

UDŽBENIK ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA U BEOGRADU

Milan Bjelica

TELEKOMUNIKACIONA MERENJA 1

zbirka rešenih zadataka

Beograd, 2013.

dr Milan Bjelica,
Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu
e-mail: milan@etf.rs

TELEKOMUNIKACIONA MERENJA 1
zbirka rešenih zadataka
elektronski udžbenik

Recenzenti:

prof. dr Predrag Pejović,
prof. dr Aleksandra Smiljanić

Nastavno-naučno veće Elektrotehničkog fakulteta odobrilo je objavljivanje ovoga udžbenika odlukom broj 25 od 30.1.2013. godine.

Izdavač:

Elektrotehnički fakultet
Univerziteta u Beogradu

ISBN: 978-86-7225-052-7



Neka prava zadržana. Ovo delo je licencirano pod uslovima licence Creative Commons Autorstvo-Nekomercijalno-Bez prerade 3.0.

Tekst ove knjige složen je u programskom paketu L^AT_EX 2_ε.

Sadržaj

1. Uvod	1
2. Pasivne komponente	5
3. Izvori signala	15
4. Merenje nivoa signala	23
5. Merenje frekvencije i vremena	31
6. Osciloskopi	37
7. Analizatori spektra	47
8. Obrada rezultata merenja	57
Literatura	67

1. Uvod

Zadatak 1.1 Preračunati nivo od 1 dBm u dB μ V, na impedansi od 50 Ω .

Nivou signala l_1 u jedinicama dBm, na impedansi Z , odgovara efektivna vrednost napona U za koju je

$$l_1 = 10 \log \frac{U^2}{Z \cdot 1 \text{ mW}}.$$

Odavde je

$$U = \sqrt{10^{l_1/10} \cdot Z \cdot 1 \text{ mW}}.$$

S druge strane, nivo signala u jedinicama dB μ V dat je izrazom

$$l_2 = 20 \log \frac{U}{1 \mu\text{V}}.$$

Uvrštavanjem izraza za napon, dobijamo

$$l_2 = 20 \log \frac{\sqrt{10^{l_1/10} \cdot Z \cdot 1 \text{ mW}}}{1 \mu\text{V}},$$

što nakon zamene broječnih vrednosti daje $l_2 \approx 108$ dB μ V.

Zadatak 1.2 Preračunati nivo od 1 dB μ V u dBm, na impedansi od 75 Ω .

U ovome slučaju je

$$l_1 = 20 \log \frac{U}{1 \mu\text{V}}$$

i

$$l_2 = 10 \log \frac{U^2}{Z \cdot 1 \text{ mW}},$$

odakle dobijamo

$$l_2 = 10 \log \frac{(10^{l_1/20} \cdot 1 \mu\text{V})^2}{Z \cdot 1 \text{ mW}}.$$

Uvrštavanjem zadatih broječnih vrednosti, dobijamo rezultat $l_2 \approx -107,8$ dBm.

Zadatak 1.3 Snaga signala na ulazu oslabljivača je 10 W, a na izlazu 0,1 W. Koliko je slabljenje ovoga oslabljivača u dB?

Slabljenje oslabljivača u decibelima je

$$a = 10 \log \frac{P_{in}}{P_{out}},$$

gde su P_{in} i P_{out} redom snage signala na njegovom ulazu i na izlazu. U primeru iz zadatka, dobijamo $a = 20$ dB.

Zadatak 1.4 Dobitak uređaja je 66 dB. Koliko je njegovo linearno naponsko pojačanje?

Decibelski dobitak uređaja, g i njegovo linearno naponsko pojačanje, G_u , povezani su izrazom

$$g = 20 \log G_u.$$

Odavde je

$$G_u = 10^{g/20},$$

što u našem zadatku približno iznosi 2000.

Zadatak 1.5 Snaga signala na ulazu pojačavača je 1 W, a na izlazu 20 W. Koliki je dobitak ovoga pojačavača u dB?

Dobitak pojačavača u decibelima je

$$g = 10 \log \frac{P_{out}}{P_{in}},$$

gde su P_{out} i P_{in} redom snage signala na njegovom izlazu i na ulazu. Uvrštavanjem zadatih brojčanih vrednosti, dobijamo $g = 13$ dB.

Zadatak 1.6 Na ulaz pojačavača dobitka $g = 30$ dB dolazi signal snage 1 W. Kolika je snaga signala na izlazu?

Snaga signala na izlazu pojačavača je

$$P_{out} = P_{in} \cdot 10^{g/10}$$

i iznosi 1000 W.

Zadatak 1.7 Efektivna vrednost napona na ulazu pojačavača je 1 V, a na izlazu 20 V. Koliki je dobitak ovoga pojačavača?

Kada su poznate efektivne vrednosti napona i kada su karakteristične impedanse na ulazu i na izlazu međusobno jednake, dobitak pojačavača je dat izrazom

$$g = 20 \log \frac{U_{out}}{U_{in}},$$

što iznosi 26 dB.

Zadatak 1.8 Efektivna vrednost napona na ulazu oslabljivača slabljenja 50 dB je 1 V. Kolika je efektivna vrednost napona na njegovom izlazu?

Pošto se radi o oslabljivaču, biće

$$U_{out} = U_{in} \cdot 10^{-a/20},$$

što približno iznosi 3,2 mV.

Zadatak 1.9 Na ulaz sabirača dolaze nekorelisani signali čiji su nivoi redom 0 dBm, 3 dBm i -6 dBm. Koliki je nivo signala na izlazu?

Nekorelisani signali se sabiraju *po snazi*. To znači da je u našem zadatku

$$P_{tot} = P_1 + P_2 + P_3,$$

gde je

$$P_1 = 10^{p_1/10} \cdot 1 \text{ mW} = 1 \text{ mW},$$

$$P_2 = 10^{p_2/10} \cdot 1 \text{ mW} = 2 \text{ mW}$$

i

$$P_3 = 10^{p_3/10} \cdot 1 \text{ mW} = 0,25 \text{ mW}.$$

Ukupna snaga signala na izlazu sabirača stoga je $P_{tot} = 3,25 \text{ mW}$.

Nivo signala na izlazu je

$$p_{tot} = 10 \log \frac{P_{tot}}{1 \text{ mW}}$$

i iznosi 5,12 dBm.

Zadatak 1.10 Na ulaz sabirača dolaze nekorelisani signali, čiji nivoi redom iznose -6 dBV, 0 dBV i 3 dBV. Koliki je nivo signala na izlazu, u dBV?

Efektivne vrednosti napona ulaznih signala su

$$U_1 = 10^{n_1/20} \cdot 1 \text{ V} = 0,5 \text{ V},$$

$$U_2 = 10^{n_2/20} \cdot 1 \text{ V} = 1 \text{ V}$$

i

$$U_3 = 10^{n_3/20} \cdot 1 \text{ V} = 1,41 \text{ V}.$$

Uz pretpostavku da su karakteristične impedanse na svim pristupima uzajamno jednake, efektivna vrednost napona na izlazu je

$$U_{tot} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} = 1,8 \text{ V},$$

čemu odgovara nivo

$$n_{tot} = 20 \log \frac{U_{tot}}{1 \text{ V}} = 5,12 \text{ dBV}.$$

Zadatak 1.11 Na ulaz sabirača dolaze tri korelisana prostoperiodična signala, čiji su nivoi redom 0 dBV, 2 dBV i 3 dBV. Koliki je vršni nivo signala na izlazu?

Efektivne vrednosti napona ulaznih signala su

$$U_1 = 10^{n_1/20} \cdot 1 \text{ V} = 1 \text{ V},$$

$$U_2 = 10^{n_2/20} \cdot 1 \text{ V} = 1,26 \text{ V}$$

i

$$U_3 = 10^{n_3/20} \cdot 1 \text{ V} = 1,41 \text{ V}.$$

Korelisani signali se sabiraju *po trenutnim vrednostima*; u slučaju prostoperiodičnih signala, to znači da pored amplituda treba posmatrati i njihove fazne stavove. Vršna vrednost zbira će se ostvariti onda kada sva tri signala istovremeno budu dostigla maksimalne vrednosti. Tada će biti

$$U_{tot,max} = \sqrt{2} (U_1 + U_2 + U_3) = 5,19 \text{ V},$$

pa je vršni nivo

$$n_{tot,max} = 20 \log \frac{U_{tot,max}}{1 \text{ V}} = 14,3 \text{ dBV}.$$

2. Pasivne komponente

Zadatak 2.1 Odrediti karakterističnu impedansu koaksijalnog kabla RG-58 C/U, čiji su parametri: prečnik unutrašnjeg provodnika $2a = 0,9$ mm, prečnik spoljašnjeg provodnika $2b = 2,95$ mm, relativna permitivnost izolatora $\epsilon_r = 2,1$.

Karakteristična impedansa koaksijalnog kabla je

$$Z_c = \frac{1}{cC'},$$

gde je

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

brzina prostiranja transverzalnog elektromagnetskog (TEM) talasa u kablju i

$$C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$$

podužna kapacitivnost kabla.

Ako je izolator kabla napravljen od nemagnetskog materijala, njegova permeabilnost će biti $\mu = \mu_0$, pa izraz za karakterističnu impedansu sada možemo napisati u obliku

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}.$$

Za kabl iz postavke zadatka, dobijamo da ona iznosi $49,15 \Omega$, što odgovara karakterističnoj impedansi laboratorijske opreme (50Ω).

Zadatak 2.2 Video signal čiji spektar zauzima opseg frekvencija [556 kHz, 6,056 MHz] prenosi se koaksijalnim kablom čiji su parametri: $a = 1,3$ mm, $b = 4,7$ mm, $\epsilon_r = 1,05$ (*styroflex*), $\rho_p = 0,01785 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$ ($\sigma_{\text{Cu}} = 56 \text{ MS/m}$), $L = 1200$ m. Ako je nivo signala na ulazu kabla $p_{in} = -3$ dB, koliki je nivo signala na njegovom izlazu?

Karakteristična impedansa ovoga kabla je

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \approx 75 \Omega,$$

što je uobičajena vrednost za televizijsku tehniku.

Kada su u koaksijalnom kablju izraženi gubici usled skin-efekta, njegovo podužno slabljenje dato je izrazom

$$\alpha = \sqrt{\mu_0 \pi f \rho_p} \frac{1}{4\pi Z_c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Vidimo da podužno slabljenje raste s korenom frekvencije. Pošto spektar prenošenog signala zauzima širok opseg frekvencija, u proračunu ćemo posmatrati najgori slučaj, kada je $f = f_{max} = 6,056$ MHz, jer je tada podužno slabljenje kabla najveće i iznosi $6,8 \cdot 10^{-4}$ Np/m (nepera po metru).

Ukupno slabljenje kabla je

$$a = \alpha L \approx 0,82 \text{ Np}.$$

Danas je uobičajeno da se slabljenja, dobici i nivoi izražavaju u decibelima, dok neperi imaju istorijski značaj. Između ovih dveju jedinica važi odnos

$$1 \text{ Np} = 8,686 \text{ dB}.$$

Slabljenje kabla na najvišoj prenošenoj frekvenciji stoga je

$$a = 7,12 \text{ dB}.$$

Nivo signala na izlazu kabla je

$$p_{out} = p_{in} - a = -10,12 \text{ dB}.$$

Zadatak 2.3 Za zadati gabarit (poluprečnik spoljašnjeg provodnika) koaksijalnog kabla, odrediti poluprečnik njegovog unutrašnjeg provodnika tako da podužno slabljenje kabla bude minimalno.

Izraz za podužno slabljenje koaksijalnog kabla možemo napisati u obliku

$$\alpha = \kappa \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \left(\ln \frac{b}{a} \right)^{-1},$$

gde je

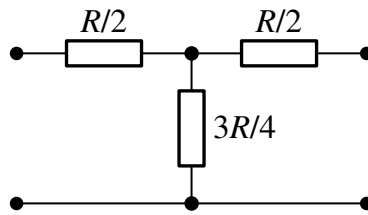
$$\kappa = \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_r f \rho_p}{\pi}} \frac{1}{240 \Omega}.$$

Nalaženjem izvoda po a i izjednačavanjem s nulom, dobijamo transcendentnu jednačinu

$$1 + \frac{a}{b} = - \ln \frac{a}{b}.$$

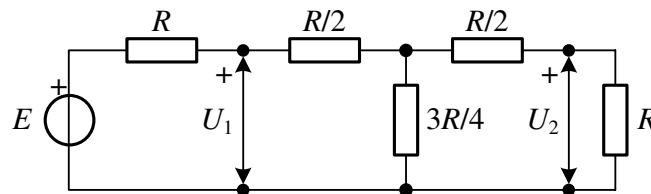
Numeričkim rešavanjem, dolazimo do rezultata $a \approx 0,278b$.

Zadatak 2.4 Odrediti slabljenje oslabljivača čija je električna šema prikazana na slici 2.4. Karakteristične impedanse na oba pristupa su jednake i iznose R .



Slika 2.4: Električna šema oslabljivača.

Slabljenje linearnog četvoropola određujemo tako što na njegov ulaz vežemo prilagođeni generator, a izlaz zatvorimo prilagođenim potrošačem.



Slika 2.4(a): Određivanje slabljenja oslabljivača sa slike 2.4.

Ako je U_1 napon na ulazu oslabljivača, a U_2 napon na njegovom izlazu, linearno slabljenje je

$$A = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2.$$

Rešavanjem kola sa slike, dobijamo

$$U_2 = \frac{U_1}{2} \frac{R}{R + \frac{R}{2}} = \frac{U_1}{3},$$

pa je slabljenje ovoga oslabljivača

$$A = 9,$$

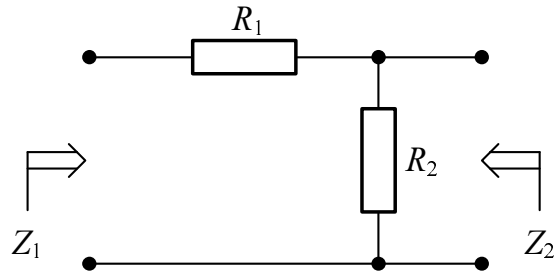
odnosno

$$a = 10 \log A = 9,5 \text{ dB}.$$

Zadatak 2.5 Odrediti vrednosti otpornosti R_1 i R_2 , tako da se L-polućelijom sa slike 2.5 ostvari prilagođenje impedansi između sistemā čije impedanse iznose 75Ω i 50Ω .

Ako je ostvareno prilagođenje impedansi, biće

$$Z_1 = R_1 + \frac{R_2 Z_2}{R_2 + Z_2}$$



Slika 2.5: L-polućelija.

i

$$Z_2 = \frac{(R_1 + Z_1) R_2}{R_1 + Z_1 + R_2}.$$

Odavde dobijamo sistem jednačina

$$\begin{aligned} Z_1 R_2 + Z_1 Z_2 &= R_1 R_2 + R_1 Z_2 + R_2 Z_2 \\ Z_2 R_1 + Z_1 Z_2 + Z_2 R_2 &= R_1 R_2 + Z_1 R_2. \end{aligned}$$

Oduzimanjem i sređivanjem, dobijamo

$$R_1 = R_2 \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2},$$

pa je neophodno da se sistemi povežu tako da važi $Z_1 > Z_2$. Uvrštavanjem ovoga međurezultata u drugu jednačinu sistema, nakon sređivanja dobijamo

$$R_2 = Z_2 \sqrt{\frac{Z_1}{Z_1 - Z_2}},$$

odakle je i

$$R_1 = \sqrt{Z_1 (Z_1 - Z_2)}.$$

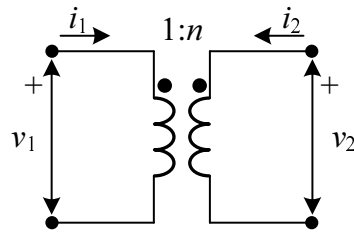
Za $Z_1 = 75 \Omega$ i $Z_2 = 50 \Omega$, dobijamo da je $R_1 = 43,3 \Omega$ i $R_2 = 86,6 \Omega$.

Odredimo za vežbu i slabljenje koje unosi ovaj sklop. Ako je pobuda priključena na pristup 1, a prilagođeni potrošač na pristup 2, rešavanjem kola dobijamo da je $u_2 \approx 0,423u_1$. Pošto karakteristične impedanse na pristupima ovoga četvoropola nisu uzajamno jednake, slabljenje koje on unosi odredićemo po obrascu

$$a = 10 \log \frac{u_1^2/Z_1}{u_2^2/Z_2}.$$

Uvrštavanjem brojeanih vrednosti, dobijamo rezultat $a = 5,7 \text{ dB}$. Čitaocima se prepušta da provere da li se jednako slabljenje dobija i u slučaju kada je pobuda vezana na pristup 2, a potrošač na pristup 1.

Zadatak 2.6 Projektovati transformatorski konvertor impedanse 150Ω na 600Ω .



Slika 2.6: Prilagođenje impedanse pomoću idealnog transformatora.

Upotřebićemo idealan transformator, koji je prikazan na slici 2.6.

Ovaj transformator je opisan jednačinama

$$v_2 = n v_1$$

i

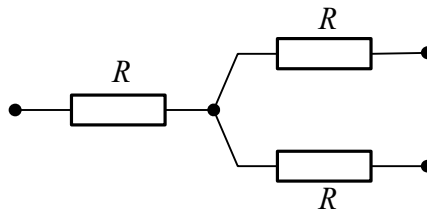
$$i_2 = -\frac{1}{n} i_1.$$

Impedansa koja se „vidi“ na drugom pristupu je

$$Z_2 = -\frac{v_2}{i_2} = n^2 \frac{v_1}{i_1} = n^2 Z_1.$$

Odavde je potreban prenosni odnos transformatora $n = 2$.

Zadatak 2.7 Odrediti vrednost otpornosti R , tako da se sklop sa slike 2.7 ponaša kao sabirač/razdelnik snage, karakteristične impedanse 50Ω .



Slika 2.7: Sabirač/razdelnik snage.

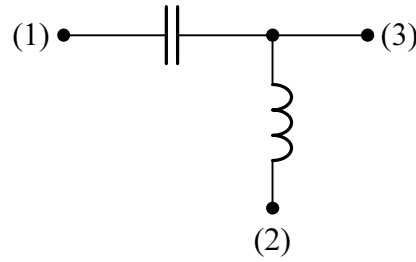
Zbog simetrije, dovoljno je da posmatramo uslov prilagođenja na jednom od portova sklopa:

$$Z = R + \frac{1}{2}(R + Z).$$

Za $Z = 50 \Omega$, odavde dobijamo $R = 16,7 \Omega$.

Zadatak 2.8 Predložiti električnu šemu sklopa koji omogućava istovremeni prenos VF signala i DC napajanja jednim kablom.

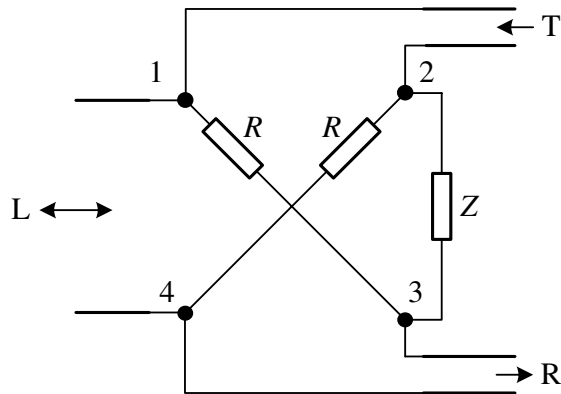
Šema traženog sklopa, koji se naziva *bias T*, prikazana je na slici 2.8. VF signal se priključuje na pristup (1), dok se DC napajanje priključuje na pristup (2).



Slika 2.8: Sklop „bias T”.

Zadatak 2.9 Na slici 2.9, prikazana je električna šema diferencijalnog sistema za prelazak sa dvožičnog prenosa na četvorožični. Karakteristične impedanse predajne (T) i prijemne linije (R) su R , a dvosmerne linije (L) Z .

- Odrediti vrednost impedanse Z , tako da se poništi eho.
- Odrediti slabljenja pri prenosu signala.



Slika 2.9: Otpornički hibrid.

- Kada je poništen eho, signal se ne prenosi sa predajne linije na prijemnu, pa je

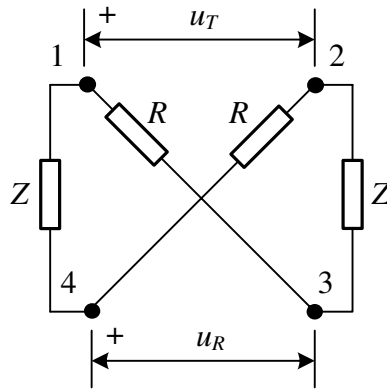
$$u_R = u_{42} + u_{23} = u_T \frac{R}{R+Z} - u_T \frac{Z}{R+Z},$$

to jest

$$u_R = u_T \frac{R-Z}{R+Z}.$$

Odavde vidimo da će se eho poništiti kada važi

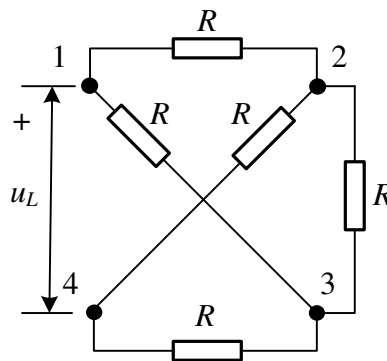
$$Z = R.$$



Slika 2.9(a): Poništavanje eha.

b) Pod uslovom iz tačke a), slabljenje signala od predajne linije ka prijemnoj ($T \rightarrow R$) je beskonačno.

Da bismo odredili slabljenje signala od L do R, posmatraćemo šemu sa sledeće slike.



Slika 2.9(b): Prenos signala od dvosmerne dvožične linije ka prijemnoj strani četvorožične.

Uočavamo da otpornici u ovome slučaju formiraju uravnotežen most, pa je

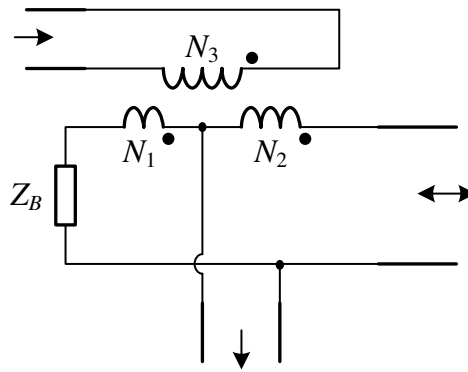
$$u_{23} = 0.$$

Stoga je

$$u_R = u_{43} = -\frac{u_L}{2},$$

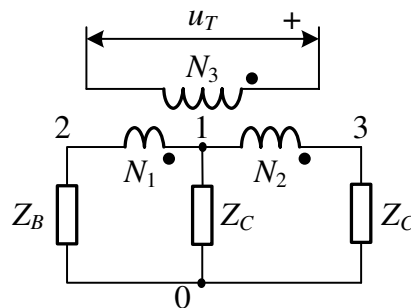
pa je slabljenje u smeru $L \rightarrow R$ 4 puta, ili 6 dB. Zbog simetrije, jednako slabljenje je i u smeru $T \rightarrow L$.

Zadatak 2.10 Na slici 2.10 je prikazan asimetrični diferencijalni sistem. Karakteristične impedanse linija su Z_c . Transformator je idealan. Odrediti vrednost balansne impedanse, Z_B , tako da se poništi eho.



Slika 2.10: Asimetrični transformatorski hibrid.

Da bismo odredili uslov poništavanja eha, prijemnu i dvosmernu liniju zatvorićemo karakterističnim impedansama, dok ćemo na predajnu liniju dovesti napon u_T , kao što je prikazano na sledećoj slici.



Slika 2.10(a): Poništavanje eha.

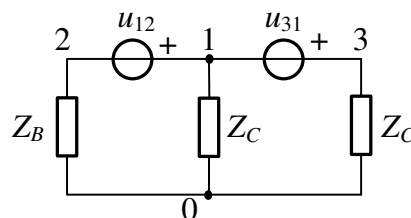
Iz osobina idealnog transformatora je

$$u_{12} = u_T \frac{N_1}{N_3}$$

i

$$u_{31} = u_T \frac{N_2}{N_3}.$$

Pozivajući se na teoremu kompenzacije, možemo formirati ekvivalentnu šemu koja je prikazana na narednoj slici.



Slika 2.10(b): Ekvivalentno kolo.

Napon na prijemnoj liniji je u_{10} i najlakše ćemo ga odrediti metodom napona između čvorova:

$$u_{10} \left(\frac{1}{Z_B} + \frac{2}{Z_C} \right) = \frac{u_{12}}{Z_B} - \frac{u_{31}}{Z_C}.$$

Kada nema eha, važi i

$$u_{10} = 0,$$

pa je

$$\frac{u_{12}}{Z_B} = \frac{u_{31}}{Z_C}.$$

Nakon sređivanja, odavde dobijamo

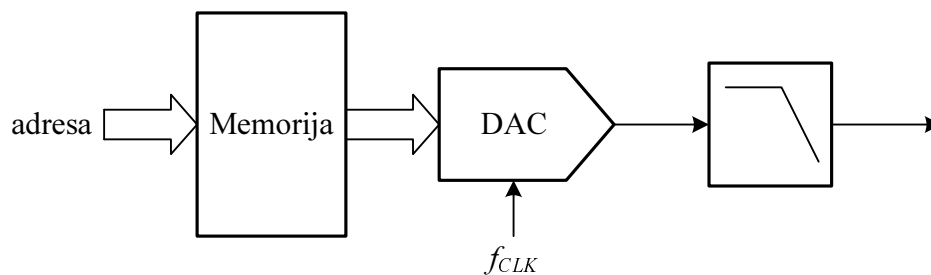
$$Z_B = Z_C \frac{N_1}{N_2}.$$

Primetimo da ovaj rezultat *ne zavisi* od N_3 .

3. Izvori signala

Zadatak 3.1 U kom opsegu se nalazi frekvencija signala koji se može generisati metodom direktne digitalne sinteze (DDS), ako je frekvencija takta $f_{clk} = 100$ MHz, a dužina adrese $N = 16$ b?

Blok-šema generatora funkcija na principu direktne digitalne sinteze prikazana je na slici 3.1.



Slika 3.1: Direktna digitalna sinteza funkcija.

Minimalna vrednost izlazne frekvencije je

$$f_{min} = \frac{f_{CLK}}{2^N}.$$

Odavde je $f_{min} = 1525,9$ Hz.

Maksimalna vrednost izlazne frekvencije određena je Nyquistovom frekvencijom odabiranja,

$$f_{max} = \frac{f_{CLK}}{2}$$

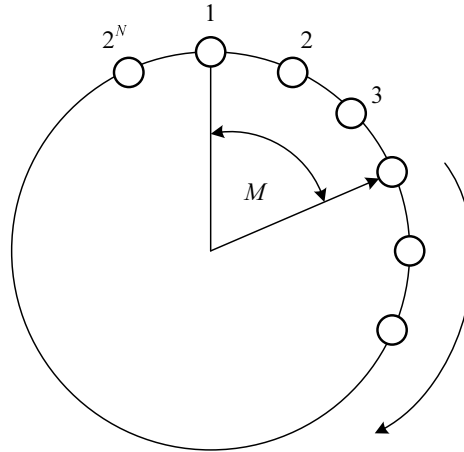
i iznosi 50 MHz.

Zadatak 3.2 Koju vrednost treba upisati u registar inkrementa faze (PIR) DDS generatora funkcija, da bi se na njegovom izlazu dobio signal frekvencije 22 744 751 Hz? Frekvencija takta je 50 MHz, a veličina adresnog prostora 16k reči.

Ako se 2^N adresa s odbircima signala očitava taktom f_{CLK} i korakom M , frekvencija generisanog signala je

$$f_{out} = M \frac{f_{CLK}}{2^N},$$

što je ilustrovano na slici 3.2.



Slika 3.2: Očitavanje adresa sa kruga faze.

U našem zadatku, vrednost koraka je $M = 7453$, pa se u registar inkrementa faze upisuje njen binarni ekvivalent 1110100011101.

Zadatak 3.3 Veličina adresnog prostora generatora funkcija na principu DDS je 16k reči. Ako je u registar inkrementa faze upisana vrednost 24, posle koliko intervala takta će se ponovo očitati početna memorijska lokacija?

Neka se početna lokacija ponovo očitava posle i intervala takta, pri čemu se napravi j obrtaja na krugu faze. Tada će biti

$$i \cdot M = j \cdot 2^N = \text{NZS}(2^N, M),$$

gde je NZS najmanji zajednički sadržalac. Odavde je

$$i = \frac{\text{NZS}(2^N, M)}{M}.$$

U praktičnim primenama, izračunavanje najmanjeg zajedničkog sadržaoaca može biti numerički teško. Prisetimo li da je

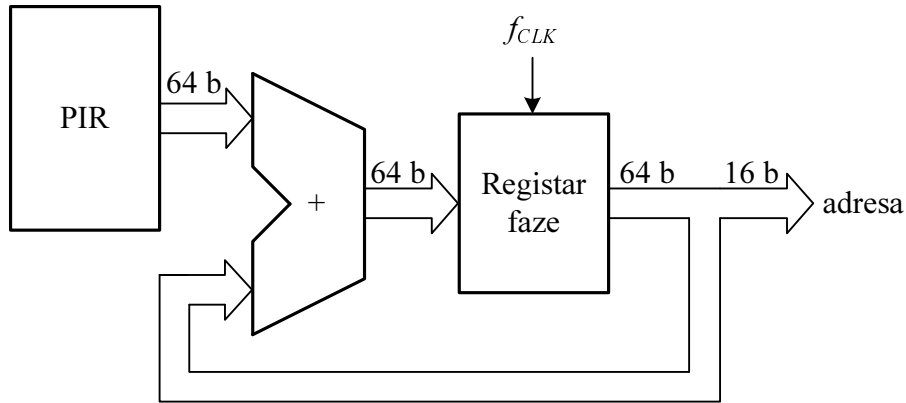
$$\text{NZS}(x, y) = \frac{xy}{\text{NZD}(x, y)},$$

gde je NZD najmanji zajednički delilac, dobijamo pogodniju formulu

$$i = \frac{2^N}{\text{NZD}(2^N, M)}.$$

U našem zadatku je $NZD(16384, 24) = 8$, pa je $i = 2048$.

Zadatak 3.4 Na slici 3.4 je prikazan akumulator faze u generatoru funkcija na principu DDS. Frekvencija takta je $f_{CLK} = 50$ MHz.



Slika 3.4: Kolo akumulatora faze.

Odrediti minimalnu frekvenciju generisanog signala za koju će se u sukcesivnim intervalima takta očitavati različite memorijske lokacije.

Generatori funkcija na principu DDS najčešće interno rade s visokom rezolucijom (u primeru sa slike, 64 b), dok se za adresiranje memorijskih lokacija koristi svega 16 b najviše težine (MSB). Zbog odbacivanja 48 bita najmanje težine (LSB), može se desiti da se za neke izlazne frekvencije u sukcesivnim intervalima takta ponovljeno očitava ista memorijska lokacija, jer interni priraštaj faze nije bio dovoljan da izazove promenu u MSB delu rezultata.

U primeru iz zadatka, prva frekvencija za koju se ne dešava ova tzv. greška odsecanja faze je ona za koju je u PIR upisana vrednost 2^{48} , tj. koja u LSB delu ima sve nule, a jedinicu na prvoj višoj poziciji. Ova frekvencija je

$$f = 2^{48} \frac{f_{CLK}}{2^{64}} \approx 763 \text{ Hz.}$$

Zadatak 3.5 Akumulator faze u generatoru funkcija na principu DDS interno radi s rezolucijom N bita, dok se za adresiranje memorijskih lokacija koristi N_{MSB} bita najviše težine. Za koji će sadržaj registra inkrementa faze izobličenja izlaznog signala zbog odsecanja faze biti najveća, a za koji najmanja?

Najveći nivo izobličenja izlaznog signala usled odsecanja faze nastupa kada je

$$NZD(2^{N-N_{MSB}}, M) = 2^{N-N_{MSB}-1},$$

tj. kada je u registar inkrementa faze upisan binarni broj koji na poziciji $N - N_{MSB}$ ima jedinicu, posle koje slede sve nule.

Nasuprot tome, izobličenja nema onda kada važi

$$\text{NZD}(2^{N-N_{MSB}}, M) = 2^{N-N_{MSB}},$$

tj. kada je u registar inkrementa faze upisan binarni broj koji na poziciji $N - N_{MSB} + 1$ ima jedinicu, posle koje slede samo nule.

Zadatak 3.6 Koliki je odnos signal-šum kvantizacije na izlazu generatora funkcija na principu DDS, čiji digitalno-analogni konvertor ima rezoluciju 16 b i radi sa 70% maksimalne amplitude? Faktor nadodabiranja signala je 3.

Odnos signal-šum kvantizacije odredićemo po obrascu

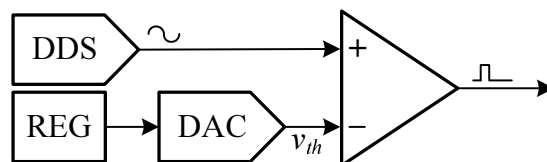
$$SQR \text{ [dB]} = 1,76 + 6,02b + 20 \log FFS + 10 \log \frac{f_s}{f_N},$$

u kome je b rezolucija D-A konvertora, FFS odnos amplitude izlaznog signala i maksimalne amplitude koju konvertor može generisati, f_s frekvencija odabiranja i f_N Nyquistova frekvencija.

U našem zadatku je $b = 16$, $FFS = 0,7$ i $f_s/f_N = 3$, pa odnos signal-šum kvantizacije iznosi 99,75 dB.

Zadatak 3.7 Predložiti metod za generisanje pravougaonih impulsa primenom direktne digitalne sinteze.

Osnovi princip direktne digitalne sinteze, koji je ilustrovan na slici 3.1, zbog postojanja filtra propusnika niskih frekvencija na izlazu ne može se direktno primeniti za generisanje signala (teorijski) beskonačno širokog spektra, u koje spadaju i pravougaoni impulsi. Principijska šema kola koje se može iskoristiti za generisanje ovakve klase signala prikazana je na slici 3.7.



Slika 3.7: Generisanje pravougaonih impulsa.

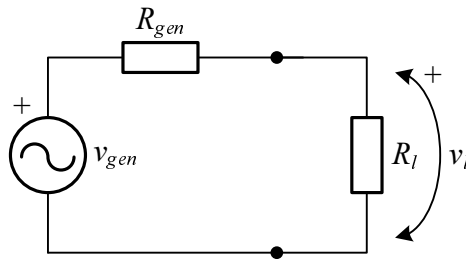
Pravougaoni impulsi se dobijaju poređenjem sinusoidalnog signala iz DDS generatora sa zadatim pragom. Frekvencija impulsa odgovara frekvenciji sinusoidalnog signala,

dok se faktor režima podešava preko napona praga, koji se prvo u digitalnom obliku upisuje u registar, a potom konvertuje u analognu vrednost v_{th} .

Čitaocima se preporučuje da predlože slična kola i za ostale klase impulsnih signala.

Zadatak 3.8 Amplitudska skala generatora signala čija je unutrašnja otpornost R_{gen} baždarena je pod pretpostavkom da je na njega priključen prilagođeni potrošač. Kolika je relativna greška podešavanja amplitude, kada je otpornost potrošača R_l ?

Prema oznakama sa slike 3.8, unutrašnja otpornost generatora i otpornost potrošača formiraju razdelnik napona, tako da je



Slika 3.8: Neprilagođenje potrošača na generator.

$$v_l = v_{gen} \frac{R_l}{R_{gen} + R_l}.$$

Pošto je amplitudska skala generatora baždarena pod pretpostavkom da je $R_l = R_{gen}$, pokazivanje skale biće

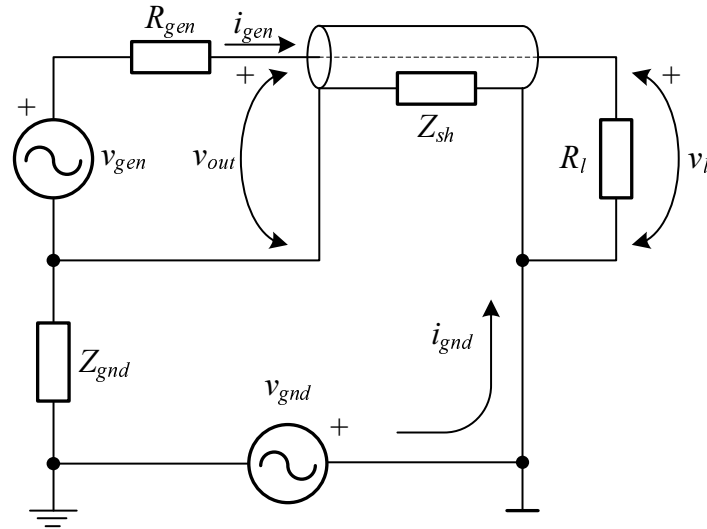
$$v_i = \frac{v_{gen}}{2}.$$

Relativna greška koja se ovim unosi je

$$\left| \frac{v_i - v_l}{v_l} \right| = \frac{|R_{gen} - R_l|}{2R_l}.$$

Zadatak 3.9 Potrošač otpornosti R_l povezan je na izvor signala unutrašnje otpornosti R_{gen} posredstvom koaksijalnog kabla čiji plašt ima impedansu Z_{sh} . Razlika potencijala masa potrošača i izvora je v_{gnd} , dok je impedansa izvora prema sopstvenoj masi Z_{gnd} . Koliki je napon na potrošaču?

Povezivanjem dvaju uređaja čije mase nisu na istom potencijalu, zatvoriće se strujno kolo preko masa, što je ilustrovano na slici 3.9.



Slika 3.9: Primer masene petlje.

Struja i_{gnd} protiče kroz plašt koaksijalnog kabela i superponira se na struju generatora, izobličavajući signal koji se predaje potrošaču.

Rešavanjem kola sa slike 3.9, npr. metodom superpozicije, dobijamo da je

$$i_{gnd} = \frac{v_{gnd}(R_l + Z_{sh}) - v_{out}Z_{sh}}{Z_{gnd}(R_l + Z_{sh}) + R_l Z_{sh}}$$

i

$$i_{gen} = \frac{v_{out}(Z_{gnd} + Z_{sh}) - v_{gnd}Z_{sh}}{Z_{gnd}(R_l + Z_{sh}) + R_l Z_{sh}},$$

pa je

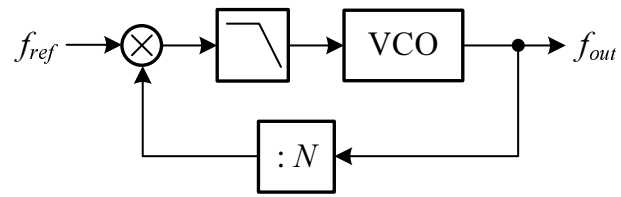
$$v_l = R_l i_{gen} = R_l \frac{v_{out}(Z_{gnd} + Z_{sh}) - v_{gnd}Z_{sh}}{Z_{gnd}(R_l + Z_{sh}) + R_l Z_{sh}}.$$

Da bi se anulirao efekat masene petlje, potrebno je da Z_{gnd} bude veliko. U tome slučaju je

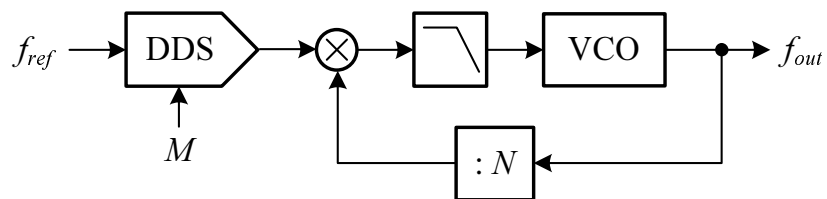
$$v_l \approx v_{out} \frac{R_l}{Z_{sh} + R_l}.$$

Zadatak 3.10 Odrediti frekvencije signala koji se generišu uređajima čije su blok-šeme prikazane na slici 3.10.

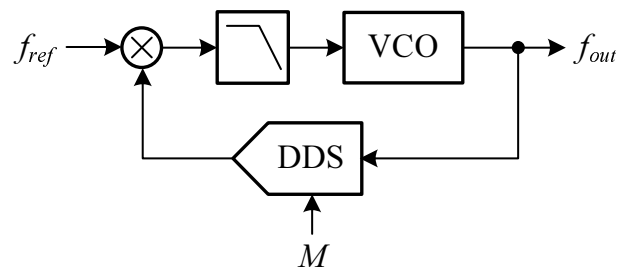
a) Primitimo da je u kolu primenjena negativna povratna sprega. U ustaljenom režimu, za konstantnu frekvenciju ulaznog signala f_{ref} , frekvencija izlaznog signala, f_{out} , takođe će biti konstantna. Da bi to bilo moguće, ulazni signal u naponski kontrolisani oscilator (VCO) mora biti konstantan, što znači da razlika frekvencija ulaznog signala i signala iz grane povratne sprege mora biti nula. Odavde je



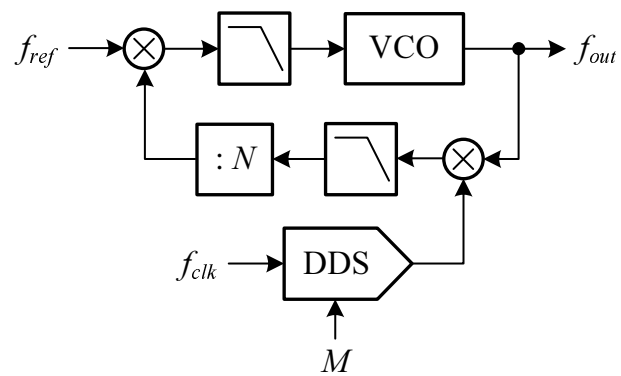
(a)



(b)



(c)



(d)

Slika 3.10: Blok-šeme generatora signala.

$$f_{ref} = \frac{f_{out}}{N},$$

pa je

$$f_{out} = N f_{ref}.$$

Ovakvo kolo se naziva *fazno kontrolisanom petljom* (PLL).

b) Na ulaz fazno kontrolisane petlje sada se dovodi signal iz DDS generatora, čija je frekvencija

$$f = M \frac{f_{ref}}{2^n}.$$

Prema rezultatu tačke a), frekvencija izlaznog signala u ovom slučaju je

$$f_{out} = NM \frac{f_{ref}}{2^n}.$$

c) U ovome uređaju se DDS generator nalazi u grani povratne sprege i generiše signal frekvencije

$$f = M \frac{f_{out}}{2^n}.$$

Izjednačavanjem f sa f_{ref} , dobijamo da je

$$f_{out} = 2^n \frac{f_{ref}}{M}.$$

d) DDS generator generiše signal frekvencije

$$f = M \frac{f_{clk}}{2^n}.$$

Na izlazu množača u grani povratne sprege, dobijaju se signali čiji su spektri centrirani oko frekvencija

$$f_1 = f_{out} + M \frac{f_{clk}}{2^n}$$

i

$$f_2 = f_{out} - M \frac{f_{clk}}{2^n}.$$

NF filtar u grani povratne sprege odbacuje prvu, a propušta drugu komponentu, koja potom prolazi kroz delitelj frekvencije. Kako zbog postojanja negativne povratne sprege mora važiti

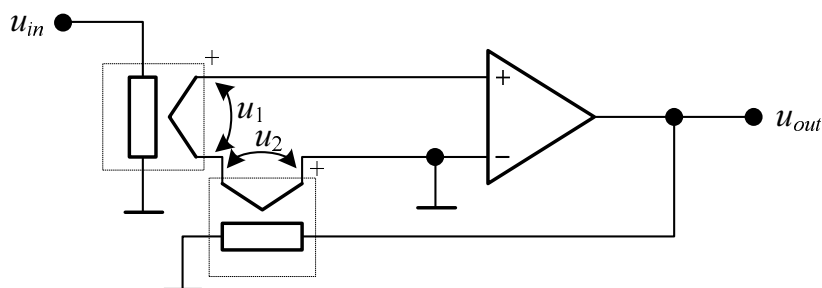
$$f_{ref} = \frac{f_2}{N},$$

dobijamo da je

$$f_{out} = N f_{ref} + M \frac{f_{clk}}{2^n}.$$

4. Merenje nivoa signala

Zadatak 4.1 Na slici je prikazana šema voltmetra s termoparovima. Koliki je napon na njegovom izlazu, kada se na ulaz dovede signal u_{in} ?



Slika 4.1: Voltmetar s termoparovima.

Naponi na termoparovima su

$$u_1 = \alpha U_{in}^2$$

i

$$u_2 = \alpha U_{out}^2,$$

gde je α konstanta termoparova.

Pretpostavimo prvo da je pojačanje pojačavača, k , konačno. Tada je napon na izlazu

$$u_{out} = k\alpha (U_{in}^2 - U_{out}^2).$$

Primetimo da je, odavde, u_{out} DC signal.

Kada je k veliko, ulazni priključci pojačavača biće virtuelno kratkospojeni, pa je

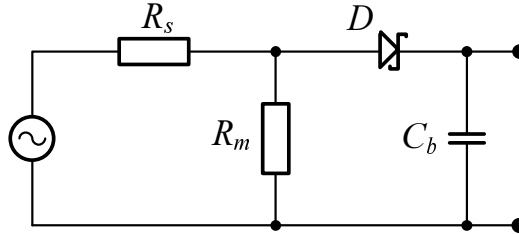
$$u_{out} = U_{in},$$

odnosno, ovakav voltmetar će pokazivati efektivnu vrednost (*true-RMS*) ulaznog signala.

Zadatak 4.2 Na slici 4.2, prikazano je ekvivalentno kolo merača nivoa signala s nepolarizovanom Schottky diodom. Njena strujno-naponska karakteristika data je izrazom

$$i = I_0 (e^{\alpha v} - 1),$$

gde je $I_0 = 13,8 \mu\text{A}$ i $\alpha = 36 \text{ V}^{-1}$.



Slika 4.2: Merač nivoa signala.

Otpornost izvora signala je $R_s = 50 \Omega$. Odrediti dinamičku otpornost diode za male signale i potrebnu vrednost otpornika za prilagođenje impedanse, R_m .

Da bismo odredili dinamičku otpornost diode, prvo ćemo diferencirati njenu strujno-naponsku karakteristiku:

$$\frac{di}{dv} = I_0 \alpha e^{\alpha v}.$$

Za $v = 0$, odavde dobijamo dinamičku provodnost diode za male signale,

$$g = I_0 \alpha,$$

dok je dinamička otpornost

$$r = \frac{1}{g} = \frac{1}{I_0 \alpha} \approx 2013 \Omega.$$

Pošto je dinamička otpornost diode mnogo veća od izlazne otpornosti izvora signala, otpornik za prilagođenje ćemo odabrati tako da njegova otpornost bude jednaka otpornosti izvora, tj. $R_m = 50 \Omega$.

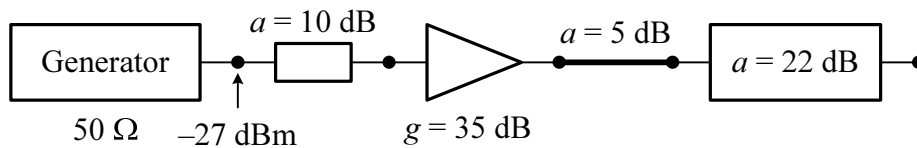
Zadatak 4.3 Odredit *crest* faktor povorke unipolarnih pravougaonih impulsa, amplitude V i faktora ispune ρ .

Crest faktor signala predstavlja odnos njegove vršne i efektivne vrednosti:

$$CF = \frac{\max_t |x(t)|}{X}.$$

U primeru iz zadatka, vršna vrednost signala je V , a efektivna $V\sqrt{\rho}$. *Crest* faktor stoga iznosi $\rho^{-1/2}$.

Zadatak 4.4 Odrediti nivo signala u dB μ V na izlazu sistema sa slike 4.4, ako nivo signala na izlazu generatora iznosi -27 dBm.



Slika 4.4: Telekomunikacioni sistem.

Pošto se radi o rednoj vezi blokova, dobitak sistema je

$$g_s = -10 \text{ dB} + 35 \text{ dB} - 5 \text{ dB} - 22 \text{ dB} = -2 \text{ dB}.$$

Nivo signala na izlazu stoga je

$$l_{out} = l_{in} + g_s = -29 \text{ dBm}.$$

Na impedansi $Z = 50 \Omega$, ovome nivou odgovara efektivna vrednost napona U_{out} , takva da je

$$\frac{U_{out}^2}{Z} = 10^{l_{out}/10} \cdot 1 \text{ mW}.$$

Odavde je $U_{out}^2 = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ V}^2$, čemu odgovara nivo u dB μ V:

$$20 \log \frac{U_{out}}{1 \mu\text{V}} = 10 \log \frac{U_{out}^2}{(1 \mu\text{V})^2} = 78 \text{ dB}\mu\text{V}.$$

Zadatak 4.5 U odsustvu signala, voltmetar pokazuje nivo -70 dBm. Kada se na njegov ulaz dovede signal, pokazivanje iznosi -65 dBm. Koliki je nivo signala u dBm?

U odsustvu signala, voltmetar pokazuje nivo šuma. Snaga šuma na ulazu je

$$P_N = 10^{l_N/10} \cdot 1 \text{ mW} = 10^{-7} \text{ mW}.$$

Podsetimo se zadatka 1.9. Koristan signal i šum su nekorelisani, pa pokazivanje voltmetra u drugom slučaju odgovara nivou zbira snaga šuma i korisnog signala. Ova ukupna snaga iznosi

$$P_S + P_N = 10^{l_{uk}/10} \cdot 1 \text{ mW} = 0,316 \text{ nW}.$$

Odavde je snaga signala $P_S = 0,216 \text{ nW}$, čemu odgovara nivo

$$l_S = 10 \log \frac{P_S}{1 \text{ mW}} = -66,6 \text{ dBm}.$$

Zadatak 4.6 Spektralna gustina snage šuma na ulazu mernog instrumenta iznosi -148 dBm/Hz. Ako je širina propusnog opsega instrumenta 100 kHz, koliki je nivo šuma na njegovom izlazu?

Spektralna gustina snage se u decibelima izražava po obrascu

$$L = 10 \log \frac{P/P_{ref}}{B/B_{ref}},$$

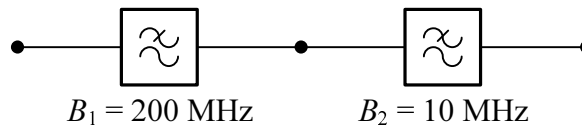
pri čemu je u našem zadatku $B_{ref} = 1$ Hz.

Nivo šuma na izlazu instrumenta je

$$l_{out} = L + 10 \log \frac{B_{instr}}{B_{ref}}$$

i iznosi -98 dBm.

Zadatak 4.7 U sistemu sa slike, poznat je nivo šuma na izlazu prvog filtra -80 dBm. Koliki je nivo šuma na izlazu drugog filtra?



Slika 4.7: Redna veza filtara.

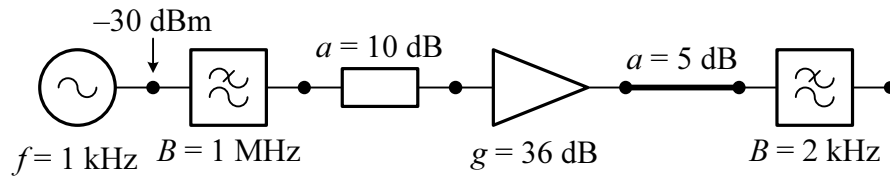
Spektralna gustina snage šuma na izlazu prvog filtra je

$$L = l_1 - 10 \log \frac{B_1}{1 \text{ Hz}} = -163 \text{ dBm/Hz.}$$

Nivo šuma na izlazu drugog filtra je

$$l_2 = L + 10 \log \frac{B_2}{1 \text{ Hz}} = -93 \text{ dBm/Hz.}$$

Zadatak 4.8 U sistemu sa slike 4.8, poznat je nivo prostoperiodičnog signala na ulazu prvog filtra $l = -30$ dBm. Odrediti nivo signala na izlazu sistema.



Slika 4.8: Prenos CW signala kroz telekomunikacioni sistem.

Kroz sistem se prenosi prostoperiodičan (CW) signal, koji ili prolazi, ili ne prolazi kroz filtre. U primeru iz zadatka, frekvencija signala je $f = 1$ kHz, pa će on proći kroz filtre.

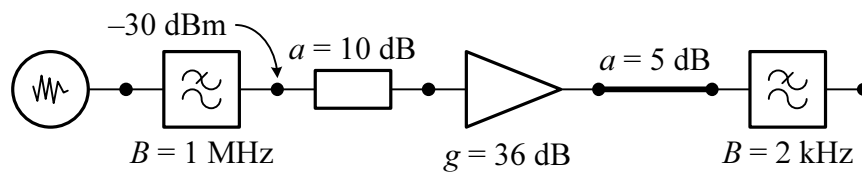
Dobitak sistema je

$$g_s = -10 \text{ dB} + 36 \text{ dB} - 5 \text{ dB} = 21 \text{ dB},$$

pa je nivo signala na njegovom izlazu

$$l_{out} = l + g_s = -9 \text{ dBm}.$$

Zadatak 4.9 U sistemu sa slike, poznat je nivo šuma na izlazu prvog filtra $l = -30$ dBm. Odrediti nivo šuma na izlazu sistema.



Slika 4.9: Prenos šuma kroz telekomunikacioni sistem.

Spektralna gustina snage šuma na izlazu prvog filtra je

$$L_1 = l - 10 \log \frac{1 \text{ MHz}}{1 \text{ Hz}} = -90 \text{ dBm/Hz}.$$

Dobitak sistema između filtara je $g_s = 21$ dB, pa je spektralna gustina snage šuma na ulazu drugog filtra

$$L_2 = L_1 + g_s = -69 \text{ dBm/Hz}.$$

Zbog toga je nivo šuma na njegovom izlazu

$$l_{out} = L_2 + 10 \log \frac{2 \text{ kHz}}{1 \text{ Hz}} = -36 \text{ dBm}.$$

Zadatak 4.10 Signal čija je spektralna gustina amplituda $120 \text{ dB}\mu\text{V}/\text{MHz}$ prolazi kroz filter 6 dB širine propusnog opsega 10 kHz. Koliki je nivo signala na izlazu filtra?

Spektralna gustina amplituda se u decibelima izražava po obrascu

$$L = 20 \log \frac{U/U_{ref}}{B/B_{ref}},$$

pri čemu je u našem zadatku $B_{ref} = 1$ MHz.

Opravdano je pretpostaviti da su spektralne komponente jednog signala uzajamno korelisane. Pri izračunavanju nivoa signala na izlazu filtra, stoga umesto uobičajene 3 dB širine propusnog opsega treba uzeti 6 dB.

U našem zadatku je

$$l_{out} = L + 20 \log \frac{10 \text{ kHz}}{1 \text{ MHz}} = 80 \text{ dB}\mu\text{V}.$$

Zadatak 4.11 Na ulaz mernog instrumenta se može priključiti signal čija spektralna gustina amplituda ne premašuje vrednost $L = 100 \text{ dB}\mu\text{V}/\text{MHz}$. Ako je 3 dB širina propusnog opsega 67 kHz, koliko je maksimalno pokazivanje ovoga instrumenta?

Ako 6 dB širina propusnog opsega nije data postavkom zadatka, možemo je proceniti po približnom obrascu

$$B_{6 \text{ dB}} \approx 1,5 B_{3 \text{ dB}}.$$

Za instrument iz zadatka, ona iznosi 100,5 kHz.

Maksimalno pokazivanje instrumenta je

$$l_{out} = L + 20 \log \frac{100,5 \text{ kHz}}{1 \text{ MHz}}$$

i iznosi 80 dB μ V.

Zadatak 4.12 Na ulaz prijemnika čija je 3 dB širina propusnog opsega 1,5 GHz, priključi se filter čija je 6 dB širina propusnog opsega 100 MHz. Za koliko decibela će se povećati maksimalan dozvoljeni ulazni nivo za širokopojasne korelisane signale?

6 dB širina propusnog opsega prijemnika je

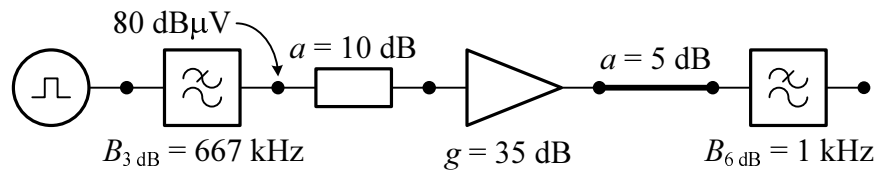
$$B_{6 \text{ dB}} \approx 1,5 B_{3 \text{ dB}} = 2,25 \text{ GHz}.$$

Povezivanje novog filtra dovešće do smanjenja širine propusnog opsega za

$$20 \log \frac{2,25 \text{ GHz}}{100 \text{ MHz}} = 27 \text{ dBHz}.$$

To znači da se sada korelisani širokopojasni signali slabe za dodatnih 27 dB, pa se njihov dozvoljeni nivo na ulazu povećava u istom iznosu, tj. za 27 dB.

Zadatak 4.13 U sistemu sa slike 4.13, poznat je nivo širokopojasnog signala na izlazu prvog filtra $l = 80 \text{ dB}\mu\text{V}$. Odrediti nivo signala na izlazu sistema.



Slika 4.13: Prenos širokopojasnog signala kroz telekomunikacioni sistem.

6 dB širina propusnog opsega prvog filtra je

$$B_{6 \text{ dB}} \approx 1,5B_{3 \text{ dB}} \approx 1 \text{ MHz.}$$

Spektralna gustina amplituda signala na izlazu ovoga filtra stoga je

$$L_1 = l - 20 \log \frac{B}{1 \text{ MHz}} = 80 \text{ dB}\mu\text{V}/\text{MHz.}$$

Pošto je dobitak sistema između dvaju filtara $g_s = 20 \text{ dB}$, spektralna gustina amplituda na ulazu drugog filtra je

$$L_2 = L_1 + g_s = 100 \text{ dB}\mu\text{V}/\text{MHz.}$$

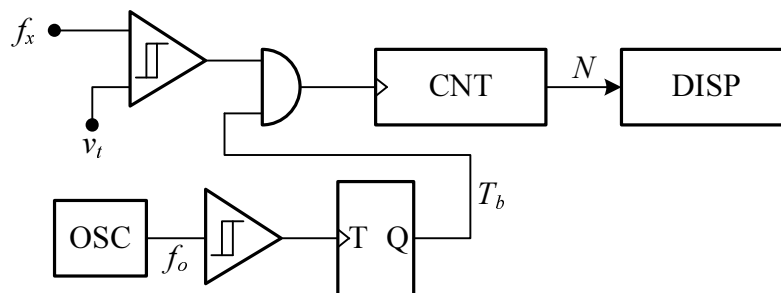
Nivo signala na izlazu je

$$l_{out} = L_2 + 20 \log \frac{1 \text{ kHz}}{1 \text{ MHz}} = 40 \text{ dB}\mu\text{V.}$$

5. Merenje frekvencije i vremena

Zadatak 5.1 Frekvencija $f_x = 1$ MHz meri se direktnom metodom, tokom vremenskog „prozora” trajanja $T_b = 0,1$ ms. Nacrtati šemu mernog sistema i izračunati relativnu grešku merenja.

Principska šema sistema za merenje frekvencije direktnom metodom prikazana je na slici 5.1.



Slika 5.1: Direktno merenje frekvencije.

Iz signala čija se frekvencija f_x meri, generiše se povorka impulsa identične frekvencije. Istovremeno, iz signala stabilnog oscilatora, frekvencije f_o , generiše se vremenski „prozor” trajanja $T_b = 1/f_o$. Impulsi frekvencije f_x broje se tokom trajanja ovoga „prozora” u brojaču i rezultat se prikazuje na displeju.

Ako je brojač izbrojao N impulsa, biće

$$N = T_b f_x,$$

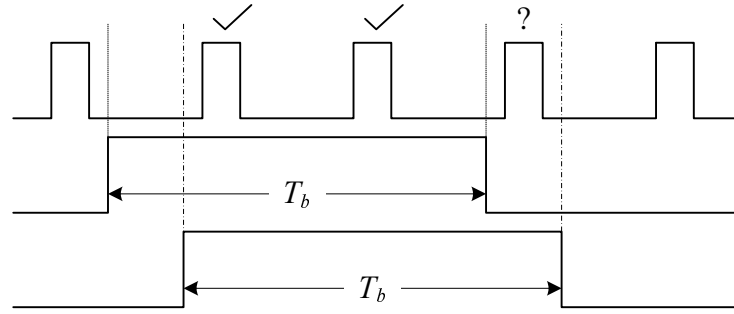
odakle je merena frekvencija

$$f_x = \frac{N}{T_b} = N f_o.$$

U zavisnosti od položaja „prozora” tokom kog se broje impulsi, može se javiti tzv. greška ± 1 digit – jedan impuls se može preskočiti, kao što je to ilustrovano na slici 5.1(a).

Greška merenja je

$$\Delta f_x = \frac{\Delta N}{T_b} = \pm \frac{1}{T_b}$$

Slika 5.1(a): Greška „ ± 1 digit“.

i naziva se razlaganjem instrumenta.

Relativna greška metode je

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right| = \frac{1}{N} = \frac{1}{f_x T_b}$$

i u našem zadatku iznosi 1%. Iz prethodnog izraza vidimo da relativna greška opada s porastom f_x , pa je direktna metoda pogodna za merenje visokih frekvencija.

Zadatak 5.2 Čemu je jednaka relativna greška merenja frekvencije direktnom metodom iz prethodnog zadatka, kada se merenje vrši tokom $n = 10$ vremenskih „prozora“, a nestabilnost frekvencije referentnog oscilatora iznosi 10^{-6} ?

Iz izraza za relativnu grešku merenja frekvencije direktnom metodom,

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right| = \frac{1}{f_x T_b},$$

vidimo da bi bilo poželjno produžiti trajanje vremenskog „prozora“ unutar koga se broje impulsi. Jedan od načina da to postignemo je da između T flip plopa i I kola dodamo n -tostruki delitelj frekvencije, tako da bude $T_b = n/f_o$. Ovim će se relativna greška usled preskakanja jednog impulsa smanjiti n puta, ali po cenu dužeg trajanja merenja.

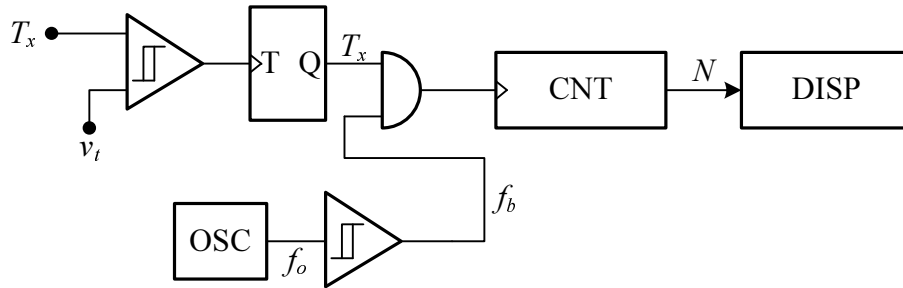
Ako uz sve to ni referentni oscilator nije idealan, već mu je frekvencijska nestabilnost $\delta \neq 0$, ukupna relativna greška metode će biti

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right| = \frac{f_o}{n f_x} + |\delta|,$$

što iznosi 0,1001%.

Zadatak 5.3 Period $T_x = 0,1$ ms meri se impulsima frekvencije $f_o = 1$ MHz. Nacrtati šemu mernog sistema i izračunati relativnu grešku merenja.

Principska šema sistema za merenje perioda prikazana je na slici 5.3. U odnosu na šemu sa slike 5.1, sada se brojački impulsi generišu iz referentnog oscilatora frekvencije f_o , dok se vremenski „prozor” trajanja jednakog nepoznatom periodu generiše iz merenog signala.



Slika 5.3: Merenje perioda.

Trajanje „prozora” je T_x , pa se prebroji

$$N = T_x f_b$$

brojačkih impulsa. Odavde je traženi period

$$T_x = \frac{N}{f_b} = \frac{N}{f_o}$$

I u ovom slučaju se može javiti greška „ ± 1 digit”. Razlaganje instrumenta je

$$\Delta T_x = \frac{\Delta N}{f_b} = \pm \frac{1}{f_b}$$

Relativna greška je

$$\left| \frac{\Delta T_x}{T_x} \right| = \frac{1}{N} = \frac{1}{T_x f_b}$$

i iznosi 1 %.

Zadatak 5.4 Čemu je jednaka relativna greška merenja perioda iz prethodnog zadatka, kada se merenje vrši tokom $n = 10$ vremenskih „prozora”, a nestabilnost frekvencije referentnog oscilatora iznosi 10^{-6} , dok je greška okidanja $|e| = 1$ ns?

Ako trajanje „prozora” povećamo n puta, isto toliko puta će se smanjiti relativna greška usled preskakanja jednog brojačkog impulsa. Ako uz to uračunamo i nestabilnost frekvencije referentnog oscilatora i grešku ulaznog okidnog sklopa, ukupna relativna greška će biti

$$\left| \frac{\Delta T_x}{T_x} \right| = \frac{1}{n T_x f_b} + |\delta| + \frac{|e|}{T_x}$$

Uvrštavanjem zadatih brojeanih vrednosti, dobijamo rezultat

$$\left| \frac{\Delta T_x}{T_x} \right| = 0,1011 \%$$

Zadatak 5.5 Frekvencija $f_x = 1$ MHz meri se indirektnom metodom, uz frekvenciju brojačkih impulsa $f_b = 500$ MHz. Kolika je relativna greška merenja?

Frekvenciju signala možemo izmeriti i indirektno, tako što sistemom sa slike 5.3 prvo izmerimo njegov period, a potom odredimo frekvenciju,

$$f_x = \frac{1}{T_x} = \frac{f_b}{N} = \frac{f_o}{N}.$$

Oдавde je relativna greška

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right| = \frac{1}{N} = \frac{f_x}{f_b} = 0,2 \%$$

Vidimo da relativna greška sada raste s porastom f_x , pa je indirektna metoda pogodna za merenje niskih frekvencija.

Zadatak 5.6 Frekvencija signala se može meriti direktno, pri čemu je trajanje vremenskog „prozora” $T_b = 1$ ms, ili indirektno, pri čemu je frekvencija brojačkih impulsa $f_b = 10$ MHz. Kada je bolje upotrebiti prvu, a kada drugu metodu i zašto?

Relativna greška direktne metode je

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right|_d = \frac{1}{T_b f_x},$$

a indirektno

$$\left| \frac{\Delta f_x}{f_x} \right|_i = \frac{f_x}{f_b}.$$

Izjednačavanjem ovih izraza, dobijamo

$$\frac{f_x}{f_b} = \frac{1}{T_b f_x},$$

odakle je

$$f_x = \sqrt{\frac{f_b}{T_b}} = 100 \text{ kHz}.$$

Za frekvencije manje od f_x , bolje je primeniti indirektnu metodu merenja, dok je u suprotnom bolje primeniti direktnu metodu, jer je tada relativna greška manja.

Zadatak 5.7 Dugoročna nestabilnost oscilatora čija je nominalna frekvencija $f_0 = 5$ MHz iznosi 10 ppm. U kom opsegu vrednosti se nalazi frekvencija ovoga oscilatora?

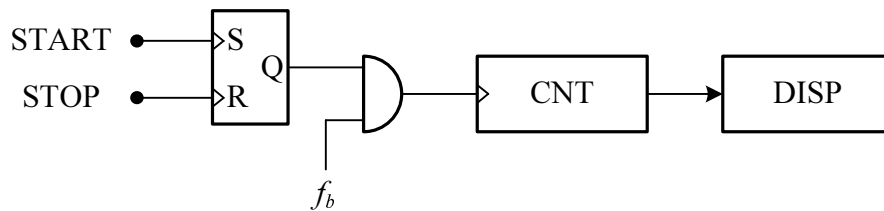
Dugoročna nestabilnost frekvencije oscilatora, u jedinicama ppm, definiše se kao

$$\delta = \left| \frac{\Delta f}{f_0} \right| \cdot 10^6.$$

Odavde je $\Delta f = 50$ Hz, pa se frekvencija oscilatora nalazi unutar opsega [4 999 950, 5 000 050] Hz.

Zadatak 5.8 Predložiti metodu za merenje vremenskog intervala i odrediti njenu relativnu grešku.

Za merenje vremenskog intervala ćemo iskoristiti ideju sa slika 5.1 i 5.3: impulsima START i STOP ćemo generisati vremenski „prozor”, unutar koga ćemo prebrojati brojačke impulse frekvencije f_b .



Slika 5.8: Merenje vremenskog intervala.

Ako je izbrojano N impulsa, biće

$$N = T f_b,$$

odakle je trajanje vremenskog intervala

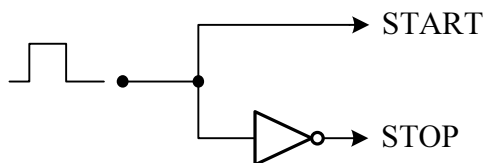
$$T = \frac{N}{f_b}.$$

Primenjujući proceduru kao u sličnim zadacima, dobijamo da je relativna greška metode

$$\left| \frac{\Delta T}{T} \right| = \frac{1}{N}.$$

Zadatak 5.9 Predložiti metodu za merenje trajanja impulsa.

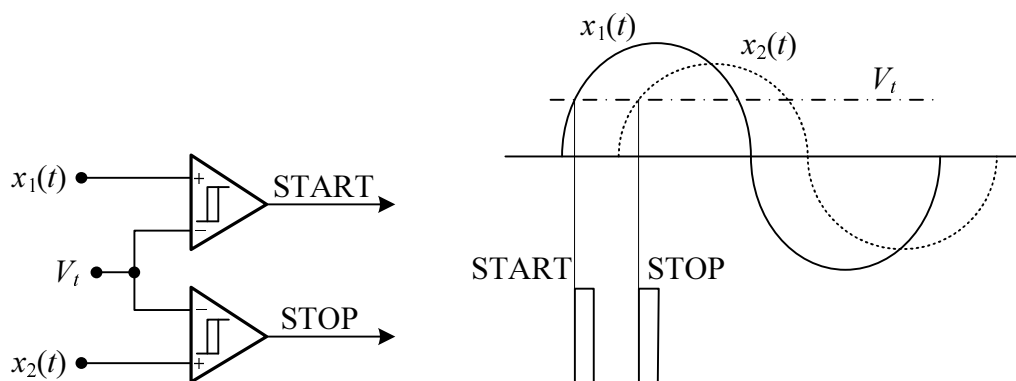
Za merenje trajanja impulsa možemo iskoristiti sklop iz prethodnog zadatka, u kome ćemo impuls START generisati na uzlaznoj, a STOP na silaznoj ivici impulsa. Dodatno kolo je ilustrovano na slici 5.9.



Slika 5.9: Merenje trajanja impulsa.

Zadatak 5.10 Predložiti metodu za merenje fazne razlike dvaju signala jednakih frekvencija i odrediti njenu relativnu grešku.

Još jednom ćemo iskoristiti šemu sa slike 5.8. Impulse START i STOP ćemo generisati kada signali budu prolazili kroz zadati prag.



Slika 5.10: Merenje fazne razlike.

Neka je frekvencija ulaznih signala f_0 . Fazna razlika koja odgovara izmerenom trajanju intervala između dvaju impulsa T je

$$\varphi = 360^\circ \frac{T}{T_0} = 360^\circ f_0 T.$$

Nije teško pokazati da je relativna greška merenja fazne razlike jednaka relativnoj grešci merenja trajanja pripadajućeg vremenskog intervala.

6. Osciloskopi

Zadatak 6.1 Kolika se amplituda signala (u V_{pp}) može prikazati na ekranu standardnog osciloskopa, ako je izabran razmer 50 mV/div?

Standardni osciloskop ima 8 podeljaka vertikalne podele, pa se za razmer od 50 mV/div na njemu može prikazati amplituda od 0,4 V_{pp} .

Zadatak 6.2 Koliki je period vremenske baze standardnog osciloskopa ako je izabran razmer 10 ms/div?

Standardni osciloskop ima 10 podeljaka horizontalne podele, pa za razmer od 10 ms/div period vremenske baze iznosi 100 ms.

Zadatak 6.3 Koliko treba da iznose širina propusnog opsega i frekvencija odabiranja digitalnog osciloskopa da bi se uz primenu interpolacije $\sin(x)/x$ posmatrao složeno-periodični signal maksimalne frekvencije 100 MHz?

Širina propusnog opsega digitalnog osciloskopa bira se tako da bude barem pet puta veća od maksimalne frekvencije posmatranog signala. U našem zadatku će stoga biti $B = 500$ MHz.

Vrednost frekvencije odabiranja zavisi od vrste primenjene interpolacije. Za interpolaciju tipa $\sin(x)/x$, frekvencija odabiranja treba biti barem 2,5 puta veća od maksimalne frekvencije posmatranog signala. Za osciloskop iz našega zadatka usvojićemo $f_s = 250$ MHz.

Zadatak 6.4 Koliko treba da iznose širina propusnog opsega i frekvencija odabiranja digitalnog osciloskopa da bi se uz primenu linearne interpolacije posmatrao signal maksimalne frekvencije 200 MHz?

Širinu propusnog opsega osciloskopa ponovo biramo tako da bude pet puta veća od maksimalne frekvencije posmatranog signala, pa je $B = 1$ GHz.

U slučaju linearne interpolacije, frekvencija odabiranja treba biti barem 10 puta veća od maksimalne frekvencije posmatranog signala, tj. $f_s = 2$ GHz.

Zadatak 6.5 Širina propusnog opsega digitalnog osciloskopa iznosi 2 GHz. Koliko je minimalno vreme uspostavljanja uzlazne/silazne ivice signala koji se posmatra ovim osciloskopom?

Minimalno vreme uspostavljanja uzlazne ili silazne ivice signala koji se posmatra osciloskopom čija je širina propusnog opsega B dato je obrascem

$$t_{r,f} = \frac{k}{B}.$$

Pri tome je sa k označena konstanta čija je vrednost tipično 0,35 za osciloskope čiji je propusni opseg uži od 1 GHz, dok se za ostale osciloskope njena vrednost kreće u opsegu $[0,4, 0,45]$. Za osciloskop iz postavke zadatka usvojićemo nepovoljniju (veću) vrednost, pa je $t_{r,f} = 225$ ps.

Zadatak 6.6 Digitalnim osciloskopom treba posmatrati impulse u CMOS kolu, čija je frekvencija takta 230 MHz i vreme uspostavljanja uzlazne/silazne ivice 1,5 ns. Koliku širinu propusnog opsega osciloskopa treba odabrati?

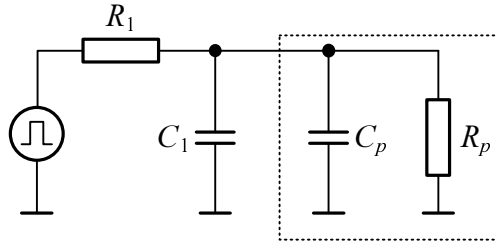
Po uslovu frekvencije takta, širina propusnog opsega osciloskopa treba da iznosi barem 1,150 GHz, dok po uslovu vremena uspostavljanja odziva treba da bude barem 233,3 MHz. Usvojićemo prvi uslov, jer je stroži.

Zadatak 6.7 Na izvor idealnih pravougaonih impulsa, čija je unutrašnja otpornost $R_1 = 50 \Omega$ i otočna kapacitivnost $C_1 = 20$ pF, priključi se osciloskop čija je ulazna otpornost $R_p = 1$ M Ω i kapacitivnost $C_p = 11$ pF. Za koliko se promeni vreme uspostavljanja uzlazne/silazne ivice impulsa?

Ekvivalentna šema kola prikazana je na slici 6.7.

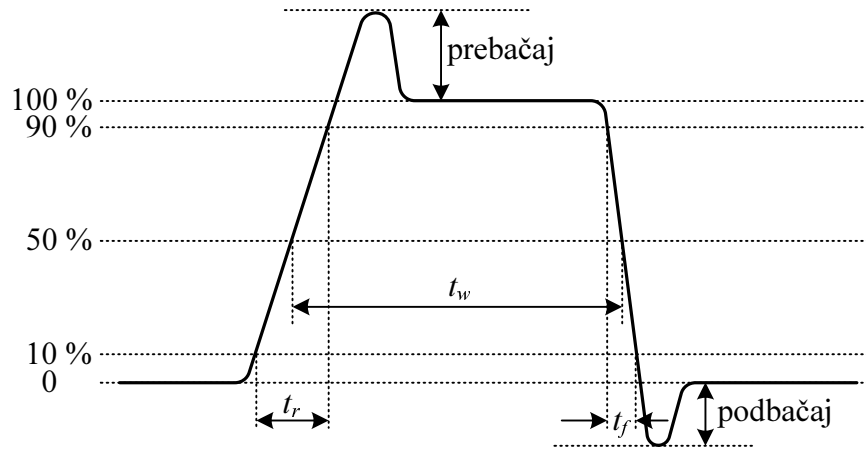
Bez priključenog osciloskopa, generator napaja RC kolo koje čine otpornost R_1 i kapacitivnost C_1 . Ako je amplituda generatora V_0 , uzlazna uvica impulsa se uspostavlja po obrascu

$$v(t) = V_0 (1 - e^{-t/RC}).$$



Slika 6.7: Sprezanje osciloskopa s izvorom signala.

U opštem slučaju, vreme uspostavljanja uzlazne ivice se računa kao interval potreban da vrednost signala poraste sa 10 % na 90 % nominalne, što je ilustrovano na slici 6.7(a). Vreme uspostavljanja silazne ivice impulsa računa se kao interval u kome vrednost signala opadne sa 90 % na 10 % nominalne vrednosti, dok se trajanje impulsa meri između tačaka koje odgovaraju polovini nominalne amplitude.



Slika 6.7(a): Parametri impulsa.

Uzlazna ivica impulsa u RC kolu dostiže 10 % nominalne vrednosti u trenutku t_1 , kada je

$$v(t_1) = V_0 (1 - e^{-t_1/RC}) = 0,1V_0,$$

odakle je $t_1 \approx 0,1RC$. Impuls dostiže 90 % svoje nominalne vrednosti u trenutku t_2 , kada je

$$v(t_2) = V_0 (1 - e^{-t_2/RC}) = 0,9V_0,$$

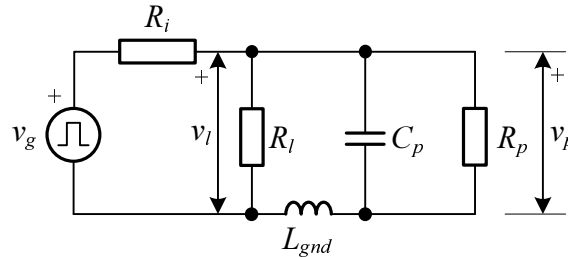
odakle je $t_2 \approx 2,3RC$. Odavde je vreme uspostavljanja uzlazne ivice pravougaonog impulsa u RC kolu

$$t_r \approx 2,2RC.$$

Nije teško pokazati da se identičan rezultat dobija i za vreme uspostavljanja silazne ivice.

Bez priključenog osciloskopa, u kolu je $(RC)_1 = R_1C_1$, pa je $t_{r1} = 2,2$ ns. Kada se priljuči osciloskop, njegova ulazna kapacitivnost C_p se vezuje paralelno sa C_1 , dok je otpornost R_p višestruko veća od R_1 da bi uticala na stanje u kolu. Nova RC -konstanta je $(RC)_2 \approx R_1(C_1 + C_p)$, pa je $t_{r2} = 3,4$ ns. Vidimo da se priključivanjem osciloskopa vreme uspostavljanja uzlazne ivice impulsa povećalo za 1,2 ns (55 %).

Zadatak 6.8 Osciloskopska sonda, čija je ekvivalentna ulazna otpornost $R_p = 1 \text{ M}\Omega$, kapacitivnost $C_p = 100 \text{ pF}$ i induktivnost opleta kabla $L_{gnd} = 50 \text{ nH}$, priključi se na kolo koje čine generator signala, unutrašnje otpornosti $R_i = 100 \text{ }\Omega$ i potrošač otpornosti $R_l = 100 \text{ k}\Omega$. Odrediti odnos napona na sondi i na potrošaču, za spektralne komponente čije su frekvencije 10 kHz , 10 MHz i 140 MHz .



Slika 6.8: Povezivanje osciloskopske sonde na mernu tačku.

Prema oznakama sa slike je

$$V_p = V_l \frac{\frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_p}}{j\omega L_{gnd} + \frac{R_p}{1 + j\omega R_p C_p}}$$

Sređivanjem dobijamo

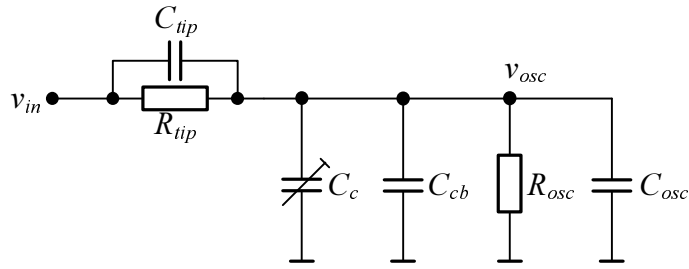
$$V_p = V_l \frac{R_p^2 (1 - L_{gnd} C_p \omega^2) - j\omega R_p L_{gnd}}{(R_p C_p L_{gnd} \omega)^2 - 2R_p^2 C_p L_{gnd} \omega^2 + (\omega L_{gnd})^2 + R_p^2}$$

Proračunate vrednosti odnosa v_p/v_l date su u tabeli 6.8.

Tabela 6.8: Rezultati proračuna.

f	v_p/v_l
10 kHz	$1 - 3,14 \cdot 10^{-9}j$
10 MHz	$1,02 - 3,27 \cdot 10^{-6}j$
140 MHz	$-0,35 - 5,34 \cdot 10^{-6}j$

Zadatak 6.9 Na slici 6.9, prikazana je pojednostavljena ekvivalentna šema povezivanja osciloskopa s pasivnom sondom slabljenja $10\times$. Otpornost vrha sonde je $R_{tip} = 9 \text{ M}\Omega$, a kapacitivnost $C_{tip} = 15 \text{ pF}$. Kapacitivnost priključnog kabla je $C_{cb} = 100 \text{ pF}$, dok su ulazna otpornost i kapacitivnost osciloskopa redom $R_{osc} = 1 \text{ M}\Omega$ i $C_{osc} = 15 \text{ pF}$. Odrediti vrednost kompenzacionog kondenzatora, C_c , tako da se kompenzuje sonda.



Slika 6.9: Kompenzacija osciloskopske sonde.

Da sonda parazitnom rednom kapacitivnošću svoga vrha ne bi izobličavala signal, točno joj se dodaje polupromenljivi kondenzator za kompenzaciju.

Uvedimo oznaku

$$C = C_c + C_{cb} + C_{osc}.$$

Iz kola sa slike 6.9, tada je

$$V_{osc} = V_{in} \frac{Z_C \parallel R_{osc}}{(Z_C \parallel R_{osc}) + (Z_{C_{tip}} \parallel R_{tip})}.$$

Odavde sređivanjem dobijamo

$$V_{osc} = V_{in} \left(\frac{R_{osc}(R_{osc} + R_{tip}) + \omega^2(R_{osc}R_{tip})^2C_{tip}(C_{tip} + C)}{(R_{osc} + R_{tip})^2 + (\omega R_{osc}R_{tip}(C_{tip} + C))^2} + j \frac{\omega R_{tip}R_{osc}((R_{osc} + R_{tip})C_{tip} - R_{osc}(C_{tip} + C))}{(R_{osc} + R_{tip})^2 + (\omega R_{osc}R_{tip}(C_{tip} + C))^2} \right).$$

Izjednačavanjem imaginarnog dela s nulom, nakon sređivanja dobijamo

$$R_{tip}C_{tip} = R_{osc}C,$$

odakle je

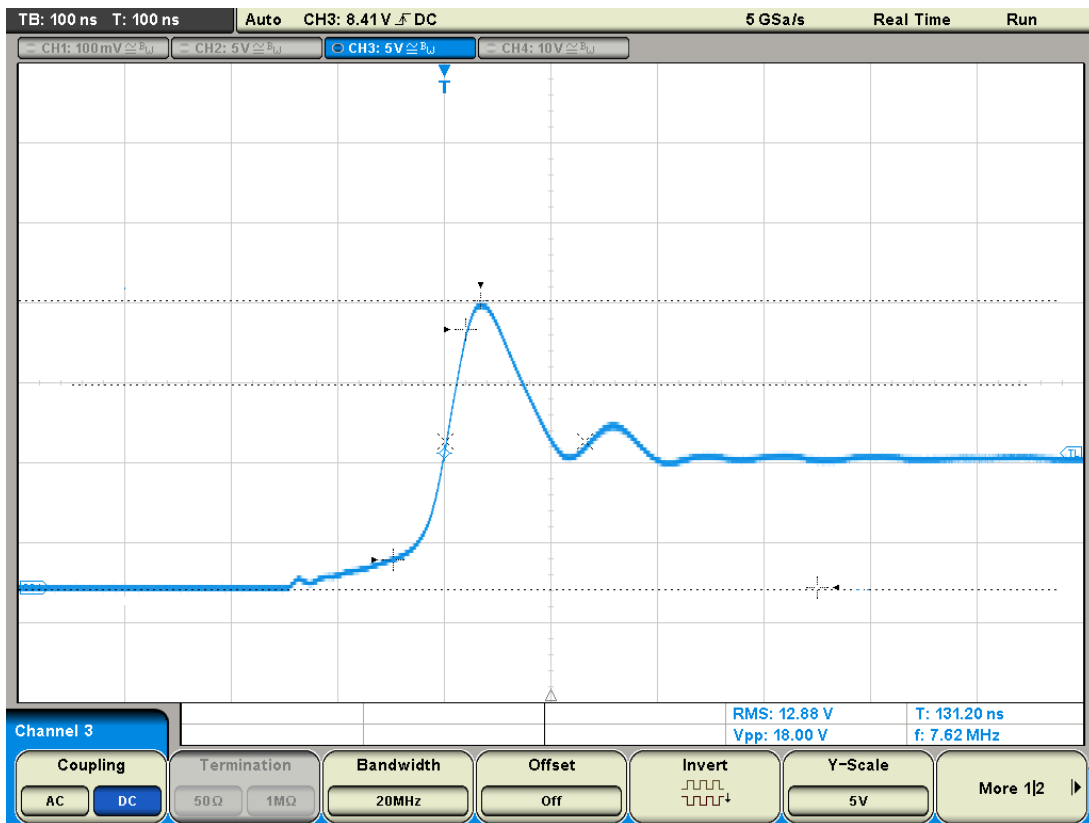
$$C = C_{tip} \frac{R_{tip}}{R_{osc}}$$

i

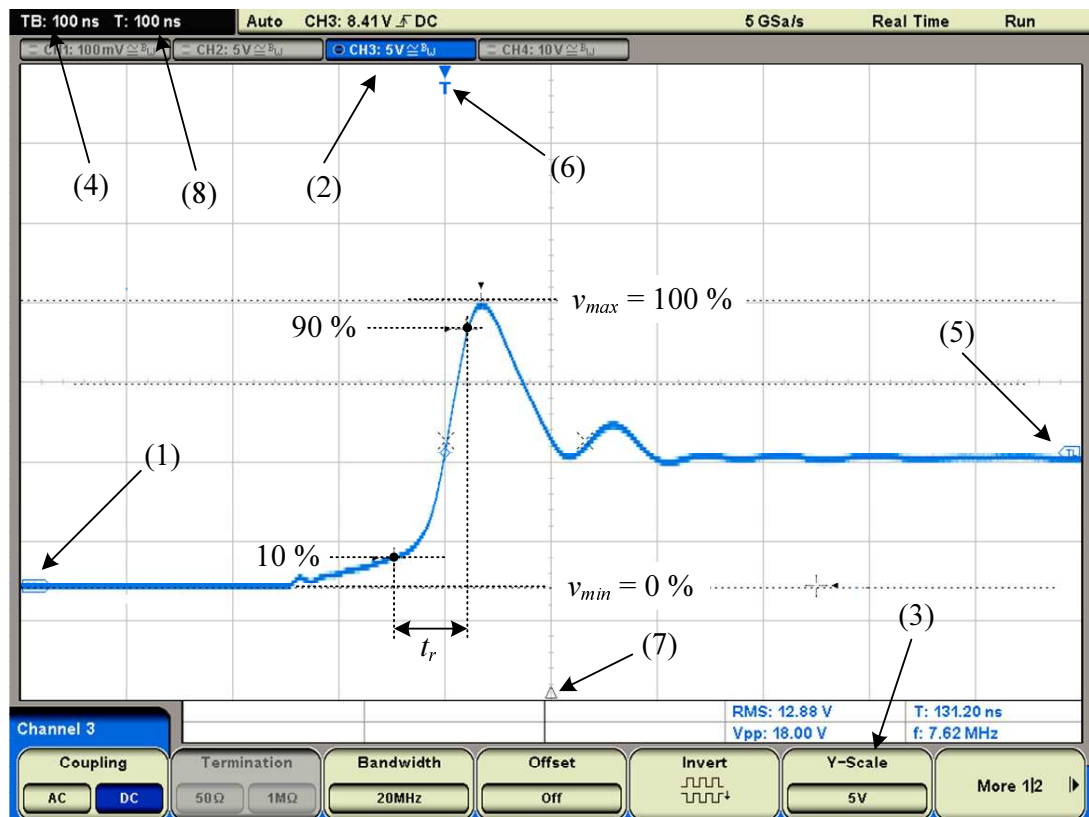
$$C_c = C_{tip} \frac{R_{tip}}{R_{osc}} - C_{cb} - C_{osc}.$$

Uvrštavanjem zadatih brojčanih vrednosti, konačno dobijamo rezultat $C_c = 20$ pF.

Zadatak 6.10 Na slici 6.10, dat je prikaz displeja osciloskopa. Očitati minimalnu i maksimalnu vrednost napona i vreme uspostavljanja uzlazne ivice signala.



Slika 6.10: Displej osciloscopa.



Slika 6.10(a): Očitavanje parametara.

Na početku ćemo očitati podešavanja instrumenta. Prema oznakama sa slike 6.10(a) je:

- (1): Linija referentnog potencijala (0 V),
- (2), (3): Vertikalni razmer 5 V po podeoku,
- (4): Horizontalni razmer 100 ns po podeoku,
- (5): Napon okidanja vremenske baze,
- (6): Trenutak okidanja vremenske baze,
- (7): Referentni trenutak vremenske ose,
- (8): Vremensko rastojanje trenutka okidanja od referentnog trenutka.

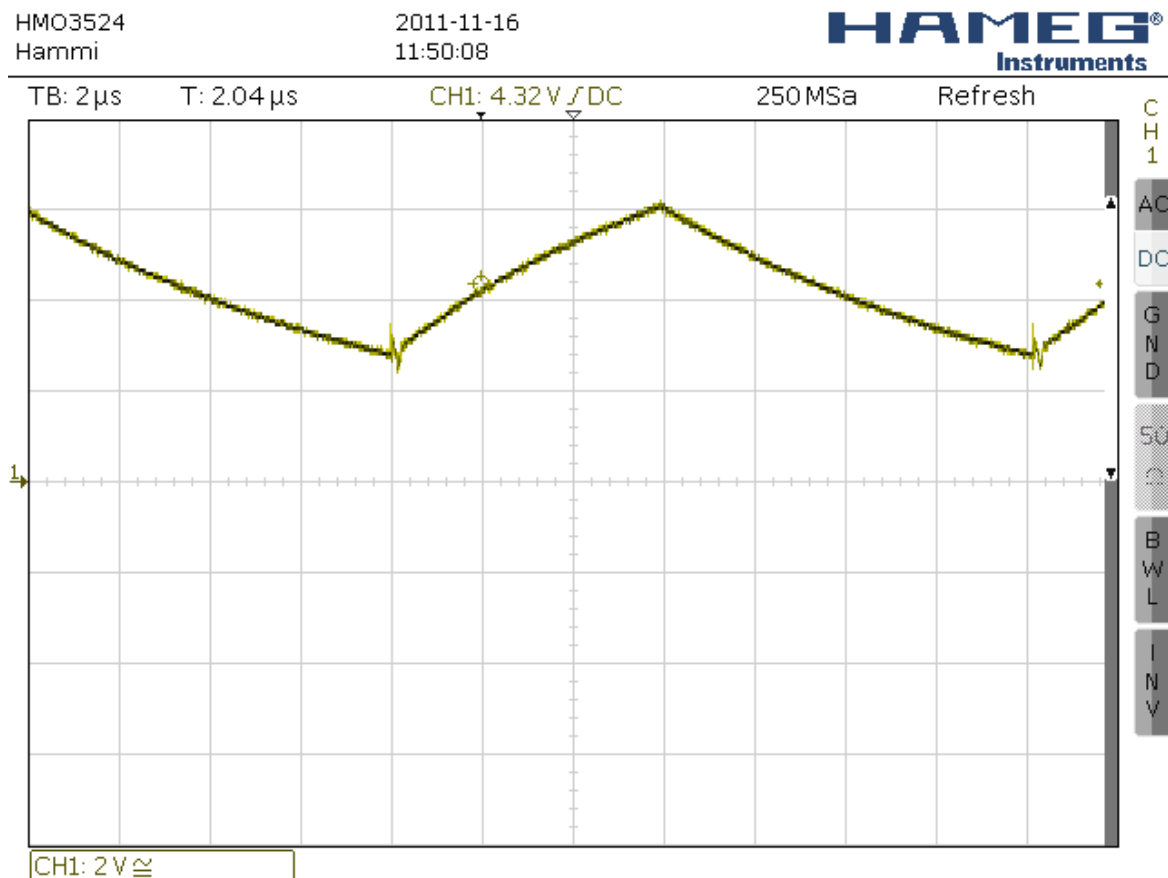
Imajući u vidu ove podatke, pažljivim očitavanjem dobijamo sledeće vrednosti:

Minimalna vrednost napona $v_{min} = 0$ V,

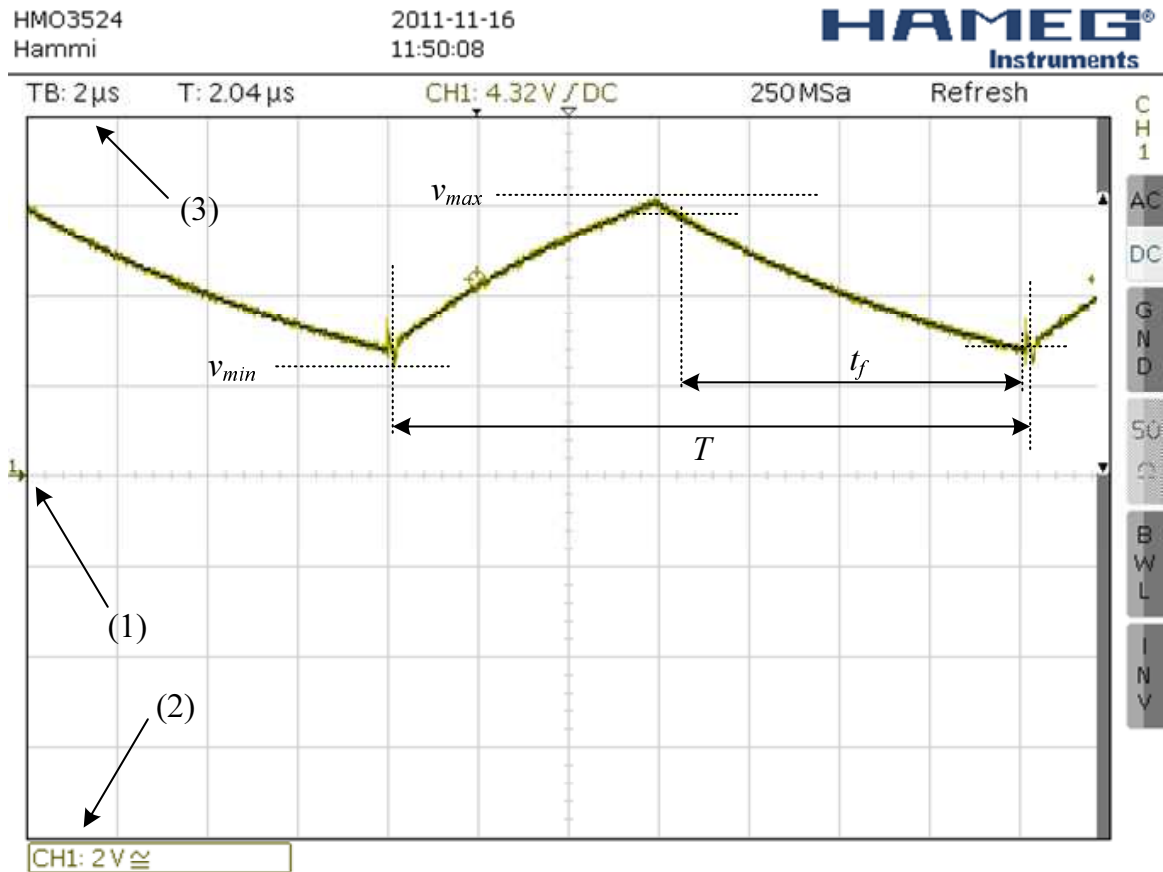
Maksimalna vrednost napona $v_{max} = 18$ V,

Vreme uspostavljanja uzlazne ivice impulsa $t_r \approx 69$ ns. Pošto se radi o jednom impulsu, očitavamo ga između 10 % i 90 % maksimalnog naponskog opsega signala.

Zadatak 6.11 Sa prikaza displeja osciloskopa, koji je dat na slici 6.11, očitati minimalnu i maksimalnu vrednost napona, period i trajanje silazne ivice signala.



Slika 6.11: Displej osciloskopa.



Slika 6.11(a): Očitavanje parametara.

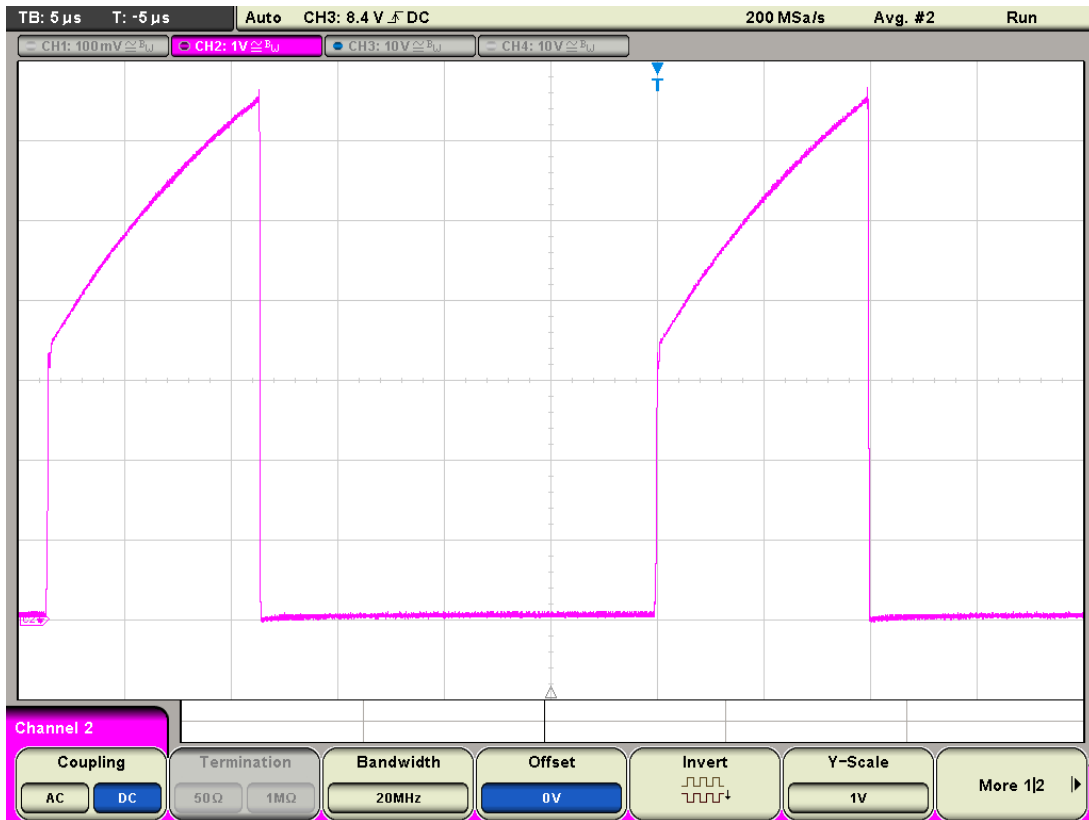
Prema slici 6.11(a), uočavamo oznaku za liniju referentnog potencijala (1). Vertikalni razmer iznosi 2 V po podeoku (2), a horizontalni 2 μs po podeoku (3). Minimalna vrednost napona je $v_{min} = 2,45 \text{ V}$, a maksimalna $v_{max} = 6,34 \text{ V}$. Period signala očitavamo npr. između dvaju susednih minimuma i on iznosi $T = 14,4 \mu\text{s}$. Trajanje silazne ivice očitavamo između 90 % i 10 % naponskog opsega signala i ono iznosi $t_f = 7,7 \mu\text{s}$.

Zadatak 6.12 Odrediti faktor režima impulsa čiji je oscilogram prikazan na slici 6.12.

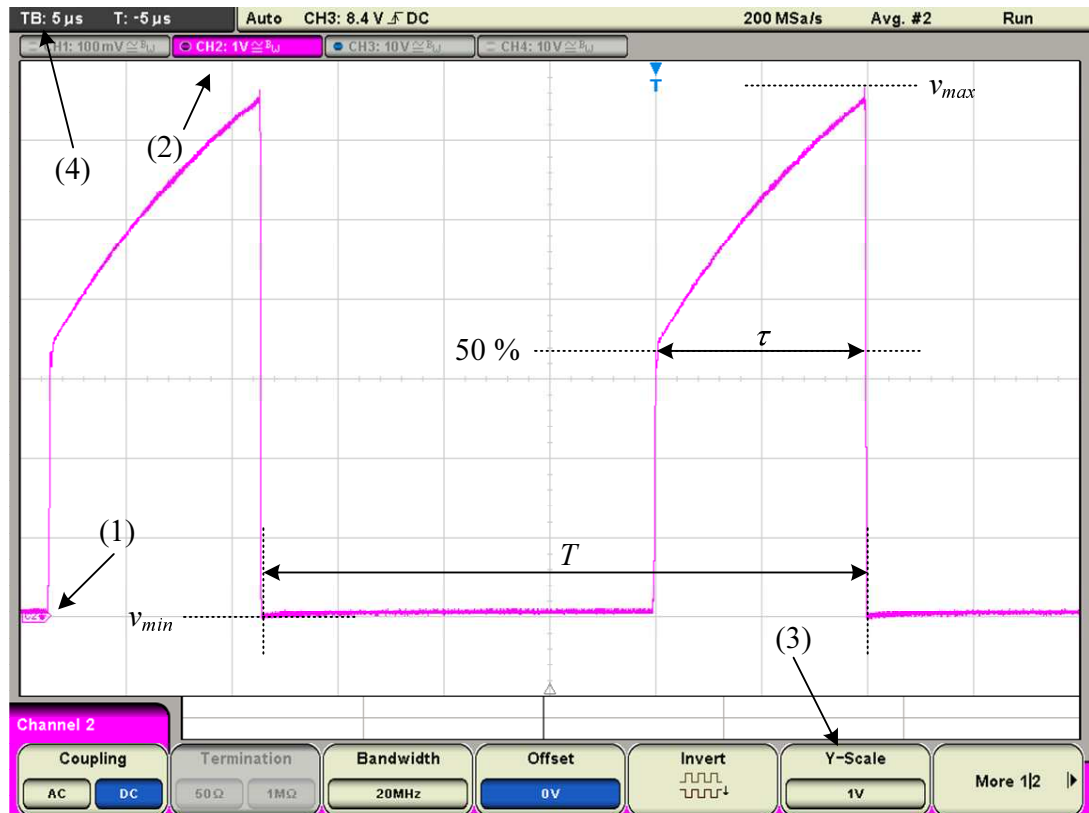
Da bismo odredili faktor režima povorke impulsa, treba da očitamo njihovo trajanje, τ i period, T , jer je faktor režima jednak količniku ovih dveju veličina:

$$\rho = \frac{\tau}{T}.$$

Prema slici 6.12(a), uočavamo oznaku za liniju referentnog potencijala (1). Vertikalni razmer iznosi 1 V po podeoku (2), (3), a horizontalni 5 μs po podeoku (4). Minimalna vrednost napona je $v_{min} = 0 \text{ V}$, a maksimalna $v_{max} = 6,85 \text{ V}$. Period signala ponovo očitavamo između dvaju susednih minimuma i dobijamo da iznosi $T = 29,2 \mu\text{s}$. Trajanje impulsa očitavamo između 50 % naponskog opsega signala i ono iznosi $\tau = 10 \mu\text{s}$.



Slika 6.12: Displej osciloskopa.



Slika 6.12(a): Očitavanje parametara.

7. Analizatori spektra

Zadatak 7.1 Frekvencija odabiranja u FFT analizatoru spektra je $f_s = 100$ MHz. Zahtevana frekvencijska rezolucija je $\Delta f = 10$ Hz.

- (a) Koji opseg frekvencija se može analizirati na ovaj način?
- (b) Na kojoj frekvenciji se nalazi pedeseta spektralna komponenta?
- (c) Koliko treba da iznosi trajanje intervala posmatranja ulaznog signala da bi se ostvarila zahtevana rezolucija?
- (d) Koliko odbiraka signala treba uzeti u intervalu iz tačke (c)?

(a) Ako je frekvencija odabiranja f_s , diskretnom Fourierovom transformacijom se može analizirati opseg frekvencija $[0, f_s/2)$, odnosno, u našem slučaju, $[0, 50$ MHz).

(b) Frekvencija k -te komponenta DFT spektra data je izrazom

$$f_k = k \frac{f_s}{N},$$

gde je N broj odbiraka signala (dužina DFT spektra).

Veličina

$$\Delta f = f_k - f_{k-1} = \frac{f_s}{N}$$

predstavlja frekvencijsku rezoluciju DFT. Odavde je

$$f_k = k \Delta f,$$

pa pedesetoj spektralnoj komponenti odgovara frekvencija $f_{50} = 500$ Hz.

(c) Ako se N odbiraka signala uzima frekvencijom f_s , trajanje intervala posmatranja je

$$T = \frac{N}{f_s} = \frac{1}{\Delta f} = 100 \text{ ms.}$$

(d) Potreban broj odbiraka je

$$N = \frac{f_s}{\Delta f} = 10^7.$$

Zadatak 7.2 Frekvencija odabiranja u FFT analizatoru spektra iznosi 250 MHz. Koliko dugo treba posmatrati signal da bi frekventijska rezolucija iznosila 1 Hz?

Iz izraza za frekventijsku rezoluciju DFT,

$$\Delta f = \frac{f_s}{N},$$

dobijamo da je potreban broj odbiraka signala

$$N = \frac{f_s}{\Delta f},$$

pa je trajanje intervala posmatranja

$$T = \frac{N}{f_s} = \frac{1}{\Delta f}$$

i u našem zadatku iznosi 1 s. Primetimo da ovaj rezultat ne zavisi od frekvencije odabiranja, već samo od zahtevane rezolucije.

Zadatak 7.3 Međufrekvencija superheterodinskog analizatora spektra iznosi 3,9 GHz. Koliko treba da iznosi frekvencija lokalnog oscilatora da bi se analizirala komponenta ulaznog signala na frekvenciji 900 MHz? U kom opsegu treba menjati frekvenciju lokalnog oscilatora da bi se analizirao opseg frekvencija [850, 950] MHz?

Ako je frekvencija analizirane komponente ulaznog signala f_{in} i međufrekvencija f_{IF} , vrednost frekvencije lokalnog oscilatora superheterodinskog analizatora spektra podešava se na vrednost f_{LO} takvu da je

$$f_{LO} = f_{in} + f_{IF}.$$

Da bi se analizirala komponenta na frekvenciji 900 MHz, odavde dobijamo da frekvencija lokalnog oscilatora treba iznositi 4,8 GHz.

Da bi se analizirao opseg frekvencija [850, 950] MHz, frekvenciju lokalnog oscilatora analizatora treba menjati u opsegu [4,75, 4,85] GHz.

Zadatak 7.4 Frekvencija lokalnog oscilatora u superheterodinskom analizatoru spektra, čija međufrekvencija iznosi 3476,4 MHz, podešena je na vrednost 4252,3 MHz. Koliko iznose frekvencija analiziranog signala i njegove simetrične komponente?

Frekvencija analiziranog signala je

$$f_{in} = f_{LO} - f_{IF},$$

a simetrične komponente

$$f_{sim} = f_{LO} + f_{IF},$$

gde je f_{LO} frekvencija lokalnog oscilatora i f_{IF} međufrekvencija superheterodinskog analizatora spektra. Uvrštavanjem brojeanih vrednosti iz postavke zadatka, dobijamo rezultate $f_{in} = 775,9$ MHz i $f_{sim} = 7728,7$ MHz.

Zadatak 7.5 Odrediti širinu propusnog opsega analognog Gaussovog rezolucionog filtra četvrtog reda, da bi se mogle razlikovati spektralne komponente koje su udaljene za 4 kHz i čiji se nivoi razlikuju za 30 dB.

Slabljenje rezolucionog filtra koji je realizovan kao analogni Gaussovog filter n -tog reda, na frekvenciji koja je udaljena Δf od centralne frekvencije njegovog propusnog opsega dato je izrazom

$$a(\Delta f) = 10n \log \left(\left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 + 1 \right),$$

gde je

$$f_0 = \frac{RBW}{2\sqrt{2^{1/n} - 1}}$$

i RBW širina propusnog opsega filtra.

U našem zadatku je $n = 4$ i $\Delta f = 4$ kHz, dok se zahteva $a \geq 30$ dB. Odavde dobijamo

$$f_0 \leq 1860,28 \text{ Hz},$$

odakle je $RBW_{max} = 1618,4$ Hz. Usvojicemo uobicajenu vrednost $RBW = 1$ kHz.

Zadatak 7.6 Superheterodinskim analizatorom spektra se posmatra opseg frekvencija Δf . Širina propusnog opsega rezolucionog filtra je RBW . Koliko je minimalno potrebno trajanje intervala prebrisavanja (*sweep time*)?

Brzina „prebrisavanja” opsega Δf je $\Delta f / T_{sweep}$, gde je T_{sweep} trajanje intervala prebrisavanja. To znači da je vreme koje spektralna komponenta provede unutar propusnog opsega rezolucionog filtra

$$t = RBW \frac{T_{sweep}}{\Delta f}.$$

S druge strane, vreme uspostavljanja uzlazne ivice impulsnog odziva rezolucionog filtra obrnuto je srazmerno širini njegovog propusnog opsega,

$$t_r = \frac{const.}{RBW},$$

pri čemu identična zavisnost važi i za vreme uspostavljanja silazne ivice.

Da bi se spektralna komponenta mogla prikazati na displeju, potrebno je da se tokom vremena koje provede unutar propusnog opsega rezolucionog filtra uspostave uzlazna i silazna ivica odziva koji pobuđuje, tj.

$$RBW \frac{T_{sweep}}{\Delta f} = 2 \frac{const.}{RBW}.$$

Oдавde je

$$T_{sweep} = \frac{k\Delta f}{RBW^2}.$$

Vrednost konstante k za analogne filtre četvrtog i petog reda iznosi oko 2,5, a za digitalne filtre 1.

Zadatak 7.7 U tabeli su date vrednosti odbiraka video signala u superheterodinskom analizatoru spektra.

Tabela 7.7: Vrednosti odbiraka video signala po „binovima”.

„bin”	1.	2.	3.
v_v [mV]	2, 5, 1, 7, 4	2, 3, 5, 4, 6	5, 4, 1, 2, 0

Odrediti vrednosti signala na izlazu sledećih tipova video detektora: *sample*, *minpeak*, *maxpeak*, *mean*, *RMS*, *rosenfell*.

Neka se u svakom „binu” nalazi k odbiraka video signala, $x(i)$, $i = 1, \dots, k$.

Sample video detektor bira jedan od odbiraka iz bina, npr. prvi:

$$y_{sample} = x(1).$$

Minpeak detektor bira najmanji odbirak,

$$y_{minpeak} = \min_i x(i),$$

dok *maxpeak* detektor bira najveći,

$$y_{maxpeak} = \max_i x(i).$$

Detektor *mean* računa aritmetičku sredinu odbiraka iz „bina”:

$$y_{mean} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x(i).$$

Detektor *RMS* računa srednju kvadratnu vrednost odbiraka iz „bina”:

$$y_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x^2(i)}.$$

Konačno, *rosenfell* ili *normal* detektor funkcioniše po sledećem algoritmu:

- (1) Ako je signal u „binu” uniformno neopadajući ili nerastući, biraju se njegove odgovarajuće vršne vrednosti (maksimalna u prvom, a minimalna u drugom slučaju),
- (2) U suprotnom, ako signal u „binu” i raste i opada:
 - (2a) U parnim „binovima” se bira minimalna vrednost, dok se pamti maksimalna,
 - (2a) U neparnim „binovima” se bira veća od vrednosti maksimuma iz tekućeg i iz prethodnog „bina”.

Imajući u vidu ova objašnjenja, dolazimo do rezultata koji su pregledno prikazani u narednoj tabeli.

Tabela 7.7(a): Vrednosti signala na izlazu video detektora.

„bin”	1.	2.	3.
v_v [mV]	2, 5, 1, 7, 4	2, 3, 5, 4, 6	5, 4, 1, 2, 0
<i>sample</i>	2	2	5
<i>minpeak</i>	1	2	0
<i>maxpeak</i>	7	6	5
<i>mean</i>	3,8	4	2,4
<i>RMS</i>	4,36	4,24	3,03
<i>rosenfell</i>	7	2	6

Zadatak 7.8 Napisati funkcijski potprogram u GNU Octave kojim se realizuje „rosenfell” video detektor. Ulazni argumenti su broj binova, N , broj odbiraka u binu, k i niz X sa $N \cdot k$ odbiraka video-signala. Izlaz treba da bude niz Y dužine N .

Listing traženog potprograma dat je u nastavku.

```
function Y = rosenfell(X, N, k)
  Y = [];
  M = -inf;
  for i = 1:N;
    bin = X((i-1)*k+1:i*k);
    if (bin == sort(bin, 'ascend'))
      % neopadajuci odbirci
      Y = [Y, max(bin)];
    elseif (bin == sort(bin, 'descend'))
      % nerastuci odbirci
      Y = [Y, min(bin)];
    elseif (mod(i, 2) == 0)
      % paran ,,bin'' u kome odbirci i rastu i opadaju
      Y = [Y, min(bin)];
      M = max(bin);
    else
      % neparan ,,bin'' u kome odbirci i rastu i opadaju
      Y = [Y, max(M, max(bin))];
  end
end
```

```

    endif
  endfor
endfunction

```

Zadatak 7.9 Analizatorom spektra se posmatra prostoperiodičan signal s visokim odnosom signal-šum. Analizira se opseg širine 2 MHz, uz digitalni rezolucioni filter širine propusnog opsega 1 kHz. Koliko treba da iznose vreme prebrisavanja i širina propusnog opsega video filtra? Koji je preporučeni tip video detektora?

Pošto je primenjen digitalni rezolucioni filter, biće

$$T_{sweep} = \frac{\Delta f}{RBW^2} = 2 \text{ s.}$$

Preporučeni odnos širina propusnih opsega rezolucionog i video filtra za prostoperiodičan signal je

$$\frac{RBW}{VBW} \in [0,3, 1],$$

pa širinu propusnog opsega video filtra treba odabrati tako da bude unutar opsega [1, 3,33] kHz.

Preporučeni tip video detektora za prostoperiodičan signal s visokim odnosom signal-šum je *maxpeak*.

Zadatak 7.10 Analizatorom spektra se posmatra impulsni signal s niskim odnosom signal-šum. Analizira se opseg širine 10 MHz, uz rezoluciju digitalnog filtra 10 kHz. Koliko treba da iznose vreme prebrisavanja i širina propusnog opsega video filtra? Koji je preporučeni tip video detektora?

Primenjen je digitalni rezolucioni filter, pa je potrebno vreme prebrisavanja

$$T_{sweep} = \frac{\Delta f}{RBW^2} = 100 \text{ ms.}$$

Preporučeni odnos širina propusnih opsega rezolucionog i video filtra za impulsne signale je

$$\frac{RBW}{VBW} = 0,1,$$

pa je $VBW = 100 \text{ kHz}$.

Preporučeni tip video detektora za slučaj kada je odnos signal-šum nizak je *rosenfell*.

Zadatak 7.11 Analizator spektra se koristi za merenje šuma. Analizira se opseg širine 50 MHz, uz rezoluciju analognog filtra 10 kHz. Koliko treba da iznose vreme prebrisavanja i širina propusnog opsega video filtra?

Sada se radi o analognom rezolucionom filteru, za koji je vreme prebrisavanja

$$T_{sweep} = 2,5 \frac{\Delta f}{RBW^2} = 1,25 \text{ s.}$$

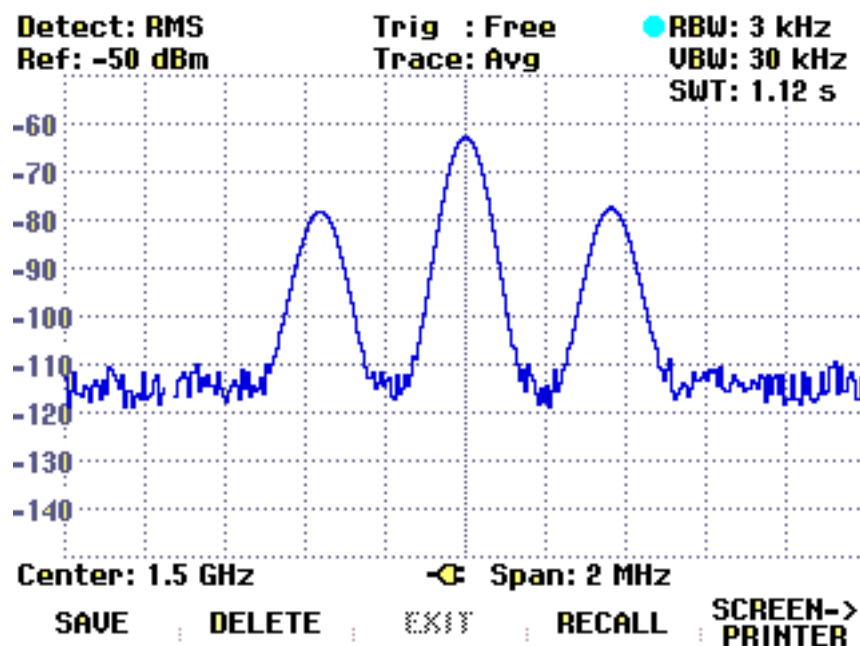
Preporučeni odnos širina propusnih opsega rezolucionog i video filtra za šum je

$$\frac{RBW}{VBW} = 10,$$

pa je $VBW = 1 \text{ kHz}$.

Preporučeni tip video detektora za merenje šuma je *sample*.

Zadatak 7.12 Na slici 7.12, dat je izgled displeja analizatora spektra.



Slika 7.12: Izgled displeja analizatora spektra.

- Očitati vrednosti podešavanja instrumenta.
- Očitati vrednosti frekvencija i nivoa spektralnih komponenti.
- Odrediti nivo signala, ako se pretpostavi da su komponente nekorelisane.
- Odrediti vršni nivo signala, ako se pretpostavi da su komponente korelisane.

(a) Podešavanja instrumenta su:

Centralna frekvencija $f_c = 1,5$ GHz,
 Širina analiziranog opsega frekvencija $\Delta f = 2$ MHz,
 Horizontalni razmer 200 kHz po podeoku,
 Referentni vertikalni nivo -50 dBm,
 Vertikalni razmer 10 dB po podeoku,
 Širina propusnog opsega rezolucionog filtra $RBW = 3$ kHz,
 Širina propusnog opsega video filtra $VBW = 30$ kHz,
 Vreme „prebrisavanja” $T_{sweep} = 1,12$ s,
 Primenjen je *RMS* video detektor.

(b) Postoje tri spektralne komponente, koje se nalaze na frekvencijama $f_1 = f_c - f_x$, $f_2 = f_c$ i $f_3 = f_c + f_x$, gde je $f_x = 363,158$ Hz. Njihovi nivoi redom iznose $l_1 = -78,33$ dBm, $l_2 = -63,33$ dBm i $l_3 = -76,67$ dBm.

(c) Ako su komponente nekorelisane, nivo signala je (zadatak 1.9):

$$l = 10 \log \frac{10^{l_1/10} \cdot 1 \text{ mW} + 10^{l_2/10} \cdot 1 \text{ mW} + 10^{l_3/10} \cdot 1 \text{ mW}}{1 \text{ mW}}$$

i iznosi $-63,0$ dBm.

(d) Ako su komponente korelisane, vršni nivo signala je (zadatak 1.11):

$$l = 10 \log \frac{\left(\sqrt{2Z10^{l_1/10} \cdot 1 \text{ mW}} + \sqrt{2Z10^{l_2/10} \cdot 1 \text{ mW}} + \sqrt{2Z10^{l_3/10} \cdot 1 \text{ mW}} \right)^2}{Z \cdot 1 \text{ mW}}.$$

Za $Z = 50 \Omega$, odavde dobijamo $l = -57,4$ dBm.

Zadatak 7.13 Na ulaz analizatora spektra čija je tačka presretanja intermodulacionih produkata trećeg reda $IP3_{sa} = 7$ dBm priključi se predpojačavač dobitka $g = 20$ dB i tačke presretanja intermodulacionih produkata trećeg reda $IP3_{amp} = -10$ dBm. Koliko iznosi tačka presretanja intermodulacionih produkata trećeg reda ovoga sistema?

Sistem se sastoji od redne veze dvaju blokova, pa se njegova tačka presretanja intermodulacionih produkata trećeg reda računa po obrascu

$$IP3_{tot} = IP3_{amp} + IP3_{sa} - 10 \log \left(10^{\frac{g+IP3_{amp}}{10}} + 10^{\frac{IP3_{sa}}{10}} \right).$$

Uvrštavanjem zadatih numeričkih vrednosti, dobijamo da je $IP3_{tot} \approx -14,8$ dBm.

Zadatak 7.14 Na ulaz analizatora spektra dolazi signal nivoa $L_{in} = -17$ dBm. Faktor šuma analizatora je $NF = 24,5$ dB, ekvivalentna širina propusnog opsega šuma rezolucionog filtra $B_N = 10$ Hz, a tačka presretanja intermodulacionih produkata trećeg reda $IP3 = 7$ dBm. Odrediti vrednost slabljenja ulaznog atenuatora za koju se postigne maksimalan dinamički opseg, ako se ono može menjati s korakom $\Delta a = 10$ dB.

Označimo sa L_{mix} nivo signala na ulazu prvog miksera. Relativni nivo termičkog šuma (u odnosu na L_{mix}) tada je

$$\begin{aligned} L_{N,rel} &= L_N - L_{mix} = \\ &= 10 \log \frac{kT_0 B_N}{1 \text{ mW}} + NF - L_{mix} = \\ &= -139,5 \text{ dBm} - L_{mix}. \end{aligned}$$

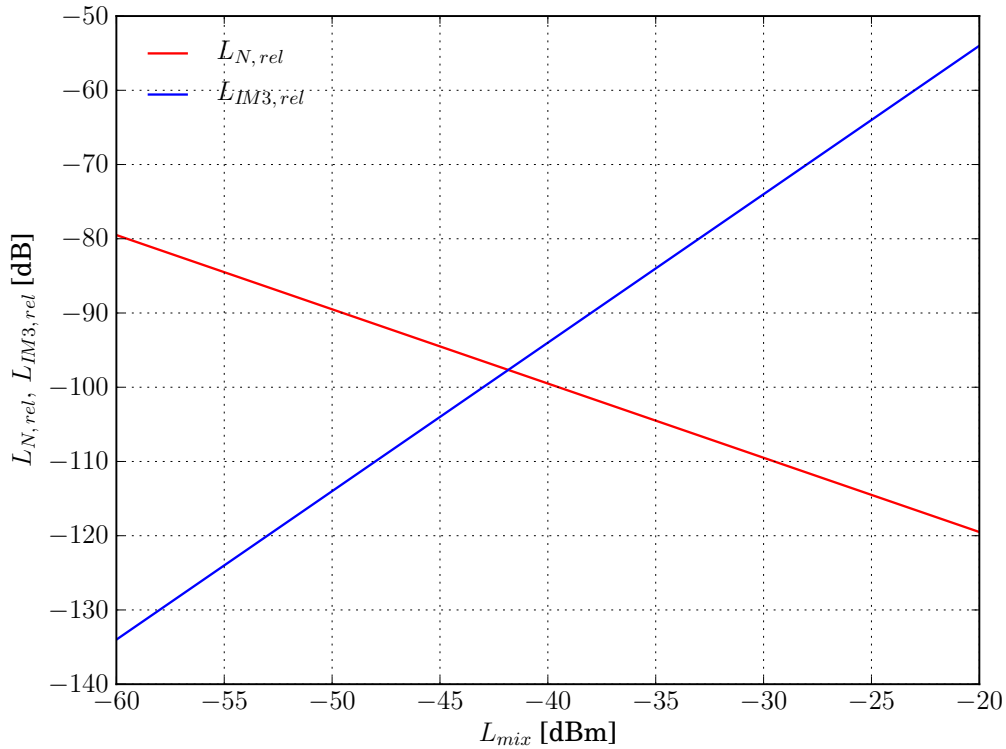
S druge strane, relativni nivo (u odnosu na L_{mix}) intermodulacionih produkata n -tog reda je

$$L_{IMn,rel} = -(n-1)(IPn - L_{mix}).$$

U praksi su kritični produkti trećeg reda, za koje se dobija

$$L_{IM3,rel} = -2(IP3 - L_{mix}) = -14 \text{ dBm} + 2L_{mix}.$$

Zavisnosti relativnih nivoa šuma i intermodulacionih produkata trećeg reda od nivoa signala na ulazu prvog miksera analizatora spektra prikazane su na narednoj slici.



Slika 7.14: Relativni nivoi šuma i intermodulacionih produkata.

Dinamički opseg analizatora određen je većom od vrednosti $L_{N,rel}$ i $L_{IM3,rel}$, $DR = |\max(L_{N,rel}, L_{IM3,rel})|$. Optimalna vrednost nivoa signala na ulazu prvog miksera stoga je ona za koju važi

$$L_{N,rel} = L_{IM3,rel},$$

tj. $L_{mix,opt} = -41,8$ dBm. Maksimalan dinamički opseg tada je $DR_{max} = 97,6$ dB.

Pošto je nivo ulaznog signala veći od optimalnog nivoa na ulazu prvog miksera, potrebno ga je oslabiti ulaznim atenuatorom. Optimalna vrednost slabljenja iznosila bi

$$a_{opt} = L_{in} - L_{mix,opt} = 24,8 \text{ dB.}$$

Raspoloživim atenuatorom ne možemo realizovati ovu vrednost slabljenja. Dve najbliže moguće vrednosti su $a_1 = 20$ dB i $a_2 = 30$ dB, za koje se redom dobijaju nivoi signala na ulazu miksera $L_{mix,1} = -37$ dBm i $L_{mix,2} = -47$ dBm. U prvom slučaju, sa slike 7.14 vidimo da je dinamički opseg određen intermodulacionim izobličenjima i da iznosi $DR_1 = 88$ dB. U drugom slučaju, dinamički opseg je određen šumom i iznosi $DR_2 = 92,5$ dB. Usvojicemo stoga vrednost slabljenja $a_2 = 30$ dB.

8. Obrada rezultata merenja

Zadatak 8.1 Oceniti matematičko očekivanje i varijansu serije rezultata merenja: 5,21; 5,19; 5,21; 5,22; 5,21.

Neka su rezultati merenja redom X_1, X_2, \dots, X_n . Ocena matematičkog očekivanja je

$$\hat{\mu} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}.$$

U našem zadatku je $\hat{\mu} = 5,208$.

Ocena varijanse se razlikuje u zavisnosti od toga da li se ocenjuje i matematičko očekivanje, ili je ono unapred poznato.

Ako matematičko očekivanje nije poznato, ocena varijanse data je izrazom

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \hat{\mu})^2.$$

Za praktične primene je pogodniji njegov sređeni oblik,

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n X_k^2 - \frac{n}{n-1} \hat{\mu}^2.$$

Za rezultate merenja iz postavke zadatka, dobijamo $s^2 = 0,00012$.

Kada je matematičko očekivanje poznato, koristi se ocena

$$s_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \mu)^2.$$

Zadatak 8.2 Rezultati merenja sačuvani su u vidu vektora u datoteci `uzorak.txt`. Napisati program u GNU Octave kojim se ocenjuju matematičko očekivanje i varijansa ove serije rezultata i dobijene vrednosti snimaju u datoteci `izlaz.txt`.

Pretpostavićemo da se ulazna datoteka nalazi u tekućem radnom direktorijumu, koji se može očitati naredbom `pwd`. Prvo ćemo učitati ulazne podatke:

```
X = load("uzorak.txt");
```

Matematičko očekivanje i varijansu ocenićemo naredbama

```
mu = mean(X)
s2 = var(X)
```

Prilikom ocene varijanse, smatramo da matematičko očekivanje *nije poznato*, pa primenjujemo formulu

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \hat{\mu})^2,$$

gde je $\hat{\mu}$ ocena matematičkog očekivanja. Kada bi očekivanje bilo poznato, koristili bismo naredbu `var(X, 1)`, koja bi računala varijansu s težinskim faktorom $1/n$.

Rezultate izračunavanja sačuvaćemo u tekstualnoj datoteci *izlaz* naredbom

```
save("-ascii", "izlaz.txt", "mu", "s2")
```

Zadatak 8.3 Pokazati kako se u programu GNU Octave mogu oceniti dvostrani intervali poverenja za matematičko očekivanje i varijansu rezultata merenja.

Interval poverenja za parametar θ s nivoom poverenja $1 - \alpha$ je interval $[Y_1, Y_2]$, za koji važi

$$P(\theta \in [Y_1, Y_2]) = 1 - \alpha.$$

Označimo sa ϵ_u kvantil reda u iz standardne normalne raspodele ($\Phi(\epsilon_u) = u$). Pri određivanju intervala poverenja za matematičko očekivanje, treba razlikovati slučajeve kada je varijansa poznata i kada nije.

Ako je varijansa poznata, tada je dvostrani interval poverenja za matematičko očekivanje

$$P\left(\mu \in \left[\hat{\mu} - \epsilon_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \hat{\mu} + \epsilon_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\right) = 1 - \alpha.$$

Ovaj interval je izveden pod pretpostavkom da rezultati merenja čine nezavisan uzorak iz raspodele $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, pri čemu je σ^2 poznato. Ako je uzorak velikog obima, što se u praksi postiže za $n \geq 30$, ovo je dobra aproksimacija i za raspodele koje nisu normalne.

Kada σ^2 nije poznato, u gornjem izrazu umesto tačne vrednosti standardne devijacije, σ , figuriše njena ocena, s . Sada je ϵ_u kvantil reda u iz Studentove raspodele sa $n - 1$ stepenom slobode, $t(n - 1)$; za velike uzorke ($n \geq 30$), ova raspodela se svodi na normalnu.

Ukoliko rezultati merenja potiču iz normalne raspodele, dvostrani interval poverenja za varijansu je

$$P\left(\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)s^2}{\epsilon_{1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\epsilon_{\alpha/2}}\right]\right) = 1 - \alpha,$$

gde je ϵ_u kvantil reda u raspodele $\chi^2(n-1)$.

Da bismo odredili intervale poverenja u programu GNU Octave, potrebni su nam kvantili normalne, χ^2 i Studentove t -raspodele. Dobićemo ih naredbama

```
e1 = norminv (u, m, s)
e2 = chi2inv(u, d)
e3 = tinv(u, d)
```

gde je u red kvantila, m matematičko očekivanje, s standardna devijacija i d broj stepeni slobode raspodele. Ukoliko se radi o standardnoj raspodeli $\mathcal{N}(0, 1)$, argumenti m i s mogu se izostaviti, jer su njihove podrazumevane vrednosti 0 i 1, respektivno.

Standardnu devijaciju, koja figuriše u formulama za izračunavanje granica intervala, možemo izračunati bilo kao kvadratni koren varijanse, bilo naredbom `std`.

Zadatak 8.4 Pokazati kako se u programu GNU Octave mogu nacrtati grafik empirijske funkcije raspodele, histogram i boks-dijagram rezultata merenja.

Neka su rezultati merenja organizovani u vidu vektora Y . Da bismo nacrtali grafik empirijske funkcije raspodele, prvo ćemo generisati podelu po apscisi, a zatim ćemo primeniti naredbu `empirical_cdf`:

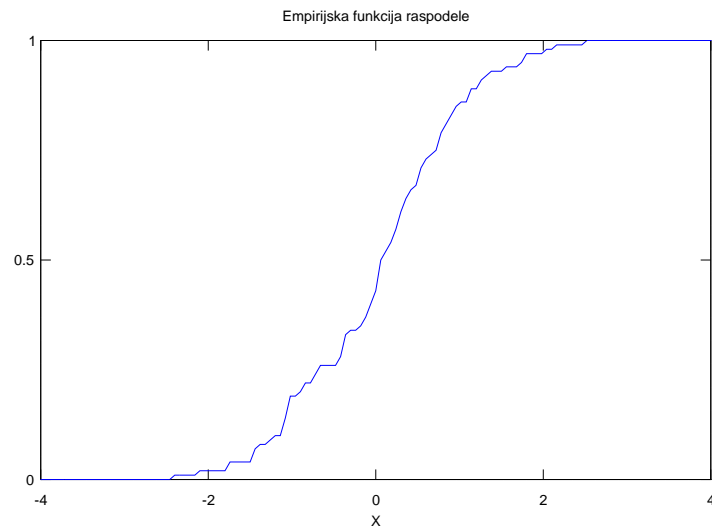
```
X = (-1:0.01:1)*6; % na primer
E = empirical_cdf(X, Y);
plot(X, E)
axis ([-4 4 0 1]) % na primer
xlabel('X')
title('Empirijska funkcija raspdele')
```

Primer ovako dobijenog grafika dat je na slici 8.4(a).

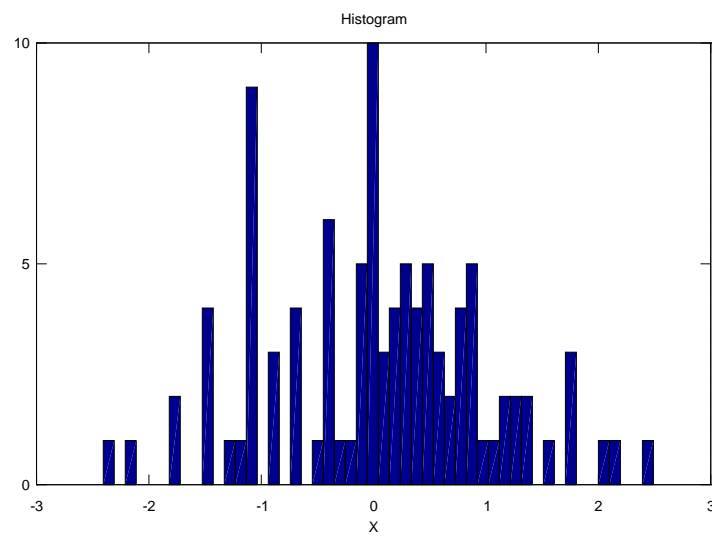
Histogram uzorka se može shvatiti kao diskretni grafik učestanosti realizacije pojedinih vrednosti u uzorku. U programu GNU Octave, histogram sa k stubića dobićemo naredbom

```
hist(Y, k)
```

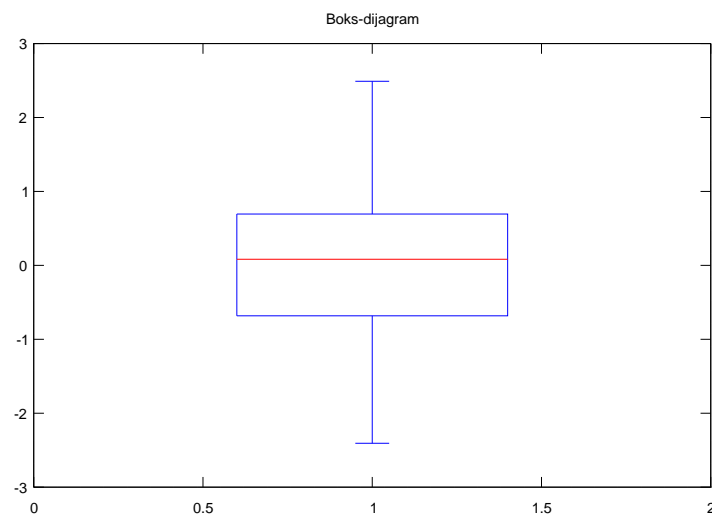
Histogram uzorka čija je empirijska funkcija raspodele data na slici 8.4(a), prikazan je na slici 8.4(b).



Slika 8.4(a): Primer empirijske funkcije raspodele.



Slika 8.4(b): Primer histograma.



Slika 8.4(c): Primer boks-dijagrama.

Boks-dijagram je grafik na kome su horizontalnim linijama redom prikazane minimalna vrednost uzorka, prvi kvartil, medijana, treći kvartil i maksimalna vrednost. Boks-dijagrami se u programu GNU Octave crtaju naredbom `boxplot`. U najjednostavnijem obliku, njen jedini argument je uzorak, u vidu vektora-kolone. Naredba crta boks-dijagram i vraća numeričke vrednosti, koje redom predstavljaju minimalnu vrednost, prvi kvartil, medijanu, treći kvartil, maksimalnu vrednost, donju i gornju granicu 95% intervala poverenja za medijanu. Boks-dijagram razmatranog uzorka dat je na slici 8.4(c).

Zadatak 8.5 U tabeli 8.5, dati su rezultati merenja snage signala na izlazu četvoropola u zavisnosti od snage signala na njegovom ulazu.

Tabela 8.5: Rezultati merenja.

P_{in} [W]	0,01	0,0501	0,1	0,794	1,99
P_{out} [W]	0,132	0,398	0,594	3,46	7,94

Pretpostavljajući linearnu zavisnost $P_{out} = kP_{in} + n$, odrediti vrednosti parametara k i n tako da se minimizira srednja kvadratna greška.

Ovaj problem linearne regresije rešićemo u programu GNU Octave naredbom `polyfit`. Njeni argumenti su, redom, vektor s vrednostima nezavisne promenljive, vektor s vrednostima zavisne promenljive i stepen regresionog polinoma (u našem slučaju, 1). Kao rezultat izvršavanja naredbe, dobijaju se koeficijenti polinoma u vidu vektora-vrste. Listing programa dat je u nastavku.

```
Pin = [0.01 0.0501 0.1 0.794 1.99];
Pout = [0.132 0.398 0.594 3.46 7.94];
polyfit(Pin, Pout, 1)
```

Rezultat koji dobijamo je $k = 3,92184$ i $n = 0,19554$.

Zadatak 8.6 Rezultati merenja su sačuvani u datoteci `rez.txt` u vidu dveju kolona, pri čemu prva sadrži vrednosti nezavisne, a druga vrednosti zavisne promenljive. Pokazati kako se u programu `gnuplot` crta grafik ove zavisnosti.

Prvo ćemo se postaviti u direktorijum u kome se nalazi ulazna datoteka, na primer

```
cd '/home/etf/TK_merenja'
```

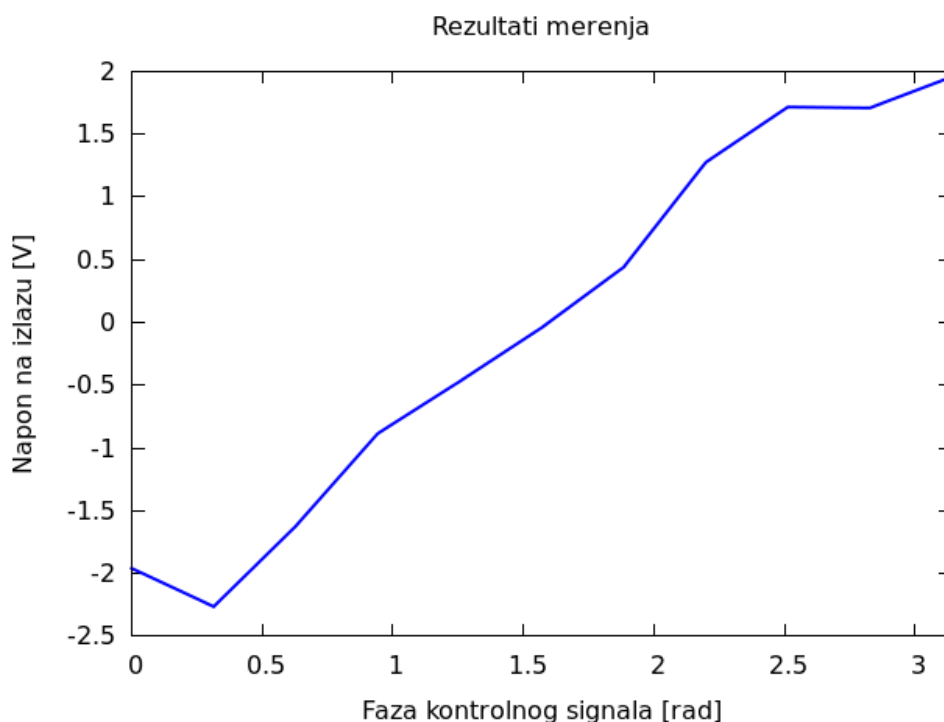
Naredbom `plot` crtamo grafik. Zadaćemo ulaznu datoteku, kolone iz nje, boju i debljinu linije i isključićemo ispisivanje legende:

```
plot "rez.txt" using 1:2 with lines linecolor rgb 'blue' \
linewidth 2 notitle
```

Dodatno, podesićemo opseg apscise, postaviti natpise uz ose i ispisati naslov grafika:

```
set xrange [0:pi]
replot
set xlabel "Faza kontrolnog signala [rad]"
set ylabel "Napon na izlazu [V]"
set title "Rezultati merenja"
replot
```

Primer ovako dobijenog grafika dat je na slici 8.6.



Slika 8.6: Primer grafika dobijenog u programu gnuplot.

Zadatak 8.7 Pokazati kako se u programu gnuplot na istom koordinatnom sistemu crta grafik eksperimentalno dobijenih vrednosti iz zadatka 8.5 i proračunatog regresionog modela i zatim snima u vidu png datoteke.

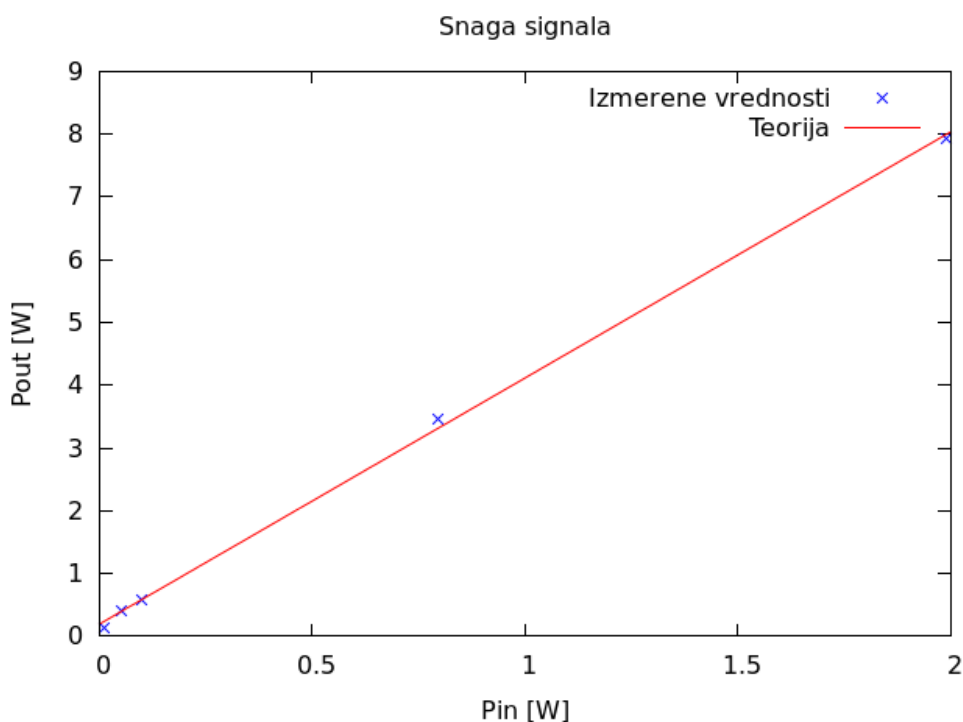
Eksperimentalno dobijene vrednosti učitacemo iz datoteke `expdata` i nacrtacemo ih simbolima \times . Regresionu krivu (u ovome slucaju pravu) zadacemo parametarski i nacrtacemo je punom linijom.

Listing programa dat je u nastavku.

```

set parametric
set samples 200
set trange [0:2]
plot "expdata" using 1:2 with points pointtype 2 linecolor rgb 'blue' \
title 'Izmerene vrednosti',\
t, 3.92184*t+0.19554 with lines linecolor rgb 'red' title 'Teorija'
set xlabel "Pin [W]"
set ylabel "Pout [W]"
set title "Snaga signala"
replot
set terminal pngcairo
set output "grafik.png"
replot

```



Slika 8.7: Grafik izmerenih vrednosti i teorijskog modela.

Zadatak 8.8 Pokazati kako se u programu GNU Octave χ^2 testom testira hipoteza o pripadanju rezultata merenja normalnoj raspodeli.

Hipotezu H_0 da naš uzorak Z pripada nekoj raspodeli (ne nužno normalnoj) testiramo naredbom `chisquare_test_homogeneity`. Njeni ulazni argumenti su, redom, uzorak koji testiramo, uzorak iz pretpostavljene raspodele i granice intervala (klasa). Poželjno je izabrati granice klasa tako da se u svakoj od njih nađe barem po 5 ishoda iz pretpostavljene raspodele. Izlazi testa su, redom, granična vrednost nivoa značajnosti pri kojoj, za testirani uzorak, važi hipoteza H_0 , vrednost Pearsonove (χ^2) statistike testiranog uzorka i broj stepeni slobode χ^2 raspodele.

Neka je, na primer, uzorak rezultata merenja obima N i neka su na njemu ocenjeni parametri μ i σ . χ^2 test tada izvršavamo na sledeći način:

```
C = normrnd(mu, sigma, 1, N);
[alpha, chisq, d] = chisquare_test_homogeneity(Z, C, (-3:0.5:3))
```

U gornjem primeru smo, bez mnogo razmišljanja, zadali intervale $(-\infty, -3]$, $(-3, -2,5]$, $(-2,5, -2]$, \dots , $(2,5, 3]$ i $(3, \infty]$.

Rezultati testa se interpretiraju na sledeći način: Dobijeno α se uporedi sa zadatim nivoom značajnosti testa; ako je proračunata vrednost manja od zadate, odbacujemo hipotezu H_0 .

Zadatak 8.9 Pokazati kako se u programu GNU Octave testom Kolmogorova i Smirnova testira hipoteza o pripadanju rezultata merenja normalnoj raspodeli.

Test Kolmogorova i Smirnova se izvršava sledećom naredbom:

```
[alpha, lambda] = kolmogorov_smirnov_test(Z, "normal", mu, sigma)
```

Ulazni argumenti su, redom, testirani uzorak, pretpostavljena raspodela i njeni parametri. Izlazi su, redom, granična vrednost nivoa značajnosti pri kojoj, za testirani uzorak, važi hipoteza H_0 i vrednost K-S statistike uzorka.

Rezultati testa se interpretiraju na sledeći način: Dobijeno α se uporedi sa zadatim nivoom značajnosti testa; ako je proračunata vrednost manja od zadate, odbacujemo hipotezu H_0 .

Zadatak 8.10 U nizu od 10 merenja napona U , kontrolni prekidač je bio isključen ($P = 0$) ili uključen ($P = 1$), pri čemu su dobijeni parovi vrednosti (P, U [V]) (0, 2), (0, 2,5), (0, 1), (0, 1,5), (1, 2), (1, 2,5), (1, 2), (1, 2), (1, 3) i (1, 1). Primenom χ^2 testa, testirati hipotezu o nezavisnosti izmerenog napona od položaja prekidača, s nivoom značajnosti $\alpha = 1\%$.

Rezultate eksperimenta možemo pregledno prikazati u vidu tzv. tablice kontingencije, koja je data u tabeli 8.10.

U programu GNU Octave, tablicu kontingencije generišemo naredbom `table`, čiji su argumenti vektori realizacije ishoda složenog eksperimenta. U našem primeru, postupićemo na sledeći način:

```
A = [0 0 0 0 1 1 1 1 1 1];
B = [2 2.5 1 1.5 2 2.5 2 2 3 1];
[T, La, Lb] = table(A, B)
```

Tabela 8.10: Tablica kontingencije.

	1	1,5	2	2,5	3	ukupno
0	1	1	1	1	0	4
1	1	0	3	1	1	6
ukupno	2	1	4	2	1	10

Izlazi su, redom, frekvencije i liste ishoda:

```
T = 1 1 1 1 0
     1 0 3 1 1
```

```
La = 0
     1
```

```
Lb = 1
     1.5
     2
     2.5
     3
```

Ako se funkcija `table` pozove samo s jednim izlaznim argumentom, vratiće samo matricu frekvencija, T .

Kada je poznata tablica kontingencije, hipotezu H_0 o nezavisnosti događaja A_i i B_j testiramo naredbom

```
[alpha, chisq, d] = chisquare_test_independence(T)
```

Ulazni argument je tablica (matrica) kontingencije, dok je značenje izlaznih veličina isto kao kod χ^2 testa. U našem primeru, dobijamo rezultate

```
alpha = 0.60776
```

```
chisq = 2.7083
```

```
d = 4
```

pa na nivou značajnosti 0,01 nemamo dokaza protiv hipoteze o nezavisnosti.

Literatura

M. Bjelica: *Modeliranje i simulacija u telekomunikacijama*, rukopis

M. Bjelica: *Telekomunikacioni sistemi — zbirka rešenih zadataka*, Akademska misao, Beograd, 2009.

J. S. Hansen: *GNU Octave Beginner's Guide*, Packt Publishing, Birmingham, 2011.

P. K. Janert: *Gnuplot in Action: Understanding Data with Graphs*, Manning Publications Co., Greenwich, 2010.

G. Justice: "An RMS-Responding Voltmeter With High Crest Factor Rating", *Hewlett-Packard Journal*, Vol. 15, No. 5, pp. 1–6, January 1964.

V. Mamula: *Mjerenja u elektronici*, Vojnoizdavački zavod, Split, 1986.

E. Murphy, C. Slattery: "All About Direct Digital Synthesis", *Analog Dialogue* 38-08, August 2004.

P. Pejović: *Princip rada i primena osciloskopa – priručnik za rad u laboratoriji*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1999.

C. Rauscher, V. Janssen, R. Minihold: *Fundamentals of Spectrum Analysis*, 6th Edition, Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, München, 2006.

ABCs of Probes, Tektronix, 2009.

A Technical Tutorial on Digital Signal Synthesis, Analog Devices, 1999.

Fundamentals of RF and Microwave Power Measurements (Part 2): Power Sensors and Instrumentation, Application Note 1449-2, Agilent Technologies, 2006.

Fundamentals of Signal Integrity, Tektronix, 2008.

RTO in Detail: Scope of the Art, Rohde & Schwarz, 2011.

Spectrum Analysis Basics, Application Note 150, Agilent Technologies, 2006.

Understanding Signal Generation Methodologies, Tektronix, 2006.

XYZs of Oscilloscopes, Tektronix, 2011.

XYZs of Signal Generators, Tektronix, 2008.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

621.317:621.39(075.8)(076)(0.034.2)

БЈЕЛИЦА, Милан, 1977-

Telekomunikaciona merenja 1 [Elektronski
izvor] : zbirka rešenih zadataka / Milan
Bjelica. - Beograd : Elektrotehnički
fakultet, 2013

Sistemska zahtevi: Nisu navedeni. -

Način dostupa (URL):

http://www.etf.bg.ac.rs/etf_files/udzbenici/Telekomunikaciona_merenja_1_-_Zbirka_resenih_zadataka.pdf. - Nasl. sa naslovne strane dokumenta. - Opis izvora dana 05. 02. 2013. - Sadrži bibliografiju.

ISBN 978-86-7225-052-7

а) Телекомуникациона мерења - Задаци
COBISS.SR-ID 196579084
