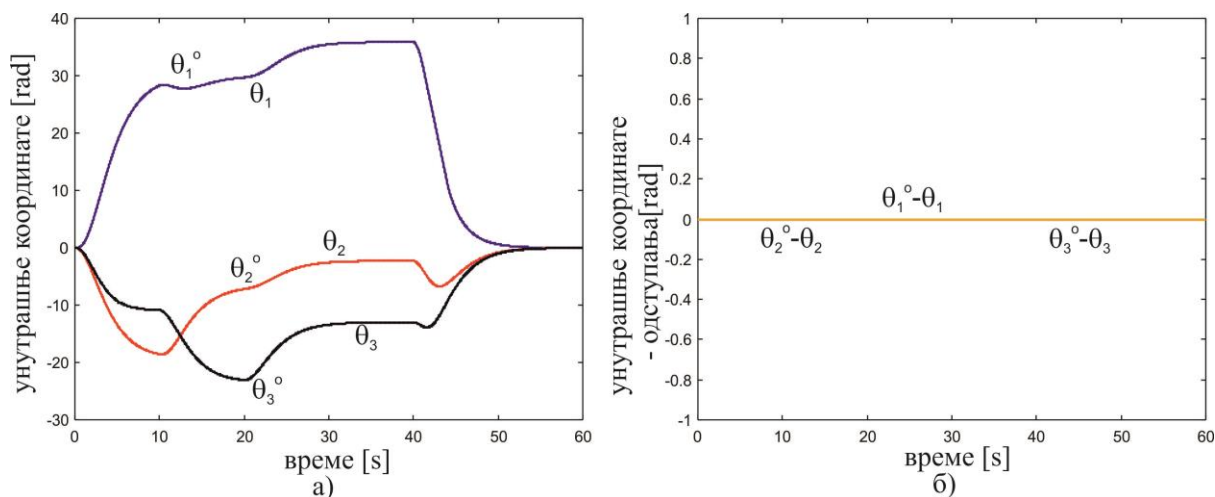
Слика 8.3 – а) Укупи управљачки сигнал и б) новонастали управљачки сигнал.

Следећи резултат је приказан на Сл. 8.4. На овој слици су приказане референтне и реалне вредности извода позиције носача камере у простору. На Сл. 8.4а) су приказани први изводи док су на Сл. 8.4б) приказани други изводи позиција. И са ових слика се такође види да проблем са праћењем референте величине настаје само када дође до засичења управљачког сигнала.



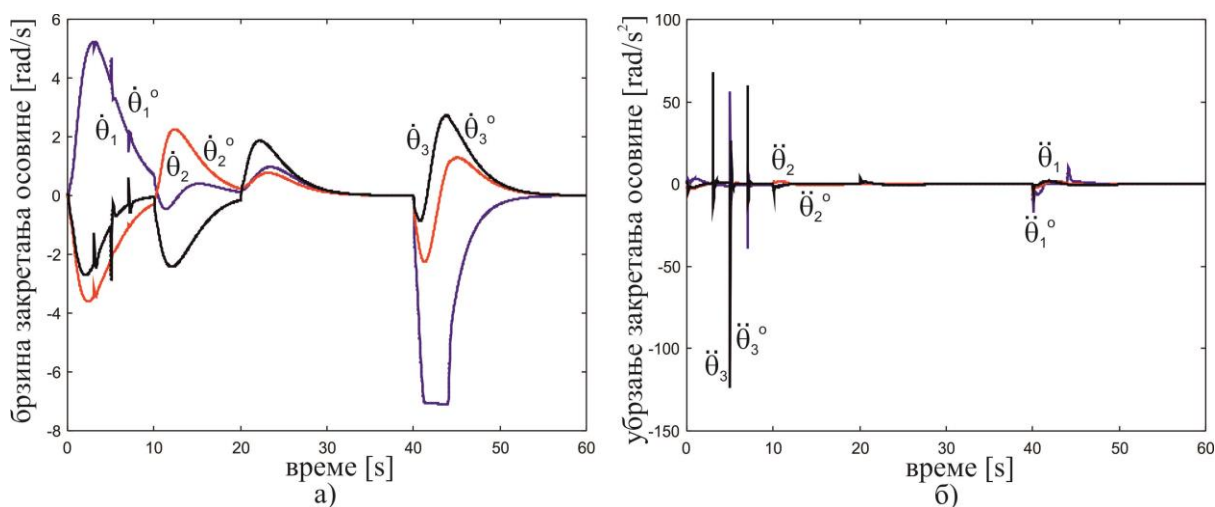
Слика 8.4 – Референтне и реалне вредности а) првог извода и б) другог извода позиције носача камере.

На следећој слици, Сл. 8.5, су приказане унутрашње координате, односно закретање осовина актуатора  $\theta_i$ . На Сл. 8.5а) су приказане референтне и реалне вредности, док су на Сл.8.5б) приказана одступања реалних од референтних вредности. Са Сл. 8.5 се види да је остварено идеално праћење ових величина. Овај резултат је последица креирање управљачке структуре чији је циљ управљање по Картезијанским координатама носача камере.



Слика 8.5 – а) Референтна и реална закретања актуатора и б) одступања закретања актуатора.

Следећа слика Сл. 8.6 приказује референтне и реалне изводе закретања осовине актуатора. На Сл. 8.6а) је приказана угаона брзина сва три актуатора, док је на Сл. 8.6б) дато убрзање сва три актуатора. Са ових слика се такође види да је остварено идеално праћење у простору унутрашњих координата.

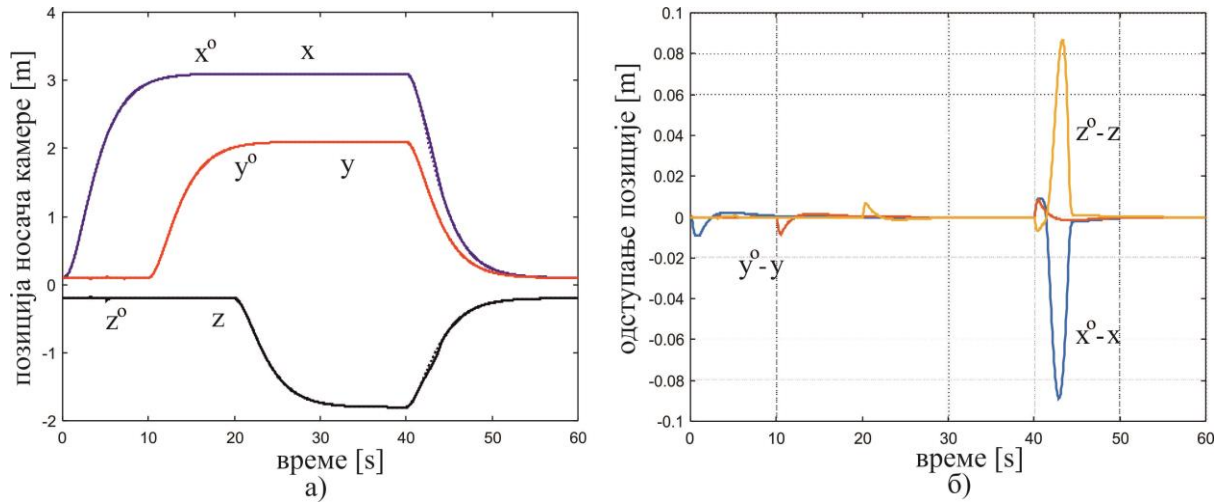


Слика 8.6 – Референтна и реална а) брзина закретања актуатора и б) убрзања закретања актуатора.

### 8.3.2 Анализа управљачке структуре за реалне параметре RSCPR система

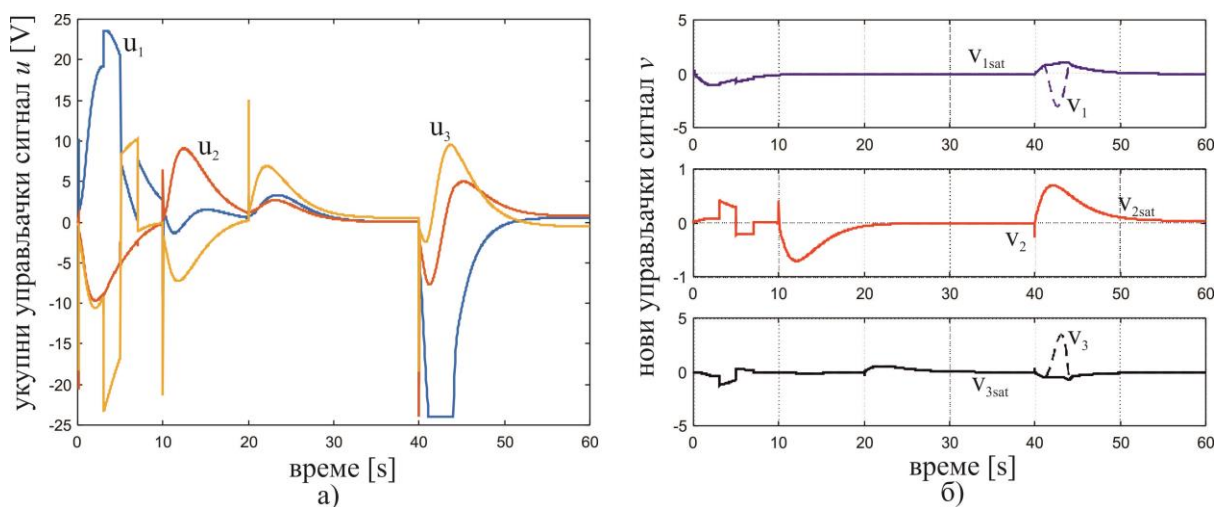
Кроз ову под-секцију ће бити приказана анализа рада RSCPR система који је такође контролисан законом дефинисаним једначином (8.38). За разлику од примера из претходне под-секције 8.3.1, у овом случају се усваја да управљачка јединица нема праву информацију о референтним параметрима система. Дакле, параметри који утичу на креирање управљачке структуре одступају од референтних вредности. Усвојено је да они имају следеће реалне вредности:  $\hat{R}_i = 0.1 \cdot R_i = 0.015m$  ( $i = 1,2,3$ ),  $\hat{G}_{vi} = 4.5 \cdot G_{vi} = 0.804$ ,  $\hat{L}_{vi} = 5.5 \cdot L_{vi} = 18.8021$  и  $\hat{m} = 2.5 \cdot m = 2.5kg$ . Кроз резултате приказане

у даљем делу ове под-секције ће се видети робусност управљачке структуре дефинисане једначином (8.38).



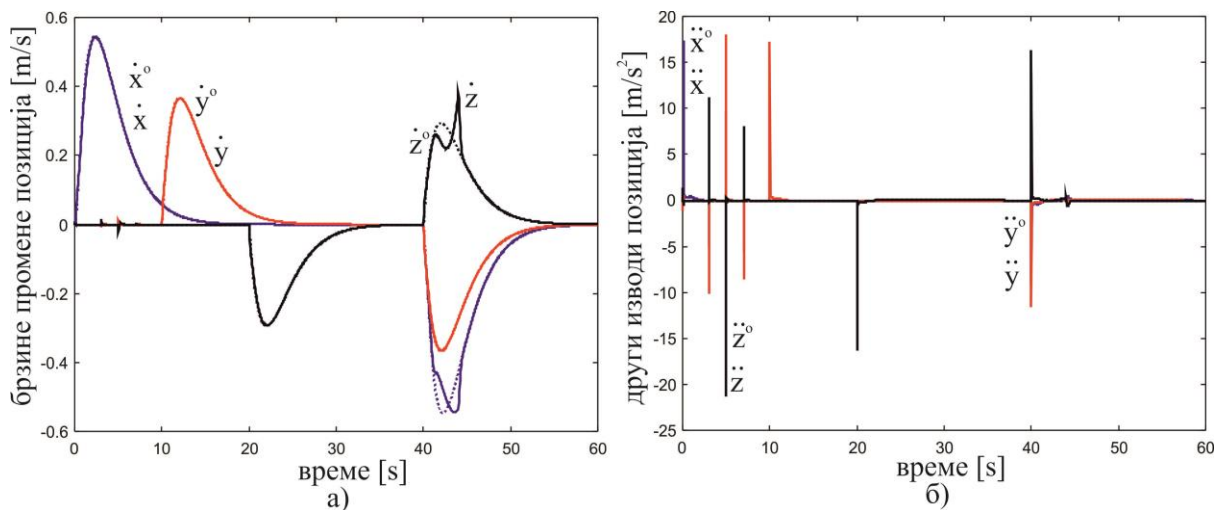
Слика 8.7 – а) Референтне и реалне позиције и б) одступање позиције носача камере за други случај.

Први резултат који ће бити приказан јесте трајекторија носача камере у тродимензионалном простору. На Сл. 8.7а) су приказане референтна и реална трајекторија носача камере у:  $x$ ,  $y$ ,  $z$  правцу док је на Сл. 8.7б) приказано одступање реалних од референтних вредности. Са Сл. 8.7 се види готово идентично понашање система у овом случају као и у претходном случају када су управљачкој јединици били познати сви референтни параметри. Види се да систем има завидно праћење током целог извршења покрета, осим у делу када управљачки сигнали достигну zasiћење, што је приказано на Сл. 8.8. Са Сл. 8.8 може да се види да поред zasiћења у које улази управљачки сигнал  $u_1$ , долази до већих скокова и код других сигнала, упореди са Сл. 8.3. Дакле, иако је управљачка структура формирана од реалних параметара, остварено је добро праћење кретања носача камере у тродимензионалном простору.



Слика 8.8 – а) Укупи управљачки сигнал и б) новонастали управљачки сигнал – други случај.

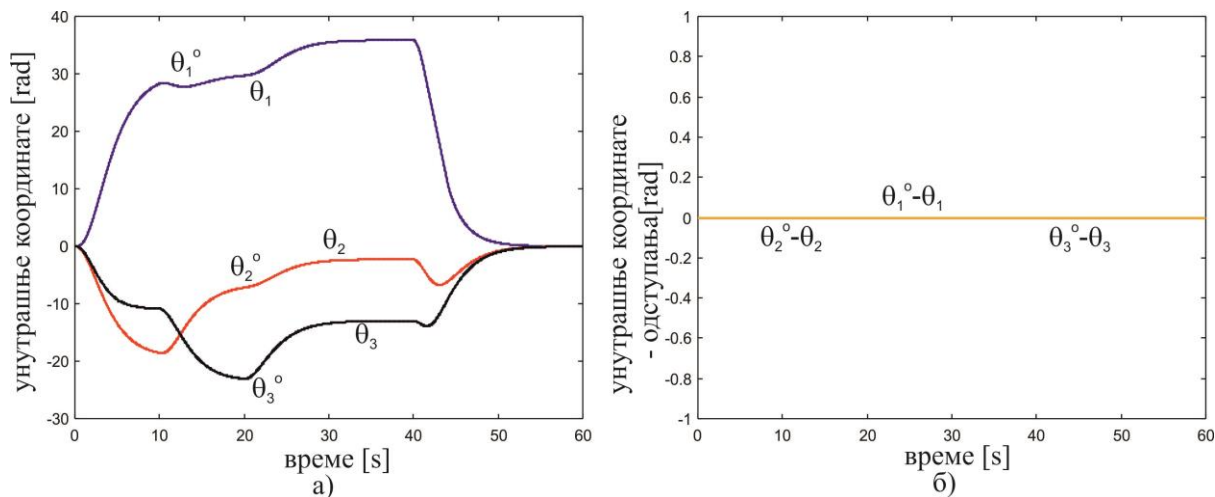




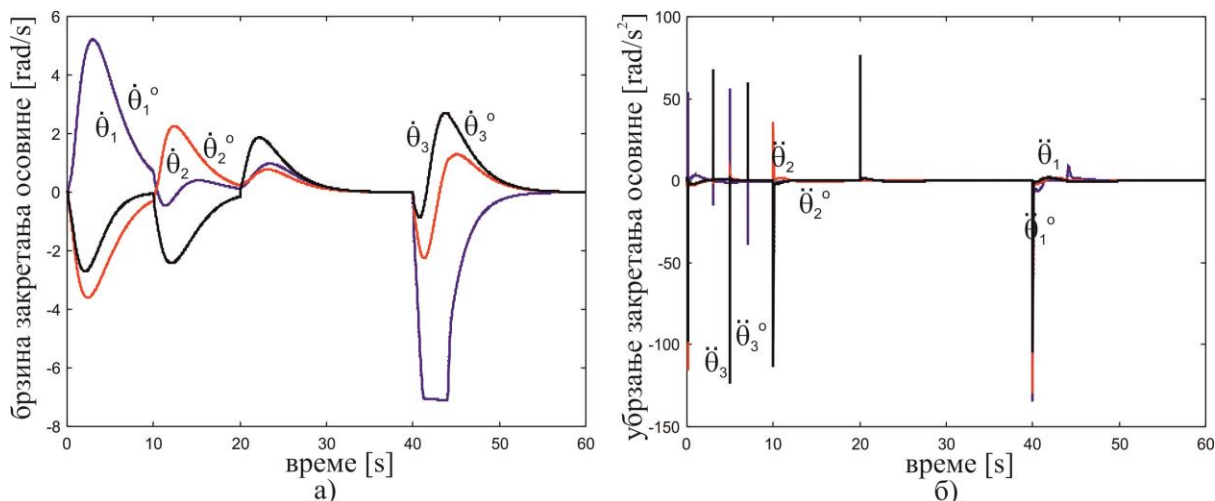
Слика 8.9 – Референтне и реалне вредности а) првог извода и б) другог извода позиције носача камере за други случај.

Следећи резултат је приказан на Сл. 8.9. На овој слици су приказане референтне и реалне вредности извода позиције носача камере у простору. На Сл. 8.9а) су приказани први изводи док су на Сл. 8.9б) приказани други изводи позиција. И са ових слика се такође види да проблем са праћењем референтне величине настаје само када дође до засичења управљачког сигнала.

На следећој слици, Сл. 8.10, су приказане унутрашње координате, односно закретање осовина актуатора  $\theta_i$ . На Сл. 8.10а) су приказане референтне и реалне вредности, док су на Сл. 8.10б) приказана одступања реалних од референтних вредности. Са Сл. 8.10 се види да је остварено идеално праћење ових величина.



Слика 8.10 – а) Референтна и реална закретања актуатора и б) одступања закретања актуатора – други случај.



Слика 8.11 – Референтна и реална а) брзина закретања актуатора и б) убрзања закретања актуатора за други случај.

Следећа слика Сл. 8.11 приказује референтне и реалне изводе закретања осовине актуатора. На Сл. 8.11а) је приказана угаона брзина сва три актуатора, док је на Сл. 8.11б) дато убрзање сва три актуатора. Са ових слика се такође види да је остварено идеално праћење у простору унутрашњих координата.

У овој Глави дисертације је приказана нова управљачка структура за CPR систем која је тестирана на одабраној RSCPR конфигурацији. Дефинисана је управљачка структура егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата. Ова управљачка структура је дефинисана параметрима система и с тога је тестирана у два случаја. Пробитно је тестиран рад система који је управљан структуром којој су познати референтни параметри система. Затим је урађена анализа рада система када управљачка структура има погрешну информацију о параметрима система и ти параметри су другачији од референтних параметара. Овом анализом се установило да управљачка структура добро ради и када су јој познати и када су јој непознати референтни параметри система. Ово је добар и интересантан резултат који може бити примењен у будућим истраживањима на различитим CPR и другим роботским системима са различитих аспеката. Појединачни утицај одступања сваког параметра на робусност управљачке структуре ће бити анализиран од стране аутора ове дисертације у будућим истраживањима.



## Глава 9

### Алгоритам за генерисање трајекторија за CPR систем са камером

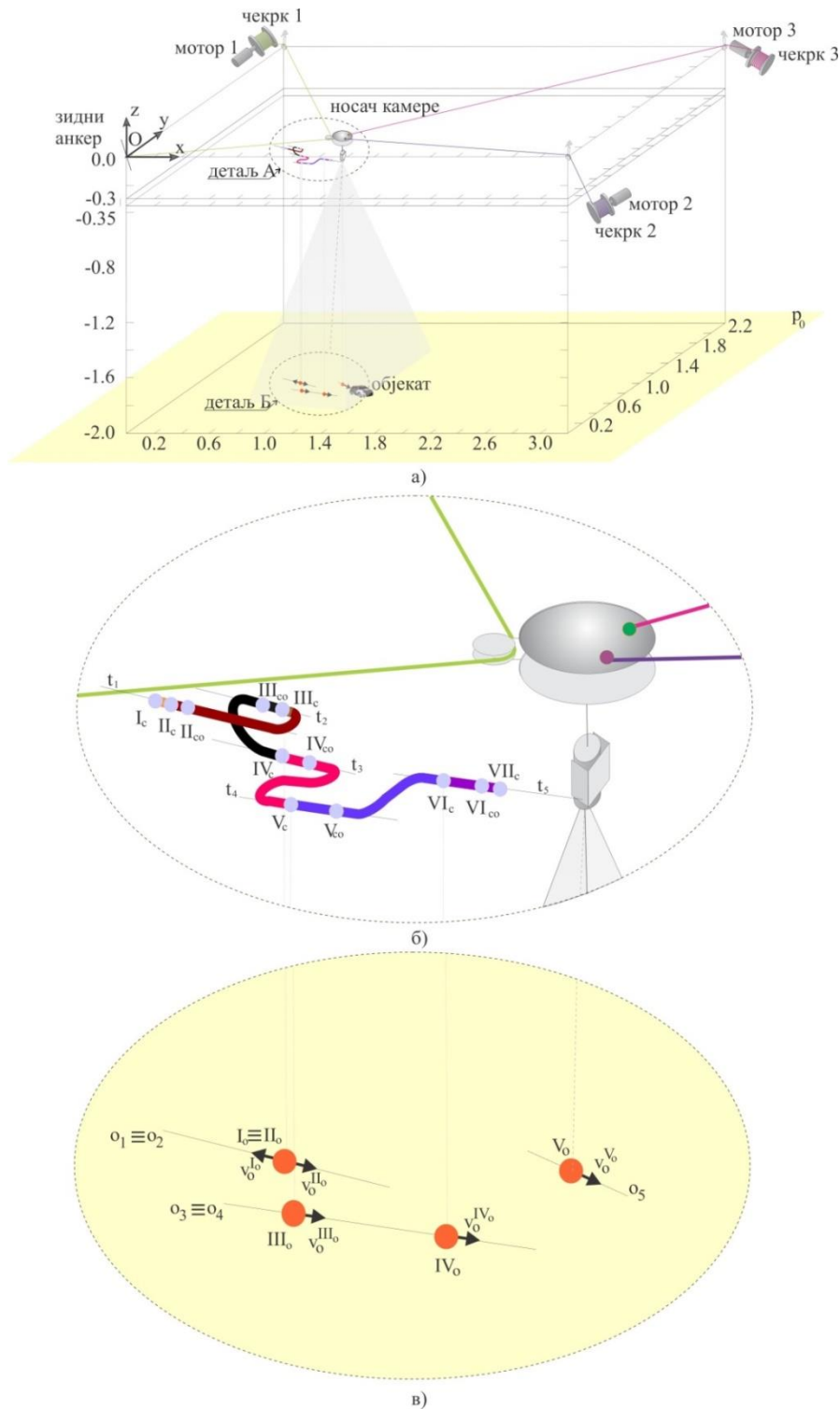
У овом делу дисертације је дефинисана процедура која се користи за генерисање глатке референтне трајекторије камере CPR система која има задатак да прати покретни објекат у реалном времену. Ова процедура носи назив CPR Trajectory Solver. Дефинисана је база података од четири примитивне трајекторије које су на располагању логици процедуре CPR Trajectory Solver током генерисања комплексне референтне трајекторије камере CPR система. Овај алгоритам је инспирисан резултатима из [114] и [115]. Аутори [114] су један део свог рада посветили генерисању трајекторије носача терета CPR система који треба да извршава различите покрете током извршавања уметничког перформанса. Креирали су комплексну трајекторију која представља спој више једноставних трајекторија. Патент из [115] се бави објектно оријентисаним кабловским системом са камером. Овај систем процесира позицију спортске лопте и аутоматски прати лопту док се она креће током игре. Изумитељи су користили чипове за праћење који су постављени на камери и на лопти и на тај начин се установљава позиција камере и објекта. Аутори патента гарантују да је лопта увек у видокругу камере. Нису дефинисали процедуру за генерисање референтне трајекторије камере током праћења лопте, што је отворило простор за истраживања која ће бити приказана у овој Глави. Прво ће бити дефинисана новонастала процедура CPR Trajectory Solver, затим ће бити приказан један пример креирања комплексне референтне трајекторије камере CPR система и праћења објекта који се креће у видокругу камере. То ће бити поткрепљено симулационим резултатима.

#### 9.1 Алгоритам за генерисање трајекторија - CPR Trajectory Solver

Овде ће бити дефинисан алгоритам за креирање трајекторија камере CPR система - CPR Trajectory Solver. Због тестирања и анализирања новог алгоритма, исти ће бити тестиран на RSCPR систему, чији је детаљан математички модел приказан у Глави 3 ове дисертације. Овај систем је приказан на Сл. 9.1а), где је дат тродимензионалан поглед на изабрани систем са камером. Алгоритам ће бити тестиран на овом систему, али исти може бити примењен и на било ком од система приказаних у Глави 2 овог рада. Због генералности решења које ће бити приказано у овој Глави, оно може бити примењено на било ком CPR систему и због тога ћемо га у будућем излагању једноставно звати CPR систем. Овај алгоритам је детаљно приказан у [116].

CPR Trajectory Solver решава проблем генерисања референтне трајекторије камере CPR система која има задатак да прати и надгледа објекат, који је унутар видокруга камере, тј. што ближе могуће централној тачки базе видокруга камере који је облика пирамиде. За решавање овог проблема, употребљени су резултати из [115] који гарантују да су позиција и брзина кретања камере (оријентација) познати у сваком тренутку извршавања задатка. За мерење позиције камере се користи чип за праћење [115]. Чип

за праћење је мали уређај који је позициониран на камери и шаље информацију о позицији камере управљачком систему. Овај чип може укључивати GPS, магнетну, инфрацрвену, RFID и сличне типове технологија за праћење. Али, позиција и оријентација објекта су познати само у одређеним тренуцима.



Слика 9.1 – RSCPR систем са камером која прати и надгледа објекат који се хаотично креће у радном простору система: а) тродимензионални поглед на систем, б) Деталј А: детаљни поглед на кретање камере, в) Деталј Б: детаљан изглед позиција објекта.

Такође, предуслов је да је објекат увек у видокругу камере. Са оваквим претпоставкама, CPR Trajectory Solver обезбеђује глатку и континуалну референтну трајекторију кретања камере у времену и простору, док кретање објекта може бити хаотично.

Због имплементације задатка праћења објекта, усвојено је да CPR систем има довољно енергетских ресурса и да може да прати највећу могућу брзину објекта  $v_{max}$ . Такође, током извршавања задатка, CPR систем има могућност убрзавања или успоравања кретања камере зависно од промене у брзини кретања објекта током извршавања задатка. То подразумева да брзина камере мора у сваком тренутку да прати кретање објекта према условима рада CPR Trajectory Solver - а тако да буду задовољени услови да силе у ужадима буду увек ограничене на такав начин да буду испуњени услови енергетских ресурса одабраних актуатора. Види [117] и [118]. Претпоставља се да се објекат креће само на најнижој равни радног простора камере. Ова равна је означена као  $p_0$  на Сл. 9.1 и 9.5 и она је на нивоу  $z_{p_0} = -2 \text{ m}$ .

Почетна позиција камере је дефинисана од стране оператера тако да је камера изнад тренутне позиције објекта. У том тренутку, оператер бира смер кретања камере CPR система.

Након тога, оператер покреће програм који, по дефиницији, почиње процесом убрзавања (**УБР** процес) од нуле до почетне референтне брзине кретања камере CPR система. Почетна референтна брзина кретања камере је претпостављена просечна брзина кретања објекта. Током извршавања задатка, референтна брзина кретања камере може да се мења зависно од промене кретања и брзине објекта. Након почетног тренутка, CPR Trajectory Solver узима контролу над кретањем камере CPR система. Систем за надгледање и праћење објекта је након тога потпуно аутономан.

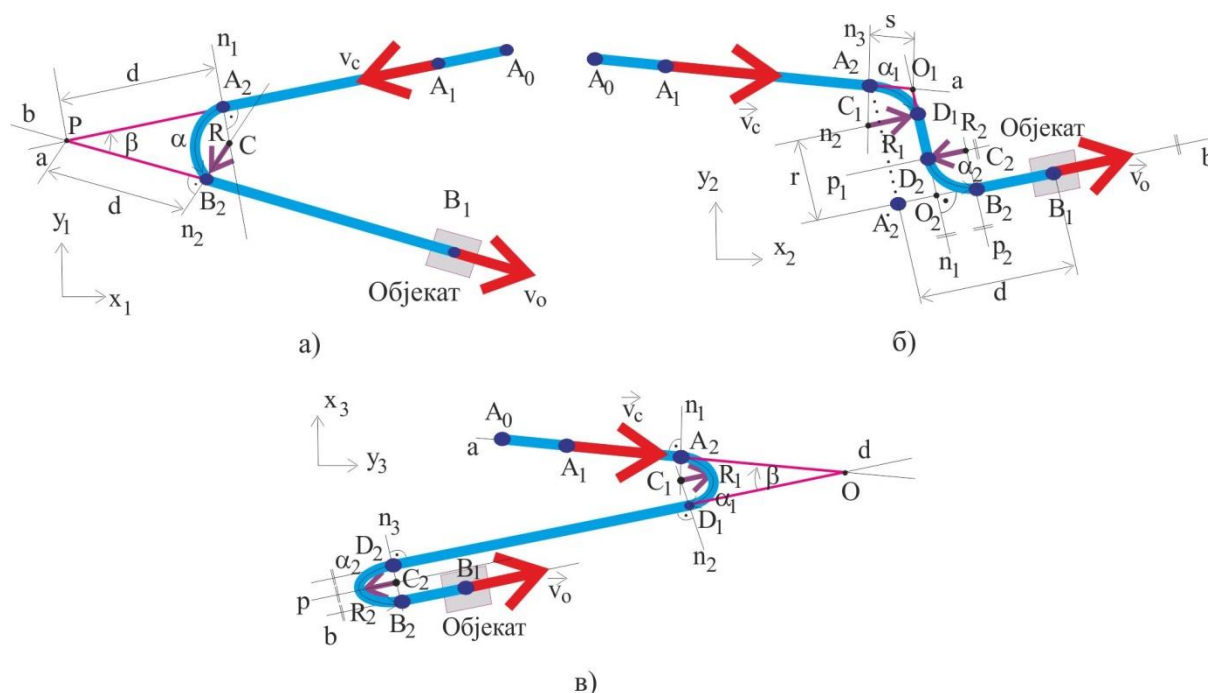
Током процеса праћења објекта, на основу тренутних позиција и брзина кретања камере и објекта, CPR Trajectory Solver бира једну од примитива из базе података и на тај начин камера прати и надгледа објекат. Овај процес се понавља све време док оператер не одлучи да прекине задатака надгледања и праћења објекта. У том тренутку, оператер покреће процес успоравања камере (**УСП** процес) и након тога камера успорава од тренутне референтне брзине кретања ка нули.

CPR Trajectory Solver може да користи једну од предефинисаних примитивних трајекторија (примитива) које су сачуване у бази података. На Сл. 9.2 су приказане три примитиве које могу да буду употребљене од стране CPR Trajectory Solver – а током задатка праћења објекта на основу сазнања о тренутним позицијама и брзинама кретања објекта и камере. Четврта примитива је обична права линија и означена је као **П4**.

Ове примитиве су дефинисане у локалном координатном систему, али CPR Trajectory Solver може да користи трансформациону матрицу и преслика их у било коју равана у глобалном тродимензионалном координатном систему радног простора камере. Процеси **УБР** и **УСП** могу да се користе од стране CPR Trajectory Solver – а не само од

стране оператера, него и у тренуцима када објекат нагло промени своју брзину кретања и/или када је објекат превише близу границама видокруга камере или границама радног простора CPR система. Усваја се да се процеси **УБР** и **УСП** извршавају преко примитиве **П4**.

Примитиве су одабране тако да покривају све претпостављене случајеве позиција и оријентација камере и објекта током извршавања задатка. Ради јасноће излагања, примитиве **П1-П3** ће бити описане кроз следеће две Табеле. У Табели 9.1 је генерално описан ток извршавања било које од три наведене примитиве од стране CPR Trajectory Solver - а. Примитива се генерално састоји од елемената датих у Табели 9.1.



Слика 9.2 – Примитиве: а) прва примитива (**П1**), б) друга примитива (**П2**) и в) трећа примитива (**П3**).

Табела 9.1. Генерални опис примитива **П1-П3**.

|                     |                                                                                                                                                                                                                              |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Тачка $A_0$         | Позиција камере у моменту завршетка последње примитиве.                                                                                                                                                                      |
| Кретање $A_0 - A_1$ | Камера наставља да се креће по правој линији и CPR Trajectory Solver установљава нову позицију и оријентацију објекта. На основу тога и подата о тренутној позицији камере, он дефинише циљну тачку камере и бира примитиву. |
| Кретање $A_1 - A_2$ | Кретање по правој линији.                                                                                                                                                                                                    |
| Кретање $A_2 - B_2$ | Повезивање правца кретања камере и правца кретања објекта.                                                                                                                                                                   |
| Кретање $B_2 - B_1$ | Камера се даље креће по правој линији до достизања позиције изнад последње познате позиције објекта.                                                                                                                         |
| Тачка $B_1$         | Последња тачка за извршење ове примитиве и прва за следећу примитиву.                                                                                                                                                        |

Као што се види са Сл. 9.2, примитиве **П1-П3** су дефинисане одређеним бројем правих линија и лукова.

У Табели 9.2 су дати услови када и како CPR Trajectory Solver бира једну од примитива **П1**, **П2** или **П3** из базе података. Примитиве су дефинисане на Сл. 9.2 у локалном координатном систему.

Глобална структура система за препознавање и праћење објекта који се налази у видокругу камере је приказана на Сл. 9.3. Детаљна презентација CPR Trajectory Solver –а је дата кроз дијаграм тока приказан на Сл. 9.4. У било ком тренутку, систем се пита да ли је оператер активирао CPR Trajectory Solver. Ако оператер није активирао CPR Trajectory Solver, читав систем је у стању мировања. Када оператер активира CPR Trajectory Solver притиском на дугме **СТАРТ**, CPR Trajectory Solver, тј. процес за праћење објекта и генерисање референтне трајекторије камере се покреће. Процес генерисања референтне трајекторије се понавља и камера је у могућности да прати и надгледа објекат. Међутим, структура система је много комплекснија. Систем се састоји од следећих блокова: **CPR Систем**, **PD Контролер** и **CPR Trajectory Solver**. Такође, систем поседује и **Сигурносно дугме** које може да буде употребљено од стране оператера у случају неке хаварије или хитног случаја.

Табела 9.2. Услови избора једне од примитива **П1-П3**.

| Примитива | Слика | Оријентација камере и објекта                                                                            | Позиција објекта у односу на камеру |
|-----------|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>П1</b> | 2а)   | Супротан смер брзине кретања камере и објекта у $x_1$ и $y_1$ правцима локалног координатног система     | Није битна                          |
| <b>П2</b> | 2б)   | Идентичан смер брзине кретања камере и објекта у $x_2$ правцу и супротан смер ових брзина у $y_2$ правцу | $x_{2B_1} > x_{2A_1}$               |
| <b>П3</b> | 2в)   | Идентичан смер брзине кретања камере и објекта у $x_3$ правцу и супротан смер ових брзина у $y_3$ правцу | $x_{3B_1} < x_{3A_1}$               |

Референтна трајекторија камере у тродимензионалном простору је дефинисана у реалном времену. На основу ових променљивих и реалних спољашњих координата ( $x_c, y_c, z_c$ ) употребом **PD контролера** се рачунају управљачки сигнали и **CPR систем** са камером извршава своју реалну трајекторију тако што прати дефинисану референтну трајекторију.

### 9.1.1 Опис генералне форме CPR Trajectory Solver - а

Један од под-система за праћење и надгледање објекта је CPR Trajectory Solver. Његова улога ће бити детаљно приказана кроз следеће излагање:

#### а) Покретање програма

Ова процедура се извршава од стране оператера на основу његове/њене визуелне естимације тренутне позиције и оријентације брзине објекта. Пре стартовања процеса

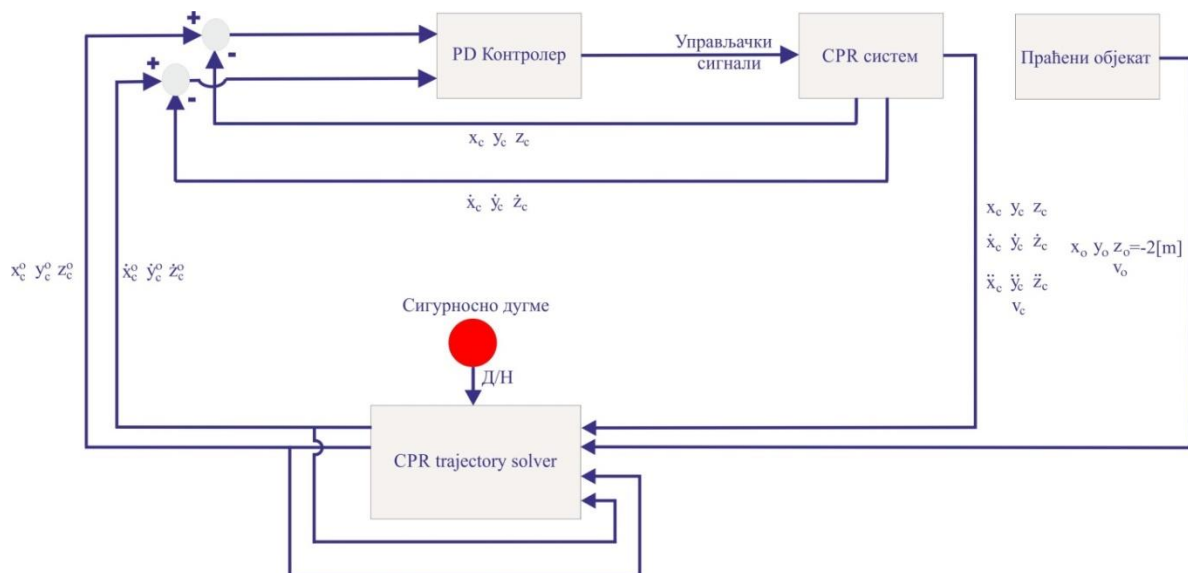
праћења и надгледања објекта, оператер поставља камеру у такву позицију да се објекат налази што ближе централној тачки базе видокруга камере.

### б) Процес убрзавања

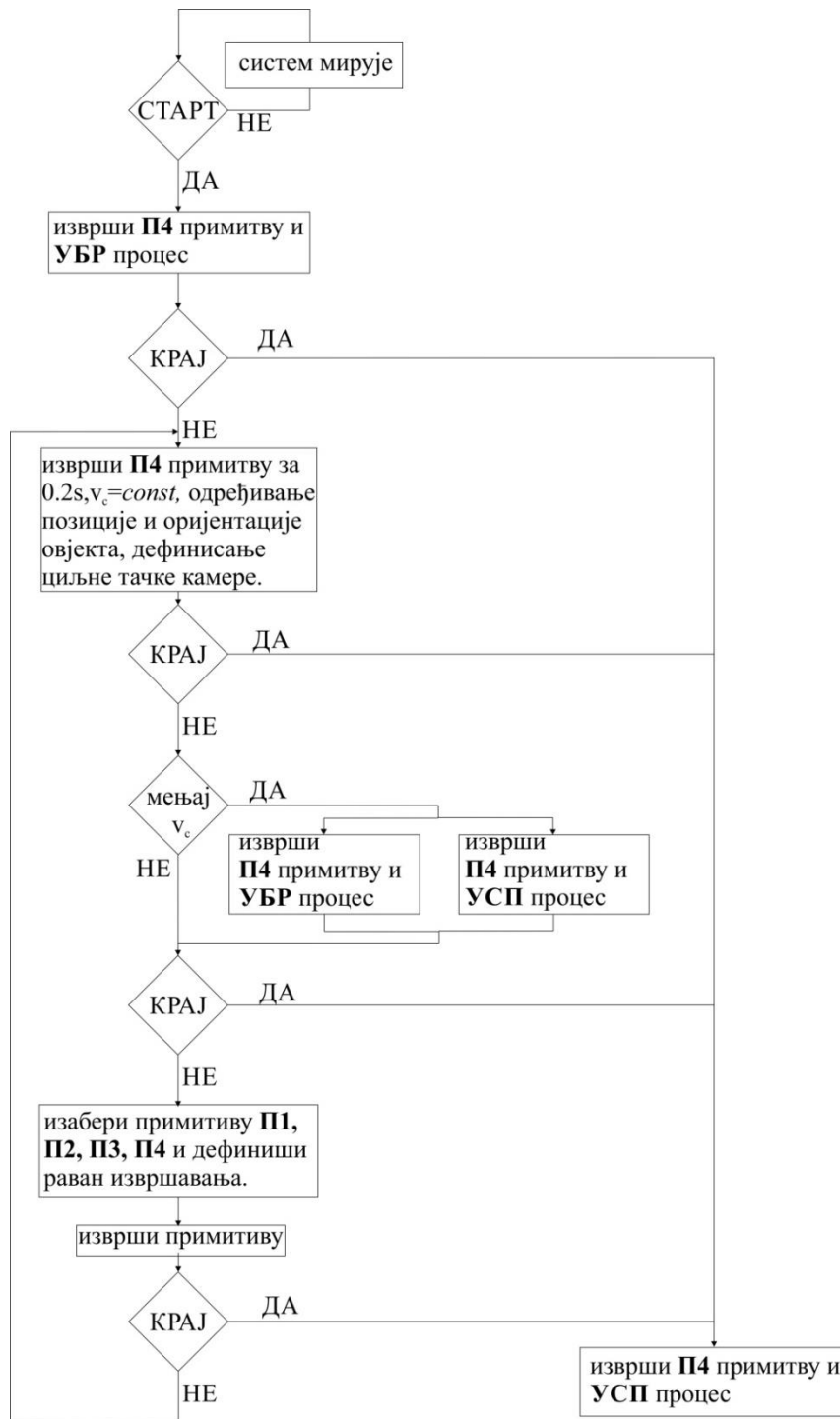
Оператер покреће програм притиском на дугме **СТАРТ**. Овом командом, CPR Trajectory Solver покреће **УБР** процес и **П4** примитиву. Камера почиње да се креће у смеру тренутне оријентације брзине кретања објекта на основу естимације оператера. Након тога CPR Trajectory Solver преузима контролу над кретањем камере и кретање тада постаје потпуно аутономно. Процес убрзавања камере се извршава до тренутка достизања њене почетне референтне брзине.

### в) Процедура и услови избора примитива

Камера се следећих  $0.2\text{ s}$  (**П4** примитива) креће у истом правцу као и током убрзавања и у том временском периоду установљава тренутну позицију и оријентацију кретања објекта – **Праћени објекат**. У том тренутку, CPR Trajectory Solver такође има сазнање о тренутној позицији и оријентацији кретања камере. На основу ових података, CPR Trajectory Solver дефинише циљну тачку камере у њеном радном простору. У следећем кораку, CPR Trajectory Solver одлучује да ли је потребно да се промени интензитет брзине кретања камере. Промена интензитета брзине кретања камере се извршава употребом **УСП** или **УБР** процеса и **П4** примитиве. Након тога, CPR Trajectory Solver бира следећу примитиву из своје базе података. CPR Trajectory Solver бира раван у којој треба да се изврши ова примитива и трансформише ту примитиву у координате глобалног Картезијанског координатног система. Употребом изабране примитиве (**П1** – **П4**), CPR Trajectory Solver наводи камеру према њеној циљној тачки.



Слика 9.3 – Блок дијаграм система за праћење и надгледање објекта.



Слика 9.4 – Дијаграм тока CPR Trajectory Solver – а.

### г) Извршавање нове примитиве.

Изабрана примитива се извршава кроз неколико периода одабирања. Током извршавања примитиве, CPR Trajectory Solver стално проверава позицију и оријентацију камере и пореди је са циљном тачком тренутне примитиве. Изабрана примитива се извршава само док камера не стигне до циљне тачке. CPR Trajectory Solver установљава да ли је камера дошла до циљне тачке тако што проверава да ли је камера извршила претходно дефинисану примитву, тј. тренутну референтну

трајекторију. У периоду извршавања било које примитиве, позиција и оријентација објекта су непознати логици CPR Trajectory Solver – а.

Процедуре в) и г) се извршавају циклично током процеса праћења и надгледања објекта у реалном времену.

#### д) Зауостављање програма.

Ова рутина се стартује тако што оператер стисне дугме **КРАЈ**. На овај начин CPR Trajectory Solver покреће **УСП** процес који се извршава по примитиви **П4**. Ова трајекторија се извршава у тренутном правцу кретања камере, што се дефинише на почетку извршавања **УСП** процеса. Камера успорава са своје тренутне референтне брзине ка нули и процес праћења и надгледања објекта се завршава.

Као што може да се види са Сл. 9.4, након извршавања сваке примитиве или бирања **УБР** или **УСП** процеса, CPR Trajectory Solver проверава да ли је оператер притиснуо дугме **КРАЈ** и у том случају читав процес праћења објекта и креирања референтних трајекторија камере се зауоставља. Када оператер стисне дугме **КРАЈ**, CPR Trajectory Solver чека де се тренутна примитива изврши и након тога покреће процес зауостављања камере и процедуре надгледања и праћења објекта. У било ком тренутку, оператер може да прекине извршавање било које примитиве тако што притисне **Сигурносно дугме**, види Сл. 9.3.

### 9.1.2 Пример генерисања референтне трајекторије камере употребом CPR Trajectory Solver - а

Да би се се лакше и детаљније објаснио алгоритам CPR Trajectory Solver, биће приказан детаљан опис једног примера кретања објекта на основу чега је дефинисана референтан трајекторија камере, види Сл. 9.1, 9.5 и 9.6. Такође, овај резултат може да се прати и кроз Табелу 9.3.

Овај задатак укључује:

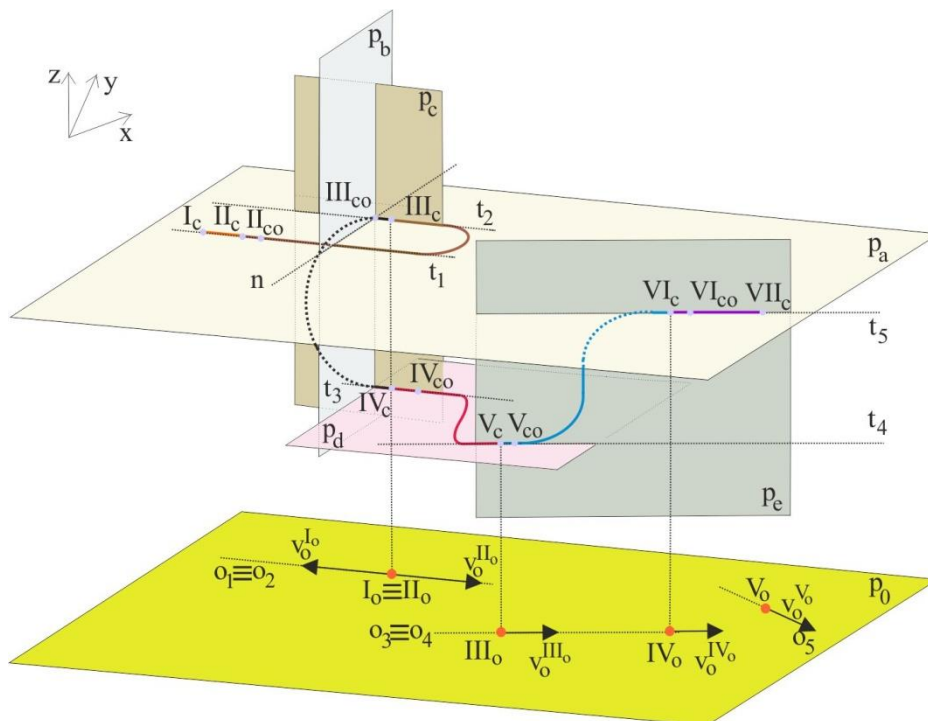
#### 1) Покретање CPR система са камером у тачки $I_c$ и у тренутку $t_c = 0$ s

На основу оператерове естимације о позицији и оријентацији објекта, оператер дефинише линију  $t_1$  која је паралелна процењеном смеру кретања објекта. Ова линија је постављена у равни  $p_a$  која је паралелна са равни  $p_0$ . Оператер поставља камеру у такву позицију да објекат буде што ближе централној тачки базе видкоруга камере и затим покреће процедуру CPR Trajectory Solver притиском на дугме **СТАРТ**, види Сл. 9.4. Камера започиње своје кретање по линији  $t_1$ , почевши од тачке  $I_c$ . Од тог тренутка, CPR Trajectory Solver преузима контролу над кретањем камере и њено кретање тада постаје аутономно. Генералан опис овог процеса је дат ставком а) из под-секције 9.1.1 ове дисертације.

#### 2) Убрзавање од тачке $I_c$ до тачке $II_c$ кретањем по правој $t_1$



У овом периоду, камера CPR система убрзава од нулте брзине ка почетној референтној брзини  $v_c$  и креће се по правој  $t_1$  (**П4** примитива). CPR Trajectory Solver користи **УБР** процес. Овај интервал је на Сл. 9.1 и 9.5 означен наранџастом бојом. Општи опис овог процеса је дат у под-секцији 9.1.1 под тачком б).



Слика 9.5 – Тростандардна трајекторија дефинисана у реалном времену.

### 3) Препознавање тренутне позиције објекта у тачки $I_o$ у тренутку $t_o = 0.35 s$ и препознавање брзине кретања објекта $v_o^{I_o}$

Од тачке  $II_c$  се камера креће брзином  $v_c$  и током периода од  $0.2 s$  (**П4** примитива) детектује тренутну позицију и оријентацију објекта – тачка  $I_o$ , види Сл. 9.1, 9.5, 9.6 и Табелу 9.3. У том тренутку камера се налази у тачки  $II_{co}$ . На основу тренутне позиције и оријентације објекта и камере, CPR Trajectory Solver дефинише нову циљну позицију и брзину камере и то је позиција у тачки  $III_c(x_{III_c}, y_{III_c}, z_{III_c})$ . Такође, CPR Trajectory Solver одлучује да нема потребе за променом интензитета брзине кретања камере. Правац кретања камере у тачки  $III_c$ , тј. правац праве  $t_2$  која припада равни  $p_a$ , је паралелан правцу кретања објекта, тј. паралелан је са правом  $o_1$  која се налази на равни  $p_0$ . Смер кретања камере у тачки  $III_c$  је идентичан смеру кретања објекта у тачки  $I_o$ . Правац кретања објекта је дефинисан у поређењу са правцем  $x$ , у оса глобалног координатног система:  $x$  негативно и  $y$  позитивно. На основу ових података, CPR Trajectory Solver бира једну од примитива из базе података по којој ће камера да пређе из тачке  $II_{co}$  у циљну тачку  $III_c$ . Генерални опис поступка избора примитиве је дат ставком в) у под-секцији 9.1.1. Алгоритам бира примитиву дефинисану на Сл. 9.2а) (**П1** примитива) и CPR Trajectory Solver је одлучио да она треба да се изврши у хоризонталној равни  $p_a$  тростандардног радног простора камере. Овај интервал је

на Сл. 9.1 и 9.5 означен браон бојом. Општи опис процеса извршавања примитиве је дат у ставки г) под-секције 9.1.1.

**4) Препознавање тренутне позиције објекта у тачки  $II_o$  у тренутку  $t_o = 1.62$  s и препознавање брзине кретања објекта  $v_o^{II_o}$**

Од тачке  $III_c$  до тачке  $III_{co}$ , на линији  $t_2$ , CPR Trajectory Solver има задатака да препозна позицију  $II_o$  и брзину (оријентацију)  $v_o^{II_o}$  објекта, који је се креће у смеру праве  $o_2$ . Такође, има задатак да изабере једну примитиву из своје базе података. CPR Trajectory Solver закључује да је објекат у истој позицији као што је био и у тренутку  $t_o = 0.35$  s, само што се креће у супротном смеру. Због ове специјалне ситуације, CPR Trajectory Solver је дизајниран тако да камера може да пређе у следећу циљну тачку преко вертикалне равни на следећа два начина: а) спуштањем камере или б) дизањем камере у њеном радном простору. CPR Trajectory Solver бира трајекторију спуштања, зато што је  $z$  координата тачке  $III_{co}$  релативно високо у односу на објекат. На основу ових података, CPR Trajectory Solver дефинише нову циљну тачку камере  $IV_c(x_{IV_c} = x_{III_c}, y_{IV_c} = y_{III_c}, z_{IV_c} \neq z_{III_c})$  која је на линији  $t_3 || o_2$  која припада равни  $p_c$ . Такође, CPR Trajectory Solver одлучује да нема потребе да се мења интензитет брзине кретања камере. Да би камера прешла из тачке  $III_{co}$  у тачку  $IV_c$ , CPR Trajectory Solver бира одговарајућу примитиву која ће бити извршена у равни  $p_c$ . Логика CPR Trajectory Solver – а бира **III** примитиву која је дефинисана на Сл. 9.2а). Види ставку в) из под-секције 9.1.1. Овај интервал кретања камере (од тачке  $III_c$  до тачке  $IV_c$ ) је означен црном бојом на Сл. 9.1 и 9.5. Поступак извршавања примитиве је генерално описан у под-секцији 9.1.1 под ставком г).

**5) Препознавање тренутне позиције објекта у тачки  $III_o$  у тренутку  $t_o = 2.39$  s и препознавање брзине кретања објекта  $v_o^{III_o}$  дефинисане правом  $o_3$**

Током кретања камере од тачке  $IV_c$  ка тачки  $IV_{co}$  по линији  $t_3$ , CPR Trajectory Solver препознаје позицију  $III_o$  и оријентацију брзине кретања објекта  $v_o^{III_o}$  која припада линији  $o_3$ . Он дефинише следећу циљну тачку камере  $V_c$  која је позиционирана у равни  $p_d$  на линији  $t_4$ . Такође, CPR Trajectory Solver одлучује да нема потребе да се мења интензитет брзине кретања камере. На основу ових података, као што је описано ставком в) из под-секције 9.1.1, он бира примитиву **II2** за прелазак камере из тачке  $IV_{co}$  у тачку  $V_c$ . Логика је одлучила да ова примитива треба да буде извршена у равни  $p_d$  као што је описано у ставци г) под-секције 9.1.1. Интервал извршавања трајекторије од тачке  $IV_c$  до тачке  $V_c$  је обојен црвеном бојом на Сл. 9.1 и 9.5.

**6) Препознавање тренутне позиције објекта у тачки  $IV_o$  у тренутку  $t_o = 3.16$  s и препознавање брзине кретања објекта  $v_o^{IV_o}$  дефинисане правом  $o_4$**

Након завршетка претходне примитиве, CPR Trajectory Solver води камеру по линији  $t_4$  према тачки  $V_{co}$ . Овај поступак се извршава употребом поступка описаног ставком в) из под-секције 9.1.1. Током тог периода, логика препознаје нову позицију  $IV_o$  и смер и

брзину кретања објекта  $v_o^{IV}$  – линија  $o_4$ . CPR Trajectory Solver одлучује да повећа видокруг камере и због тога реагује и бира трајекторију подизања камере која ће бити извршена у вертикалној равни  $p_e$ . На основу ових информација, CPR Trajectory Solver дефинише следећу циљну тачку камере и то је  $VI_c(x_{VI_c} = x_{IV_c}, y_{VI_c} = y_{IV_c}, z_{VI_c} \neq z_{V_{Co}})$ , која је позиционирана на правој  $t_5$  и на равни  $p_a$ . Линија  $t_5$  је паралелна са линијом  $o_4$  која се налази у равни  $p_0$ . Такође, CPR Trajectory Solver одлучује да нема потребе да се мења интензитет брзине кретања камере. Познајући тренутну позицију и оријентацију кретања камере и објекта, CPR Trajectory Solver бира следећу примитиву која ће бити употребљена за прелазак из тачке  $V_{Co}$  у тачку  $VI_c$ . Логика је изабрала примитиву **П2**. Период кретања камере из тачке  $V_{Co}$  у тачку  $VI_c$  је на Сл. 9.1 и 9.5 означен светло плавом бојом. Види ставку г) из под-секције 9.1.1.

### 7) Кретање камере од тачке $VI_c$ до тачке $VII_c$ преко линије $t_5$ у равни $p_a$

Камера се креће од тачке  $VI_c$  ка тачки  $VI_{Co}$  и CPR Trajectory Solver, употребом процеса в) из под-секције 9.1.1., установљава нову позицију  $V_o$  и оријентацију брзине кретања  $v_o^{V}$  објекта. Међутим, оператер одлучује да заустави процес праћења и надгледања објекта пре него што камера стигне у позицију  $VI_{Co}$ . То је тренутак када оператер даје команду за заустављање камере тако што притисне дугме **КРАЈ**. У том тренутку се стартује процес успоравања камере који је генерално описан у ставци д) из под-секције 9.1.1. Камера завршава свој покрет у тачки  $VII_c(x_{VII_c}, y_{VII_c}, z_{VII_c})$  и процес праћења и надгледања објекта се завршава. Период кретања објашњен у овом параграфу је на Сл. 9.1 и 9.5 обојен љубичастом бојом.

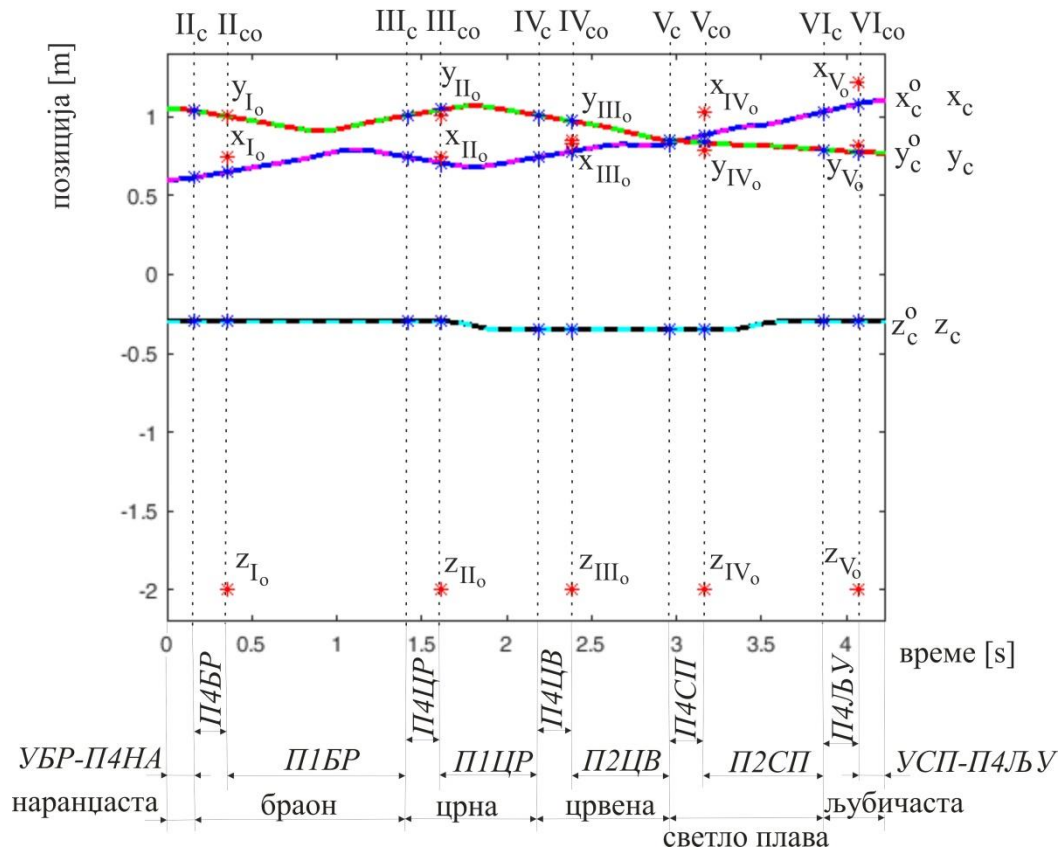
У претхоном примеру је приказано секвенцијално генерисање комплексне референтне трајекторије у реалном времену. Ово је само једна од могућих комбинација примитива **П1** - **П4** које се користе од стране CPR Trajectory Solver – а. Све је условљено секвенцијалним препознавањем хаотичног кретања објекта у одређеним тренуцима и са тренутном позицијом и оријентацијом кретања камере.

## 9.2 Симулациони резултати

Ради потврде дефинисаних математичких концепата који описују алгоритам под називом CPR Trajectory Solver за формирање референтне трајекторије камере CPR система која има задатака да прати објекат, у овом делу дисертације ће бити приказани симулациони резултати који приказују CPR систем са камером која извршава један пример сложене трајекторије и која прати и надгледа објекат у свом видокругу. Ова сложена референтна трајекторија је приказана на Сл. 9.1 и 9.5.

Симулациони резултати су приказани на Сл. 9.6. На овој слици се види како се референтне и реалне Картезијанске координате камере и објекта мењају током извршавања задатка. Такође, на овој слици и у Табели 9.3 се види да CPR Trajectory Solver препознаје позиције објекта  $x_o$ ,  $y_o$  и  $z_o$  (црвене тачке на Сл. 9.6) и оријентацију брзине кретања објекта  $v_o$  само у секвенцијалним тренуцима  $t_o$ . Може да се види да је трајање покрета око 4.3 s.

CPR Trajectory Solver је активираан од стране оператера притиском на дугме **СТАРТ** у тренутку  $0\text{ s}$  и позиционирањем камере у тачку  $I_c$ . Од тог момента па до момента  $t_c = 0.15\text{ s}$ , камера CPR система постепено убрзава према својој стартној референтној брзини  $v_c^0$ . Овај део трајекторије је означен као **УБР-П4НА** на Сл. 9.6. На Сл. 9.1 и 9.5 овај део је обојен наранџастом бојом. Сви симулациони резултати су такође видљиви и у Табели 9.3.



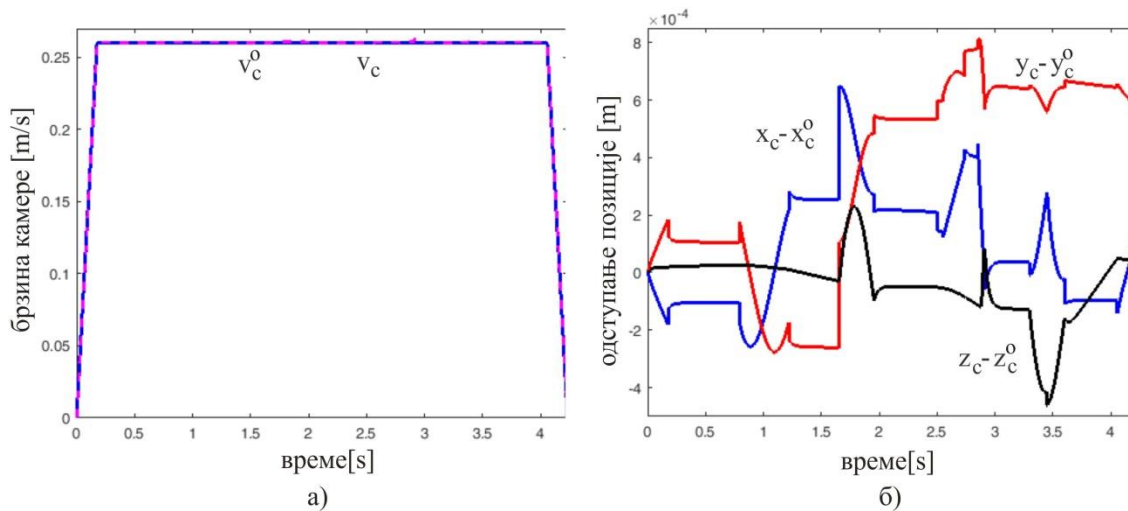
Слика 9.6 – Картезијанске координате.

Од тачке  $I_c$  CPR Trajectory Solver преузима контролу над праћењем и надгледањем објекта. Са Сл. 9.6 се виде периоди у којима CPR Trajectory Solver препознаје тренутну позицију и оријентацију брзине објекта и у којима дефинише следећу позицију камере и бира примитиву. То су периоди: **П4БР**, **П4ЦР**, **П4ЦВ**, **П4СП** и **П4ЉУ**. Такође, видљиви су и периоди извршавања примитива: **П1БР**, **П1ЦР**, **П2ЦВ** и **П2СП**. Испод њих су назначене боје којима су ове трајекторије обојене на Сл. 9.1 и 9.5. Детектоване позиције објекта који се хаотично креће су приказане на истој слици на нивоу најниже равни радног простора  $z_{p_0} = -2[m]$ . Током извршавања примитива **П4ЦР**, **П4ЦВ**, **П4СП** и **П4ЉУ**, CPR Trajectory Solver одлучује да нема потребе да се мења интензитет брзине кретања камере, тако да брзина камере има облик трапезоида што се и види на Сл. 9.7а). Сл. 9.7б) приказује разлику између реалних и референтних трајекторија кретања камере у Декартовом координатном систему.

Са Сл. 9.6 се види да извршавање одређене примитиве захтева одређено време. Време извршавања примитиве је условљено брзином објекта. Усваја се да максимална брзина

објекта испуњава следећи услов  $v_{отax} \leq v_{стax}$ , где  $v_{стax}$  представља највећу брзину кретања камере. Без обзира на хаотично кретање објекта, за дефинисање  $v_{отax}$  се усваја најнеповољнији случај: објекат се између претходне и тренуте препознате позиције креће по правој линији. На овај начин се осигурава успешно праћење кретања објекта од стране камере.

Резултат праћења објекта су већ поменуте глатко повезане примитиве, што може и да се види са Сл. 9.1, 9.5 и 9.6. На овај начин се формира сложена глатка референтна трајекторија камере у реалном времену. Сложена референтна трајекторија камере се формира секвенцијално, на основу позиције и оријентације брзине кретања камере и објекта у одређеним тренуцима. Још једном треба нагласити да су све ознаке за позиције и брзине идентичне на Сл. 9.1, 9.5 и 9.6 као и у Табели 9.3, чиме се олакшава праћење добијених резултата.



Слика 9.7 – а) брзина кретања камере и б) одступање позиције камере.

У овој Глави дисертације је тестиран CPR Trajectory Solver на једном примеру CPR система и у идеализованим условима без спољашњих поремећаја. Такође, резултат приказан у овој Глави јесте базични резултат и он отвара могућности за даље унапређење CPR Trajectory Solver – а за много сложеније услове примене. Процедура развијена у овом делу дисертације може бити примењена на било ком систему са камером који се користи за надгледање и праћење објекта у реалном времену.

Резултати приказани у овом делу дисертације су извршени употребом програмског пакета CPRTS [116].

Табела 9.3 – Упоредне позиције и брзине камере и објекта.

| Бр | $t_c [s]$ | Позиција камере у $t_c [s]$<br>$(x_c, y_c, z_c)$ | $t_o [s]$ | Позиција камере у $t_o [s]$<br>$(x_c, y_c, z_c)$ | Тренутна позиција објекта<br>$(x_o, y_o, z_o)$ | Тренутна оријентација објекта, смер праве $o_i$ | Циљна тачка камере<br>$(x_c, y_c, z_c)$ | Циља оријентација камере, смер праве $t_i$ | Примитива |
|----|-----------|--------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------------------------|-----------|
| 1. | 0         | $I_c$ (0.60, 1.05, -0.30)                        | 0         | $I_c$ (0.60, 1.05, -0.30)                        | непознато                                      | непознато                                       | $II_c$ (0.61, 1.04, -0.30)              | $x$ позитивно, у негативно - права $t_1$   | П4        |
| 2. | 0.15      | $II_c$ (0.61, 1.04, -0.30)                       | 0.35      | $II_{co}$ (0.65, 1.00, -0.30)                    | $I_o$ (0.74, 1.00, -2.00)                      | $x$ негативно, у позитивно - права $o_1$        | $III_c$ (0.74, 1.00, -0.30)             | $x$ негативно, у позитивно - права $t_2$   | П1        |
| 3. | 1.42      | $III_c$ (0.74, 1.00, -0.30)                      | 1.62      | $III_{co}$ (0.71, 1.04, -0.30)                   | $II_o$ (0.74, 1.00, -2.00)                     | $x$ позитивно, у негативно - права $o_2$        | $IV_c$ (0.74, 1.00, -0.35)              | $x$ позитивно, у негативно - права $t_3$   | П1        |
| 4. | 2.19      | $IV_c$ (0.74, 1.00, -0.35)                       | 2.39      | $IV_{co}$ (0.78, 0.97, -0.35)                    | $III_o$ (0.83, 0.85, -2.00)                    | $x$ позитивно, у негативно - права $o_3$        | $V_c$ (0.83, 0.85, -0.35)               | $x$ позитивно, у негативно - права $t_4$   | П2        |
| 5. | 2.96      | $V_c$ (0.83, 0.85, -0.35)                        | 3.16      | $V_{co}$ (0.88, 0.84, -0.35)                     | $IV_o$ (1.03, 0.79, -2.00)                     | $x$ позитивно, у негативно - права $o_4$        | $VI_c$ (1.03, 0.79, -0.30)              | $x$ позитивно, у негативно - права $t_5$   | П2        |
| 6. | 3.87      | $VI_c$ (1.03, 0.79, -0.30)                       | 4.07      | $VI_{co}$ (1.08, 0.77, -0.30)                    | $V_o$ (1.22, 0.82, -2.00)                      | $x$ позитивно, у позитивно - права $o_5$        | $VII_c$ (1.10, 0.77, -0.30)             | $x$ позитивно, у негативно - права $t_6$   | П4        |

## Глава 10

### Закључак

У овој дисертацији је дат систематски преглед доступне литературе из области анализе и синтезе CPR система. Светска литература је послужила не само за упознавање ове области, већ је дала и нове идеје за развој CPR система.

На основу уочених особина CPR система из доступне литературе, аутор ове дисертације је закључио да је ова област мултидисциплинарна и укључује области: механика, машинске конструкције, погонски системи различитих типова, мерења и сензори, електроника, рачунари, алгоритми управљања и њихова софтверска реализација, препознавање облика и обрада сигнала, као и сви аспекти вештачке интелигенције. Дефинисан је низ нових конфигурација које су приказане кроз другу Главу ове дисертације. Приказани су системи који су до сада детаљно анализирани кроз научне публикације. У дисертацији је реферисано и неколико конфигурација CPR система које користе ужад са особинама еластичности. Еластичност је реално пристуна у CPR реализацијама и свакако представља изазов и за будуће истраживање аутора ове дисертације. Без обзира на ову чињеницу, у овој дисертацији се посматрају CPR системи који користе ужад (каблове) са идеализованим особинама крутости. Подразумева се да су ужад идеално крута и да задржавају ту особину и у аксијалном и у радијалном правцу без обзира на присуство сила које на њих делују. Оваква претпоставка је овде смишљено уведена иако занемарује одређене динамичке особине CPR система. Постављен је циљ да се јасно прикаже утицај неких новооткривених феномена у свом пуном облику на динамички одзив CPR система.

Након дефинисања нових конфигурација CPR система, у трећој Глави је приказан поступак креирања математичког модела CPR система. Дефинисани су кинематички и динамички модели две различите конфигурације CPR система: RSCPR и CPR-A система. Ова два система су привидно слична, али приликом креирања њихових математичких модела се увиђају разлике у њиховим конфигурацијама. Управо то представља један од проблема приликом креирања нових конфигурација CPR система, јер није доступан универзалан алат за креирање математичког модела било ког CPR система, већ је потребно присутити моделовању сваког од њих на веома систематичан начин. То представља једну од тема на којој истраживачи тренутно раде, а то је креирање алата који би олакшао дефинисање и реализацију нових CPR система.

CPR системи дефинисани у Главама 2 и 3 су реализовани тако да користе подсистеме за намотавање/одмотавање ужади са непроменљивим полупречником намотавања. Овакви подсистеми се често користе као саставни делови различитих CPR система. У Глави 4 је приказан рад подсистема који користи стандардни облик чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета и његов утицај на рад одабране конфигурације CPR система, RSCPR систем. Детаљно је моделован рад стандардног облика чекрак и уочени су феномени који настају његовом употребом. Показано је да

долази до скоковите промене динамичких величина које карактеришу овакав процес намотавања/одмотавања ужета. Скоковита промена динамичких величина се веома неповољно одражава на стабилан рад чекрка. Пошто CPR систем обично има више подсистема за намотавање/одмотавање ужади, онда се динамичка нестабилност између њих спреже и неповољно одражава на контролабилност одабраног CPR система. Ова скоковита промена динамичких карактеристика конфигурације стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета је узрокована конструкцијом овог чекрка и узрокује осцилаторност система коју није могуће стабилисати било којим познатим законом управљања.

На основу резултата из Главе 4 и препознавања феномена који настају приликом употребе стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета, у Глави 5 је детаљно представљен и моделован нови облик чекрка за глатко једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета. Рад новог облика чекрка је затим експериментално упоређен са радом стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета. Установљено је да нови облик чекрка повољно утиче на динамику одзива подсистема за намотавање/одмотавање ужета. Кроз публикације је показано да овај допринос има широк значај у различитим областима људске делатности. Тестиран је рад одабране конфигурације сложеног CPR система, RSCPR система, која користи подсистем за намотавање/одмотавање ужета са новим обликом чекрка. Кроз одговарајуће резултате је уочено да се систем понаша стабилно и да га је могуће контролисати са добро познатом управљачом структуром, PID контролером, без обзира на снажно спрезање између актуаторских подсистема. Генерисањем новог облика чекрка је решен проблем конструктивне нестабилности настале употребом стандардног облика чекрка за једноредо вишеслојно радијално намотавање/одмотавање ужета.

CPR системи анализирани у Главама 2-5 су реализовани тако да је могуће управљати само позицијом носача терета у Декартовом координатном систему радног простора. Ипак, у многим ситуацијама није довољно управљати само позицијом носача у простору и због тога је у Глави 6 анализирана потреба за контролом оријентације носача терета CPR система. Првобитно је испитан феномен закретања носача терета током његовог кретања кроз радни простор. Идеализована претпоставка је да се тачка центра масе носача терета преклапа са тачком ношења терета (пресека ужади који носе терет). Та претпоставка важи само за централну тачку радног простора (која представља пресек главних дијагонала радног простора облика паралелепипеда). Током извршавања задатка, односно кретања носача терета у простору долази до раздвајања ових двеју тачака. Допринос ове Главе је да је овај феномен представљен математички и приказани су резултати који га потврђују. Такође, дата је експериментална потврда ове физичке појаве. Као резултат ове анализе, закључено је да мора да се реализује CPR систем са више ужади да би се успешно управљало кретањем (позиционирање и оријентација) носача терета у простору. Кроз други део Главе 6 је дефинисана нова конфигурација CPR система са осам ужади и он је назван CPR-8 систем. Изведен је математички модел овог система и приказане су једначине



које описују његову кинематику и динамику. Ово решење CPR система је само једно од могућих. Могуће је направити и систем са нпр. шест ужади и анализа таквог система је један од планова за будуће истраживање аутора ове дисертације.

Током дизајнирања CPR система, битно је детаљно анализирати и моделовати све његове подсистеме како би систем испуњавао и усагласио све захтеве корисника и конструктора. Постављени захтеви могу да се односе на низ параметара: брзина кретања носача терета, маса терета, величина радног простора носача терета, тип актуатора (мотор, редуктор и чекрк), тип конфигурације CPR система и низ других. Неке од ових параметара диктира корисник а неке намеће конструктор. У Глави 7 ове докторске дисертације је дефинисана нова процедура за анализу радног простора носача терета CPR система. Дефинисана процедура је названа CPR-WWA (енг. CPR-Whole Workspace Analysis). Ова процедура је тестирана на CPR-8 систему који је приказан у Глави 6. Ова конфигурација CPR система је само одабрана за тестирање новонастале процедуре и могуће ју је анализирати на било којој конфигурацији CPR система. Процедура обухвата кинематички и динамички модел система чији саставни део чини и математички модел актуатора CPR система. На овај начин се анализира утицај одабраног актуатора на изводљиви радни простор носача терета CPR система. Управо из те идеје је настала нова методологија која дизајнеру и конструктору омогућава избор одговарајућег актуатора за одабрани CPR систем. Методологија носи назив CPR-ACM (енг. CPR-Actuator Choice Methodology). Ова методологија, поред осталих потпрограма, обухвата и CPR-WWA процедуру. Методологија располаже каталошким подацима одређеног броја актуатора који су дефинисани у њеној бази података. Корисник и конструктор дефинишу све захтеве које одабрани систем мора да испуни, а један од захтева јесте величина изводљивог радног простора носача терета CPR система. Ради анализе и тестирања нове методологије је такође употребљен CPR-8 систем. Анализиран је утицај пет различитих актуатора на величину изводљивог радног простора носача терета CPR-8 система. На основу захтева конструктора и корисника, методологија CPR-ACM тестира актуаторе из базе података и издваја употребљиве за предефинисану конкретну намену. На тај начин се обезбеђује значајна помоћ конструктору CPR-8 система при одабиру актуатора. Уз мале модификације могуће је употребити методологију CPR-ACM за било који роботски или неки други сложени механизам. Ово даје на вредности овој методологији и њена употреба на различитим системима ће бити тестирана кроз будућа истраживања аутора ове докторске дисертације.

Креирање управљачких структура за CPR систем је веома захтеван посао. Да би се креирала поуздана управљачка структура неопходно је суштинско познавање свих феномена који карактеришу сложени CPR систем. У овој дисертацији је дефинисана нова управљачка структура егзактном линеаризацијом од улаза до спољашњих координата. Креирана управљачка структура је дефинисана за једну одабрану конфигурацију CPR система, а то је RSCPR систем. Новонастала управљачка структура зависи од параметара система јер делимично укључује његов математички модел. Веродостојно дефинисан математички модел система је веома битан при генерисању

ове управљачке структуре при управљању CPR системом у реалним условима. Извршена је анализа динамичког одзива система за два различита случаја. Тестиран је рад RSCPR система управљаног новом управљачком структура када су истој познати референтни параметри система. Такође је извршена анализа одзива система када управљачка структура не познаје референтне параметре система, већ неки од њих значајно одступају од својих референтних вредности. На овај начин је требало утврдити робусност нове управљачке структуре. Преко приказаних симулационих резултата се установљава да нова управљачка структура добро функционише и када ради са референтним параметрима и када ради са реалним параметрима система. На овај начин се показује да приказана новедефинисана управљачка структура ради добро и када постоје одређене несигурности у прорачуну параметара система. Аутор ове дисертације жели да у свом будућем истраживању тестира нову управљачку структуру са различитих становишта и на различитим CPR и другим роботским системима.

Управљање кретањем носача терета CPR система је једна од области која је стално актуелна међу истраживачима и инжењерима. Потребно је дефинисати такве трајекторије носача терета да систем ради правилно и у границама свих сопствених динамичких могућности без обзира на задатака и улогу CPR система. У Глави 9 ове дисертације је приказан нови алгоритам за генерисање глатке референтне трајекторије камере CPR система која има задатак да прати покретни објекат у реалном времену. Овај алгоритам се зове CPR Trajectory Solver. Усвојено је да је објекат увек у видокругу камере. Дефинисана је база података од четири примитивне трајекторије, односно примитиве, које логика CPR Trajectory Solver – а користи да дефинише референтну трајекторију кретања камере током праћења објекта. Приказан је уопштени пример генерисања референтне трајекторије и дефинисан је алгоритам реализације задатка који може бити употребљен током праћења хаотичног кретања објекта. Након тога је дат један пример праћења објекта и генерисања референтне трајекторије што је поткрепљено симулационим резултатима. Кроз ове резултате се види успешност новог алгоритма и његове могућности примене на различитим системима. Алгоритам је тестиран на једној одабраној конфигурацији CPR система, RSCPR система, али је наглашено да може бити тестиран на било ком сложенем систему са камером. Овим резултатом је повећана аутономност CPR система што представља значајан допринос у односу на позната решења у светској литератури. Анализа овог алгоритма на различитим системима и његово унапређење је један од задатака за будуће истраживање аутора ове дисертације.

Током истраживања на овој докторској дисертацији аутор је објавио 22 коауторска рада из области CPR система. То су радови: [67]-[73], [75]-[81], [86]-[88], [99], [100], [101], [103] и [116]. Од тих радова, три рада су есенцијална за пријаву и одбрану ове дисертације. То су радови: [99], [101] и [116].

## Литература

1. Denavit, J., Hartenberg, R. S.: A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices". *J APPL MECH-T ASME*, 23, 215–221, (1955).
2. Timoshenko S., Young H. D.: *Vibration Problems in Engineering*. New York, D. Van Nostrand Company, (1955).
3. Raskovic, D: Small damped vibrations of homogeneous torsional system with double static constraints. *ZAMM*, Band 40, Sonderheft, T108-T110, (1960).
4. Stepanenko, Y.: *Method of Analysis of Spatial Level Mechanisms* (in Russian). *Mekhanika Mashin*, 23, Moscow, (1970).
5. Juricic, D., Vukobratović, M.: Mathematical modeling of a bipedal walking system. *ASME Publ. 72-WA/BHF-13* (1972).
6. Luh, J. Y. S., Walker, M. W., Raul R. P. C.: On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators, *J DYN SYST-T ASME*, 102, (1980).
7. Paul, R. P.: *Robot Manipulators: Mathematics, ming, and Control*, The Computer Control of Robot Manipulators. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts and London, England, (1981).
8. Hedrih, (S) K.: Dynamics of coupled systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2, 310–334, (2008).
9. Hedrih, (S) K.: Dynamics of multi-pendulum systems with fractional order creep elements. *Nonlinear Analysis: Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 46 (3), 483-509, (2008).
10. Djuric, A. M., Al Saidi, R., ElMaraghy, W.: Global Kinematic Model generation for n-DOF reconfigurable machinery structure. *2010 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, Toronto, ON, pp. 804-809, (2010).
11. Djuric, A. M., Al Saidi, R., ElMaraghy, W.: Dynamics solution of n-DOF global machinery model. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 28 (5), 621–630, (2012).
12. Albus, J., Bostelman, R., Dagalakis, N.: The NIST robocrane. *J FIELD ROBOT*, 10(5), 709–724 (1993).
13. Kawamura, S., Choe, W., Tanaka S., Pandian, S.: Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 215–220 (1995).
14. Fang, S., Franitza, D., Torlo, M., Bekes, F., Hiller, M.: Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution. *IEEE-ASME T MECH*, 9, 561–568 (2004).
15. Borgstrom, P., Jordan, B., Borgstrom, B., Stealey, M., Sukhatme, G., Batalin, M., Kaiser, W.: Nims-pl: a cable-driven robot with self-calibration capabilities. *IEEE T ROBOT*, 25(5), 1005–1015 (2009).
16. Mikelsons, L., Bruckmann, T., Hiller, M., Schramm, D.: A real-time capable force calculation algorithm for redundant tendon-based parallel manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, May, In (2008).
17. Borgstrom, P.H., Jordan, B.L., Sukhatme, G.S., Batalin, M.A., Kaiser, W.J.: Rapid computation of optimally safe tension distributions for parallel cable-driven robots. *IEEE T ROBOT*, 25(6), 1271–1281 (2009).
18. Hassan, M., Khajepour, A.: Analysis of bounded cable tensions in cable-actuated parallel manipulators. *IEEE T ROBOT*, 27(5), 891–900 (2011).
19. Gosselin, C., Grenier, M.: On the determination of the force distribution in overconstrained cable-driven parallel mechanisms. *MECCANICA*, Springer, 46 (1) 3-15 (2011).

20. Merlet, J.P.: Solving the forward kinematics of a Gough-Type parallel manipulator with interval analysis. *INT J ROBOT RES*, 23(3), 221–235 (2004).
21. Heyden, T., Woernle, C.: Dynamics and flatness-based control of a kinematically undetermined cable suspension manipulator. *MULTIBODY SYST DYN*, 16(2), 155–177 (2006).
22. Notash, L., Kamalzadeh, A.: Inverse dynamics of wire-actuated parallel manipulators with a constraining linkage. *MECH MACH THEORY*, 42(9), 1103–1118 (2007).
23. Behzadipour, S.: Kinematics and dynamics of a self-stressed Cartesian cable-driven mechanism. *ASME, J. Mech. Des.* 131, 061005–1-061005-10 (2009).
24. Jiang, Q., Kumar, V.: The direct kinematics of objects suspended from cables. In: *Proceedings of the ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences*, vol. 2A, pp. 193–202, Paper no. DETC2010-28036. Montreal, Canada (2010).
25. Khosravi, M.A., Taghirad, H.D.: Dynamic analysis of cable driven robots with elastic cables. *T CAN SOC MECH ENG*, 35(4), 543–577 (2011).
26. Behzadipour, S., Khajepour, A.: Stiffness of cable-based parallel manipulators with application to stability analysis. *J MECH DESIGN*, 128(1), 303–310 (2006).
27. Merlet, J.P., Daney, D.: A new design for wire-driven parallel robot. In: *2nd International Congress, Design and Modelling of Mechanical Systems (CMSM 2007)*. Monastir, Tunisia (2007).
28. Miermeister, P., Pott, A.: Modelling and real-time dynamic simulation of the cable-driven parallel robot ipanema. In: *European Conference on Mechanism Science (EuCoMeS 2010)*, pp. 471–478. Cluj-Napoca (2010).
29. Pott, A.: Influence of pulley kinematics on cable-driven parallel robots. In: Lenarčič, J., Husty, M. (eds.) *Proceedings of the 13th International Symposium Advances in Robot Kinematics*. Springer, Berlin (2012).
30. Yao, R., Li, H., Zhang, X. Y.: A modeling method of the cable driven parallel manipulator for FAST. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 12, pp. 423–436, (2013).
31. Arsenault, M.: Stiffness analysis of a planar 2-DoF cable-suspended mechanism while considering cable mass. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 12, pp. 405-421, (2013).
32. Miermeister, P., Kraus, W., Lan, T., Pott, A.: An Elastic Cable Model for Cable-Driven Parallel Robots Including Hysteresis Effects. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 32, pp. 17-28, (2015).
33. Nguyen, D.Q., Gouttefarde, M.: On the Improvement of Cable Collision Detection Algorithms. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 32, pp. 29-40, (2015).
34. Pusey, J., Fattah, A., Agrawal, S., Messina, E.: Design and workspace analysis of a 6–6 cable-suspended parallel robot. *MECH MACH THEORY*, 39, 761–778, (2004).
35. Pham, C. B., Yeo, S. H., Yang, G., Kurbanhusen, M. S., Chen, I-M.: Force-closure workspace analysis of cable-driven parallel mechanisms. *MECH MACH THEORY*, 41, 53–69 (2006).
36. Tavolieri, C., Merlet, J-P., Ceccarelli, M.: A Workspace Analysis of a Overconstrained Cable-Based Parallel Manipulator by Using Interval Analysis. *3rd International Symposium on Multibody Systems and Mechatronics, MUSME 2008*, April 8 - 12, 2008, San Juan - Argentine, 1-13, (2008).
37. Diao, X. and Ma, O.: Force-closure analysis of 6-DOF cable manipulators with seven or more cables. *ROBOTICA*, 27. 209–215 (2009).

38. Pham, C. B., Yeo, S. H., Yang, G., Chen, I-M.: Workspace analysis of fully restrained cable-driven manipulators. *ROBOT AUTON SYST*, 57(9), 901–912, (2009).
39. Nunes, W. M., Ribeiro, J. F., Carvalho, J. C. M., Gonçalves, R. S.: Kinematics Modeling And Workspace Analysis Of A Cable-Based Parallel Manipulator For Shoulder Rehabilitation. *ABCM Symposium Series in Mechatronics - Vol. 5, Section VII – Robotics*, Natal, RN, Brazil, pp. 988 – 998, (2011).
40. Duan, Q., Vashista, V., Agrawal, S. K.: Effect on wrench-feasible workspace of cable-driven parallel robots by adding springs. *MECH MACH THEORY*, 86, 201–210, (2015).
41. Gagliardini L., Caro S., Gouttefarde M.: Dimensioning Of Cable-Driven Parallel Robot Actuators, Gearboxes And Winches According To The Twist Feasible Workspace. 2015 Ieee International Conference On Automation Science And Engineering (Case), Gothenburg, Sweden, 24 - 28 Aug, Pp. 99-105, (2015).
42. Wang, X., Hu, Y., Lin Q.: Workspace analysis and verification of cable-driven parallel mechanism for wind tunnel test: *Proc IMechE Part G: J Aerospace Engineering* 0(0) 1–10, (2016).
43. Heo, J.M., Choi, S.H., Park, K.S.: Workspace analysis of a 6DOF cabledriven parallel robot considering pulley bearing friction under ultrahigh acceleration. *MICROSYST TECHNOL*, DOI: 10.1007/s00542-016-3025-x. (2016).
44. Banavar, R., Dominic, P.: An LQG/  $H_\infty$  controller for a flexible manipulator. *IEEE T CONTR SYST T*, 3, 409–416 (1995).
45. Kawamura, S., Kino, H., Won, C.: High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots. *ROBOTICA* 18(3), 13–21 (2000).
46. Oh, S.-R., Agrawal, S.K.: Cable-suspended planar parallel robots with redundant cables: controllers with positive cable tensions, In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3023–3028 (2003).
47. Williams, R.L., Gallina, P., Vadia, J.: Planar translational cable direct driven robots. *J ROBOTIC SYST*, 20(3), 107–120 (2003).
48. Alikhani, A., Vali, M.: Modeling and robust control of a new large scale suspended cable-driven robot under input constraint. In: *International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence*, Incheon, (2011).
49. Xianqiang, Y., Weihai, C., Su, Y., Wei, X.: Dynamic control of a 3-dof cable-driven robot based on backstepping technique. In: *IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, Beijing, (2011).
50. Dallej, T., Gouttefarde, M., Andreff, N., Michelin, M., Martinet, P.: Towards vision-based control of cable-driven parallel robots. In: *International Conference on Intelligent Robots and Systems*. San Francisco, (2011).
51. Khorasvi, A.M., Taghirad, H.D.: Experimental Performance of Robust PID Controller on a Planar Cable Robot. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 12, pp. 337-352, (2013).
52. Reichert, C., Muler, K., Bruckmann, T.: Robust Internal Force-Based Impedance Control for Cable-Driven Parallel Robots. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 32, pp. 131-143, (2015).
53. Babaghasabha, R., Khorasvi, A.M., Taghirad, H.D Adaptive Control of KNTU Planar Cable-Driven Parallel Robot with Uncertainties in Dynamic and Kinematic Parameters. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 32, pp. 145-159, (2015).

54. Bobrow, J., Dubowsky, S., Gibson, J.: Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths. *INT J ROBOT RES*, 4, 3–17 (1985).
55. Behzadipour, S., Khajepour, A.: Time-optimal trajectory planning in cable-based manipulators. *IEEE T ROBOT*, 22(3), 559–563 (2006).
56. Heyden, T., Woernle, C.: Dynamics and flatness-based control of a kinematically undetermined cable suspension manipulator. *MULTIBODY SYST DYN*, 16, 155–177 (2006).
57. Cunningham D., Asada, H.: The Winch-Bot: a cable-suspended, under-actuated robot utilizing parametric self-excitation. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1844–1850 (2009).
58. Lefrançois, S., Gosselin, C.: Point-to-point motion control of a pendulum-like 3-dof underactuated cable-driven robot. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5187–5193 (2010).
59. Zoso, N., Gosselin, C.: Point-to-point motion planning of a parallel 3-DOF underactuated cable-suspended robot. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2325–2330. St-Paul, Minnesota (2012).
60. Gosselin, C., Ren, P., Foucault, S.: Dynamic trajectory planning of a two-dof cable-suspended parallel robot. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1476–1481. St-Paul, Minnesota (2012).
61. Gosselin, C.: Global Planning of Dynamically Feasible Trajectories for Three-DOF Spatial Cable-Suspended Parallel Robots. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 12, pp. 3-22, (2013).
62. Trevisani, A.: Experimental Validation of a Trajectory Planning Approach Avoiding Cable Slackness and Excessive Tension in Underconstrained Translational Planar Cable-Driven Robots. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 12, pp. 23-39, (2013).
63. Gosselin, C., Foucault, S.: Experimental Determination of the Accuracy of a Three-Dof Cable-Suspended Parallel Robot Performing Dynamic Trajectories. Chapter in: *Mechanisms and Machine Science*, Springer, vol. 32, pp. 101-112, (2015).
64. McConkey, L.: *The Design and Operation of Skycam*. American Cinematographer, Vol. 66, Issue 4, (1985).
65. Surdilovic, D., Bernhardt, R., Schmidt, T., Zhang, J.: STRINGMAN: a novel wire robot for gait rehabilitation. In: *Advances in rehabilitation robotics, Lecture Notes in Control and Information Science*, Springer-Verlag, vol 306, pp 413–424, (2004).
66. Radojicic, J., Surdilovic, D., Kruger, J.: Application challenges of large-scale wire robots in agricultural plants. *Proceedings of 2013 IFAC bio-robotics conference*, Vol. 1, Part. 1, 77-82, (2013).
67. Filipovic, M., Djuric, A. and Kevac, L.: The rigid S-type cable-suspended parallel robot design, modelling and analysis. *ROBOTICA*, 34(9), 1948–1960. doi: 10.1017/S0263574714002677, (2016).
68. Kevac, L., Đurić, A., Filipović, M.: Relation between Cable-suspended Parallel Robot and classic robotic structure. 4th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 4-7th June, 2013, Vrnjačka Banja, Serbia, pp. 955-960. ISBN 978-86-909973-5-0, (2013).
69. Kevac, L., Filipović, M., Đurić, A.: The comparison between the real and the scaled model of the CPR system. *Proceedings of 1st International Conference IcETRAN Conference*, Vrnjacka Bamja, Serbia, June 2 – 5, 2014 , ROI3.3, ISBN 978-86-80509-70-9, (2014).

70. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: The significance of adopted Lagrange principle of virtual work used for modeling aerial robots, APPL MATH MODEL, S0307-904X(14)00445-4, submitted 2012, published online in October 2014, ISSN 0307-904X, DOI: 10.1016/j.apm.2014.09.019, (2014).
71. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: The methodology for developing the kinematic model of selected CPR-A system as a necessity for the development of a dynamic model. Journal of Applied Engineering Science, ISSN 1451-4117, (2013).
72. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: Contribution to the modelling of Cable-suspended Parallel Robot hanged on the four points. IROS 2012: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vilamoura, Institute for System and Robotics, University of Coimbra, Portugal (October 7-12, 2012), pp. 3526-3531. ISBN 978-1-4673-1735-1, (2012).
73. Kevac, L., Filipovic, M.: Analysis of the performance of cpr system with changeable masses of winches and ropes. Proceedings of 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, Arandjelovac, Serbia, June 15-17, 2015, M2b, ISBN 978-86-7892-715-7, (2015).
74. O'Connell, F., The New York Times: Camera's cradle, nytimes.com. <http://www.nytimes.com/imagepages/2005/01/05/technology/06howw.graphic.jpg.html> (приступљено 03.05.2017.).
75. Filipovic, M., Kevac, L., Djuric, A.: A comparative analysis between the RSCPR and CPR – A systems. Proceedings of 3rd International Conference IcETRAN Conference, Zlatibor, Serbia, June 13 – 16.2016, ISBN 978-86-7466-618-0, (2016).
76. Filipovic, M., Kevac, L., Reljin, B.: Comparative analysis of two configurations of aerial robot. 2012 SISY IEEE 10th Jubilee International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Subotica, Serbia, Obuda University, Hungary (September 20-22, 2012), pp. 211-216, ISBN 978-1-4673-4751-8, (2012).
77. Filipovic, M., Kevac, L., Djuric, A.: Future directions for implementation of aerial robot. 10th International Symposium on Electronics and Telecommunications, ISETC 2012, Tenth Edition, Politehnica University of Timisoara, Timisoara, Romania (November 15-16, 2012), ISBN 978-1-4673-1175-5, pp. 91-94, (2012).
78. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: The mathematical model of aerial robot in purpose increasing of its autonomy. 20th Telecommunications Forum TELFOR 2012, Telecommunications Society, Belgrade, Serbia (November 20-22, 2012), pp. 1575-1578. ISBN 978-1-4673-2982-8, (2012).
79. Filipovic, M., Kevac, L.: The Importance of procedure of form a mathematical model of aerial robot. HIPNEM 2012, KGH, Belgrade, October 18 2012. ISBN 978-86-81505-64-9, (2012).
80. Kevac, L., Filipovic, M., Djuric, A.: The complex motion of Cable-suspended parallel robot under the influence of the disturbance. ENOC 2014, July 6 – 11, 2014, Vienna, Austria, ISBN 978-3-200-03433-4, (2014).
81. Filipovic, M., Kevac, L., Djuric, A., Vujovic, M.: The importance of the development and application areas of different structures of Cable-suspended Parallel Robot – CPR systems. Proceedings of 2nd International Conference IcETRAN Conference, Silver Lake, Serbia, June 8 – 11, 2015, ROI3.6, ISBN 978-86-80509-71-6, (2015).
82. Filipovic, M., Potkonjak, V., Vukobratovic, M.: Humanoid Robotic System with and without Elasticity Elements Walking on an Immobile/Mobile Platform. J INTELL ROBOT SYST, 48: 157. doi:10.1007/s10846-006-9085-x, (2007).
83. Filipovic, M., Vukobratovic, M.: Expansion of source equation of elastic line. ROBOTICA, 26(6), 739–751. doi: 10.1017/S0263574708004347, (2008).

84. Filipovic, M., Vukobratovic, M.: Complement of Source Equation of Elastic Line. *J INTELL ROBOT SYST*, 52: 233. doi:10.1007/s10846-008-9211-z, (2008).
85. Filipovic, M.: Relation between Euler-Bernoulli equation and contemporary knowledge in robotics. *ROBOTICA*, 30, 1–13, (2012).
86. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: Complexity of the elastic S-type Cable-suspended Parallel Robot. *Proceedings of 1st International Conference IcETRAN Conference, Vrnjacka Banja, Serbia, June 2 – 5, 2014* , ROI3.3, ISBN 978-86-80509-70-9, (2014).
87. Filipovic, M., Djuric, A. Kevac, L., Despotović, Ž.: The elastic F-type Cable-suspended Parallel Robot in the service of parents. *International Workshop and Summer School on Medical and Service Robotics, July 10 – 12 2014, EPFL Lausanne, Switzerland, DOI: 10.13140/2.1.2771.0082*, (2014).
88. Filipovic, M., Djuric, A., Kevac, L.: The choice of generalized coordinates for elastic robotic systems (industrial, humanoid and CPR). *International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, SVCS2014, July 3–5, 2014*, pp. 249-269, Belgrade, Serbia, ISBN 978-80-8075-655-0, (2014).
89. Vukobratovic, M.: *Introduction to Robotics*. published by Springer-Verlag (1989).
90. Han, S.M., Benaroya. H.: *Principle of Virtual Work, Lagrange's Equation and Hamilton's Principle. Solid Mechanics and Its Applications*, vol. 98, pp. 13-28, (2002).
91. Corke, P.: *Robotics Toolbox for MATLAB release 9*, petercorke.com, (2015).
92. Zietzwitz, V. J., Fehlberg, L., Bruckmann, T, Vallery H.: Use of passively guided deflection units and energy-storing elements to increase the application range of wire robots. *Chapter in: Mechanisms and Machine Science, Vol. 12, Springer*, pp. 167-184, (2013).
93. United Nations: *Cable Logging Systems, Food and agriculture organization of the united nations, Roma*, (1981).
94. Samset I.: *Winch and cable systems (Forestry Sciences)*, Martinus Nijhoff/Dr. W. Junk, (1985).
95. Abdel-Rahman E.M., Nayfeh A.H., Masoud Z.N.: Dynamics and Control of Cranes: A Review, *J VIB CONTROL*, 9, 863-908, (2003).
96. Padfield, D.G.: The motion and tension of an unwinding, thread. I. *Proc. R. Soc. Lond.* 245, 382–407, (1956).
97. Fraser W.B., Ghosh T.K., Batra S.K.: On Unwinding Yarn from a Cylindrical Package, *Proc. R. Soc. Lond. A* 436, 479-498, (1992).
98. Clark J.D., Fraser W.B., Stump D.M.: Modelling of tension in yarn package unwinding, *J ENG MATH*, 40: 59–75, (2001).
99. Kevac, L., Filipovic, M., Rakic, A.: Dynamics of the process of the rope winding (unwinding) on the winch, *APPL MATH MODEL* 48C, 821-843, DOI: 10.1016/j.apm.2017.02.023, (2017).
100. Kevac, L., Filipovic, M., Stikic, Z. *Institut Mihajlo Pupin* (2015). Glatko jednorodno višeslojno radijalno namotavanje užeta na čekrk, Smooth single-rowed multilayered radial winding of the rope on the winch. Serbia. Application number II-2015/0598 ((A1) 31.03.2017. 8/2017, Pending), (2015).
101. Kevac, L., Filipovic, M.: Mathematical model of cable winding/unwinding system, *J MECH*, accepted for publication on 15.06.2017, (2017).
102. Tan, K. K., Wang Q.-G., Hang C. C.: *Advances in PID Control*. London, UK: Springer-Verlag. ISBN 1-85233-138-0, (1999).



103. Filipovic, M., Kevac, L., Djuric, A.: The Variable Position of the Load's Centre of Mass Relative to the Load's Hanging Point of the CPR System. Chapter in: *Advances in Robot Design and Intelligent Control*, Vol. 540, Springer, pp. 179-187, (2017).
104. Moore, E. H.: On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 26 (9), 394–395. doi:10.1090/S0002-9904-1920-03322-7, (1920).
105. Djuric, A., Jovanovic, V., Filipovic, M., Kevac, L.: The Reconfigurable Machinery Efficient Workspace Analysis Based on the Twist Angles, Special Issue on: *Advanced Intelligent Systems and Mechatronics*, *INT J COMPUT APPL T*, 53(4):201-211, (2016).
106. Arachchige, P. W., Abderrahmane, M. S., Djuric, A. M.: Modeling and Validation of Rapid Prototyping Related Available Workspace, *SAE International Journal of Materials and Manufacturing* 7(2):291-299, (2014).
107. Djuric, A. M., Urbanic, J. R.: A Methodology for Defining the Functional Space (Work Window) for a Machine Configuration, 3rd International Conference on Changeable, Agile, Reconfigurable and Virtual Production (CARV 2009), Munich, October 5-7, 2009, (2009).
108. Djuric, A.M., ElMaraghy, W.H.: Filtering Boundary Points of the Robot Workspace, 5th International Conference on Digital Enterprise Technology (DET2008), (pp. 597-606), Nantes, France, October 22-24, 2008, (2008).
109. Kevac, L., Filipovic, M., Djuric, A.: The dynamic response analysis of a 2-DOF robotic mechanism for a complex trajectory, *International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures, SVCS2014*, July 3–5, 2014, pp. 270-284, Belgrade, Serbia, ISBN 978-80-8075-655-0, (2014).
110. Petrovic, T.B., Rakic, A.: Linear robust control of DC/DC converters: Part I – Deterministic switching, *Electr Eng* (2005) 87: 57. doi:10.1007/s00202-003-0222-2, (2005).
111. Baltic, M., Krneta, R., Rakic, A.: Interdisciplinary project bridges the gap in electrical engineers' knowledge of modern control applications, *INT J ELEC ENG EDUC*, 51 (3), 203-216, (2014).
112. Rakic, A., Petrovic, T.B.: Linear robust approach to DC/DC converter modeling - II: Random Switching, *Electrical Engineering*, 86(5), 275-284, (2014).
113. Visioli, A.: Modified anti-windup scheme for PID controllers, in *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 150 (1), pp. 49-54, Jan. 2003, (2003).
114. Tempel, P., Schnelle, F., Pott, A., Eberhard, P.: Design and Programming for Cable-Driven Parallel Robots in the German Pavilion at the EXPO 2015, *Machines*, DOI: 10.3390/machines3030223, (2015).
115. Richard Thomas Hale: Object-oriented Cable Camera System. Richard Thomas Hale, assignee. Patent US20120300079 A1. 29 Nov. 2012, (2012).
116. Kevac, L., Filipovic, M., Rakic, A.: The trajectory generation algorithm for the cable-suspended parallel robot—The CPR Trajectory Solver, *ROBOT AUTON SYST* 94C, 25-33, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2017.04.018>, (2017).
117. Korayem, M.H., Tourajizadeh, H.: Maximum DLCC of spatial cable robot for a predefined trajectory within the workspace using closed loop optimal control approach, *J INTELL ROBOT SYST*, 63 (1), 75-99, (2011).
118. Korayem, M.H., Bamdad, M.: Dynamic load-carrying capacity of cable-suspended parallel manipulators, *INT J ADV MANUF TECH*, 44 (7-8), 829-840, (2009).

## Биографија

Љубинко Кевац, мастер инжењер електротехнике, рођен је 26.05.1987. године у Кључу, Босна и Херцеговина, од оца Бранка и мајке Љубице. Основну школу је започео у Кључу, али ју је завршио у Бијељини. У Бијељини је завршио и средњу техничку школу. У току школовања је учествовао на неколико такмичења из разних предмета из области природних и друштвених наука. Електротехнички факултет у Београду уписао је 2006/2007. школске године. Дипломирао је 2010. године са просечном оценом 8.68 током студија и оценом 10 на дипломском. Школске 2010/2011. године уписао је мастер студије на Електротехничком факултету у Београду. Мастер студије је завршио 2011. године са просечном оценом 9.67 и оценом на мастер раду 10. Исте године, почео је да сарађује са колегама из Центра за роботiku Института Михајло Пупин, Београд и по договору са својим ко-ментором др. Мирјаном Филиповић уписују докторске студије на Електротехничком факултету у Београду почетком 2012. године. Почетком априла 2012. године заснива радни однос са Иновационим центром Електротехничког факултета у Београду, где је запослен и данас.

Област научног истраживања докторанта обухвата анализу, синтезу и математичко моделовање кабловски вођених роботских система (енг. Cable – suspended parallel robots – CPR systems). Аутор је објавио око 30 радова у научним часописима и на научним скуповима из области роботике и управљања, од којих је 22 везано за тему докторске дисертације.

Рецензент је за међународни часопис *Robotica* и био је рецензент неколико радова на међународној конференцији RAAD 2016.

Ангажован је на пројекту „Динамика хибридниh система сложениh структура“, ОИ-174001, чији руководиоцац је Проф. др Катица С. Хедриh.

## Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Љубинко Кевац

Број индекса 5078/11

### Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Моделовање и управљање кабловски вођеним роботским системима

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 16.06.2017.

Љубинко Кевац



## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Љубинко Кевац

Број индекса 5078/11

Студијски програм Управљање системима и обрада сигнала

Наслов рада Моделовање и управљање кабловски вођеним роботским системима

Ментор Доц. др Александар Ракић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис аутора**

У Београду, 16.06.2017.

Љубинко Кевац



## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Моделовање и управљање кабловски вођеним роботским системима

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

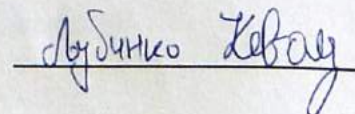
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 16.06.2017.





1. **Ауторство.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољава се умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.