

UNIVERZITET U BEOGRADU

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Emilija A. Kisić

**PRIMENA T^2 KONTROLNIH DIJAGRAMA
I SKRIVENIH MARKOVLJEVIH MODELA
NA PREDIKTIVNO ODRŽAVANJE
TEHNIČKIH SISTEMA**

doktorska disertacija

Beograd, 2016.

UNIVERSITY OF BELGRADE

SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Emilija A. Kisić

**APPLICATION OF T^2 CONTROL CHARTS
AND HIDDEN MARKOV MODELS IN
PREDICTIVE MAINTENANCE OF
TECHNICAL SYSTEMS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2016.

Mentor:

dr Željko Đurović

redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Članovi komisije:

dr Branko Kovačević

redovni profesor, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

dr Dragan Denić

redovni profesor, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet

dr Goran Kvašček

docent, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

dr Predrag Tadić

docent, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Datum odbrane: _____

Zahvalnica

Na početku želela bih da se zahvalim svom mentoru, dr Željku Đuroviću. Zahvaljujem se što je uvek bio tu da nesebično podeli sa mnom svoje znanje, da me posavetuje, da podrži nove ideje, da pomogne na svakom koraku dugačkog puta tokom doktorskih studija. Zahvaljujem se na svim dragocenim savetima, sugestijama, idejama i unapređenjima koje je dao tokom izrade ove teze. Zahvaljujem se što mi je na svom primeru pokazao kako treba graditi lep i prijateljski odnos sa studentima, što mi je veoma značilo na početku asistentske karijere. Takođe, hvala i na svim životnim savetima koje je sa mnom podelio, koji su mi u mnogim situacijama bili jako korisni.

Takođe, veliku zahvalnost dugujem svojim kolegama sa posla, sa studijskog programa Automatika i Sistemi Upravljanja Vozilima u Visokoj Školi Elektrotehnike i Računarstva. Raditi na SP ASUV je zaista jako prijatno i stimulatивно zbog tople atmosfere i lepih međuljudskih odnosa. Hvala Dejanu Matijeviću, Slobodanu Draškoviću, Nenadu Seljišti i Daliboru Vukiću na razumevanju i podršci, posebno tokom kucanja ove teze. Hvala na izlaženju u susret prilikom pravljenja rasporeda za vežbe tokom svih ovih godina, što su mi uvek činili da moji termini budu prepodne kako bih stizala na vreme po decu u vrtić. Posebnu zahvalnost dugujem dr Veri Petrović na podršci tokom studija i na tome što me je strpljivo čekala dva puta tokom izostajanja zbog porodijskih bolovanja. Želela bih da se zahvalim i Predragu Todorovu koji je osim pružanja prijateljske podrške, išao i snimio akustičke signale u termoelektrani “TEKO”, Kostolac, bez kojih izrada ove teze ne bi bila moguća. Želim i da zahvalim dr Ameli Zeković na podršci i što je nesebično podelila sa mnom sve korisne savete u vezi sa formalnostima oko predavanja teze, koje je i sama nedavno prošla. Hvala dr Branku Kovačeviću na podršci da upišem doktorske studije i tokom samih studija.

Svoju neizmernu zahvalnost dugujem roditeljima Milki i Aleksandru i sestri Nataliji koji su mi bili podrška od rođenja, pa sve do današnjeg dana. Roditeljima sam zahvalna što nisu uticali na moj izbor profesije, već su mi samo na svom primeru pokazali kako je lepo baviti se poslom koji voliš i biti uspešan u tome.

Na kraju, želela bih da se zahvalim svom suprugu Miši na svakodnevnoj podršci, na veri u mene i na bezgranično razumevanje u svakom trenutku. Najveću zahvalnost dugujem svojim predivnim devojčicama, Sofiji i Marini. One su moja životna inspiracija, od njih naučim svaki dan nešto novo, one su moja konstantna motivacija za sve što radim. Zbog toga, Sofiji i Marini posvećujem ovu tezu.

Posvećeno Sofiji i Marini

Naslov: Primena T^2 kontrolnih dijagrama i skrivenih Markovljevih modela na prediktivno održavanje tehničkih sistema.

Rezime: U današnjoj industriji primena najboljih strategija održavanja je veoma važan zadatak, kako bi se obezbedila stabilnost i pouzdanost tehničkih sistema. U literaturi se može naći veliki broj radova i knjiga o različitim strategijama održavanja i uglavnom se svuda ističe prednost prediktivnog održavanja (eng. *predictive maintenance*) u odnosu na planirano održavanje (eng. *time-based maintenance*). Prediktivno održavanje produžava vreme u kojem sistem radi dobro, smanjuje nepotrebno zaustavljanje sistema, redukuje materijalne gubitke i sprečava nastajanje katastrofalnih otkaza. Iako je sa razvojem visoko sofisticiranih tehnologija ova oblast istraživanja veoma uznapredovala, i dalje ima puno prostora za poboljšanje postojećih tehnika, kao i za razvoj novih.

U ovoj tezi predložena je inovativna tehnika prediktivnog održavanja sa ciljem isticanja prednosti prediktivnog održavanja u odnosu na planirano održavanje. Predloženi algoritam primenjen je na konkretan problem koji se javlja planiranim održavanjem udarnih ploča mlinova koje melju ugalj u podsistemu za mlevenje uglja u termoelektrani “TEKO”, Kostolac, Srbija. Planiranim održavanjem predviđa se zamena udarnih ploča nakon određenog broja radnih sati, međutim u zavisnosti od kvaliteta uglja i same udarne ploče ova zamena je nekad potrebna ranije ili kasnije. Posledice ovakvog održavanja su veliki materijalni gubici koji nastaju zbog čestog prevremenog zaustavljanja celog podsistema za mlevenje uglja, kao i mogućnost da otkaz nastupi pre zamene.

Prvi korak u primeni predloženog algoritma bio je sakupljanje podataka, odnosno snimanje akustičkih signala. Akustički signali su snimljeni pomoću usmerenog mikrofona, dok je podsistem za mlevenje uglja u funkciji, bez ometanja rada mlina. Sakupljeni podaci zatim su obrađeni izdvajanjem korisnih parametara akustičkih signala koji su predstavljeni u frekvencijskom domenu pomoću spektrograma (eng. *spectrogram*). Inovativnost predloženog algoritma zasniva se na izboru tehnike prognoze otkaza (eng. *failure prognostics*). Izabrana je tehnika koja je zasnovana na pokretnim podacima (eng. *data driven*), zato što se ne traži poznavanje modela, a dostupni su nam podaci nadgledanja stanja (snimljeni akustički signali). Najpre su

kontrolni dijagrami (eng. *control chart*) primenjeni na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu, a zatim je formiran skriveni Markovljev model (eng. *Hidden Markov Model*) čije su opservacije parametrizovane statistike sa kontrolnih dijagrama. Softverska realizacija algoritma izvršena je u programu Matlab.

Naučni doprinosi ove teze su dobijeni rezultati koji su potvrdili hipoteze koje su postavljene na početku ovog istraživanja. Potvrđeno je da je predložena kombinacija T^2 kontrolnih dijagrama i skrivenih Markovljevih modela (SMM) efikasna u prediktivnom održavanju. Drugim rečima, kontrolni dijagrami se mogu efikasno primeniti na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu, a nestacionarnost procesa može se pokriti uvođenjem SMM-a koji definisanjem različitih stanja podrazumeva dinamički model i nestacionarnost opservacija. Takođe, potvrđeno je da su akustički signali informativni kada je u pitanju informacija o stanju udarnih ploča mlina, što je značajan doprinos, s obzirom da se u literaturi uglavnom daje prednost signalima vibracije. Predložena metoda predstavlja kompromis između već ponuđenih rešenja koja se mogu naći u literaturi, a zbog svoje inovativne strukture svakako predstavlja naučni doprinos oblasti prediktivnog održavanja.

Predložena metoda ima nekoliko prednosti. Kao prvo, metoda nije invazivna i ne zahteva zaustavljanje celog podsistema za mlevenje uglja za snimanje akustičkih signala. Softverska realizacija predloženog algoritma nije mnogo složena i nije vremenski zahtevna kada se SMM jednom adekvatno obuči, što bi bilo od značaja ako bi se ovakav način prediktivnog održavanja primenio u realnom vremenu. Dodatna prednost predložene metode jeste što se zasniva na obradi akustičkih signala koji su jeftiniji za snimanje i jednostavniji za obradu od signala vibracije.

Ključne reči: Prediktivno održavanje. T^2 kontrolni dijagrami. Skriveni Markovljevi modeli. Akustički signali.

Naučna oblast: Elektrotehnika i računarstvo.

Uža naučna oblast: Upravljanje sistemima i obrada signala.

UDK broj: 621.3

Title: Application of T^2 Control Charts and Hidden Markov Models in Predictive Maintenance of Technical Systems.

Abstract: In today's industry, application of the best maintenance strategies is very important task in ensuring stability and reliability of technical systems. Numerous papers and books about different maintenance strategies can be found in literature, and almost everywhere are emphasized merits of predictive maintenance in regard to time-based maintenance. Predictive maintenance extends the period of time during which the system functions well, decreases unnecessary shutdowns, reduces material losses and prevents catastrophic failures. Although this field of research is very much advanced with the development of high sophisticated technologies, there is still a lot of room for improvement of existing techniques and the development of new ones.

In this thesis innovative technique of predictive maintenance is proposed with the aim of highlighting the benefits of predictive maintenance compared to time-based maintenance. The proposed algorithm is applied to a specific problem that occurs when time-based maintenance is applied on grinding tables of the coal mill, in coal grinding subsystem at the Thermoelectric Power Plant "TEKO", Kostolac, Serbia. Time-based maintenance provides replacement of grinding tables after certain number of working hours, but depending on the quality of the coal and grinding table itself, this replacement sometimes needs to be made before or after planned replacement. The consequences of such maintenance are great material losses incurred because of frequent shutdowns of the entire coal grinding subsystem, as well as the possibility that the failure occurs before replacement.

First step in application of proposed algorithm was data acquisition, i.e. recording of acoustic signals. Acoustic signals were recorded by means of directional microphone, while the coal grinding subsystem was operating, without interfering with mill operation. Collected data were processed by the feature extraction of acoustic signals that were presented in frequency domain with spectrogram. Innovativeness of the proposed algorithm is based on the selection of failure prognostic technique. Data-driven technique is chosen because model knowledge is not acquired, and condition monitoring data (recorded acoustic signals) are available. Control charts were first applied on extracted parameters of acoustic signals in frequency domain, and then

Hidden Markov Model (HMM) is formed with observations that are parameterized statistics from control charts. Software realization of the algorithm is realized in program Matlab.

The main scientific contributions of this thesis are obtained results that confirmed hypotheses from the beginning of this research. It is confirmed that proposed combination of T^2 control charts and HMM is effective in predictive maintenance. In other words, control charts can be effectively applied on extracted parameters of acoustic signals in frequency domain, and HMM is introduced to account for the fact that the process is non-stationary, where different states are defined to reflect a dynamic system and non-stationary observations. It is also confirmed that acoustic signals are informative when information about grinding table condition is in question. This is significant contribution, given that in the literature vibration signals are mostly preferred. Proposed method is trade-off between solutions already offered in the literature, and because of its innovative structure it certainly represents scientific contribution to the field of predictive maintenance.

Proposed method has several advantages. The method is non-invasive and does not require stopping of the coal grinding subsystem for acoustic signals recording. Software realization of the proposed algorithm is not too much complex and it is not time consuming when HMM is once trained. This fact is very important if this method would be applied in real time. Proposed method is based on processing of acoustic signals which are cheaper and much simpler for processing than vibration signals. This is additional advantage of the proposed method.

Keywords: Predictive maintenance. T^2 control chart. Hidden Markov Model. Acoustic signals.

Scientific field: Electrical and Computer Engineering.

Specific scientific field: System control and signal processing.

UDC number: 621.3

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Prediktivno održavanje	7
2.1	<i>Tri osnovna koraka kod prediktivnog održavanja</i>	8
2.1.1.	Prikupljanje podataka	10
2.1.2.	Obrada podataka	11
2.1.3	Donošenje odluke u održavanju	17
2.2	<i>Prognoza otkaza</i>	18
2.2.1	Tradicionalni pristupi pouzdanosti-predikcija zasnovana na podacima događaja (iskustvu)...	19
2.2.2	Prognostički pristupi-predikcija zasnovana na podacima stanja	20
2.2.3	Predikcija zasnovana i na pouzdanosti i na podacima nadgledanja stanja	23
2.2.4	Uključivanje polisa održavanja kod prognoze otkaza	24
2.2.5	Intervali nadgledanja stanja	25
2.3	<i>Primena senzora u prediktivnom održavanju</i>	26
2.3.1	Pretvarački principi	28
2.3.2	Senzori koji se najčešće koriste kod prediktivnog održavanja	29
2.3.3	Postavljanje senzora	32
2.4	<i>Ograničenja i mogućnosti za poboljšanje postojećih metoda prediktivnog održavanja</i>	34
3	Kontrolni dijagrami	40
3.1	<i>Osnovna statistika koja se primenjuje u teoriji kontrolnih dijagrama</i>	43
3.1.1	Uzorkovanje iz normalne raspodele	47
3.1.2	Tačkasti estimator parametara procesa	48
3.1.3	Testiranje hipoteza	49
3.1.4	Intervali poverenja	51
3.1.5	Korišćenje P-vrednosti za testiranje hipoteza	52
3.2	<i>Opšta teorija kontrolnih dijagrama</i>	54
3.3	<i>T² kontrolni dijagrami</i>	61
3.3.1	Statistička distanca	61
3.3.2	T ² statistika i multivarijabilna normalnost	65
3.3.3	Studentova t statistika u odnosu na Hotelling-ovu T ² statistiku	69
3.3.4	Svojstva raspodele T ² statistike	72
3.3.5	Alternativni estimatori kovarijanse	76
3.3.6	Uzoračka raspodela T ² statistike	78
3.3.7	Primena Q-Q dijagrama u proceni uzoračke raspodele T ² statistike	80
3.3.8	Određivanje gornje kontrolne granice na T ² dijagramu u fazi I	85
3.3.9	Određivanje gornje kontrolne granice na T ² dijagramu u fazi II	87
3.3.10	Procedure koje ne zavise od raspodele	90
3.3.11	Izbor veličine uzorka	91

4	Skriveni Markovljevi modeli	93
4.1	<i>Diskretni Markovljevi procesi.....</i>	94
4.2	<i>Skriveni Markovljevi modeli</i>	95
4.3	<i>Tri osnovna problema vezana za skrivene Markovljeve modele.....</i>	98
5	Opis nove tehnike prediktivnog održavanja	107
6	Rezultati.....	118
7	Zaključak.....	128
	Literatura	133
	Biografija autora	150

Poglavlje 1

Uvod

U današnjoj industriji detekcija otkaza i preventivno održavanje predstavljaju najvažnije zadatke kako bi automatizovani i veoma složeni procesi bili pouzdani i bezbedni. Za razliku od detekcije otkaza koja se obavlja nakon što je otkaz nastupio, odnosno *a posteriori*, preventivno održavanje vrši se *a priori* i primenjuje se kako bi se izbeglo da do otkaza uopšte dođe. Preventivno održavanje se može vršiti kao *planirano održavanje*, koje se vrši u zadatim vremenskim intervalima (eng. *Time Based Maintenance*) i kao prediktivno održavanje ili održavanje po stanju (eng. *Condition Based Maintenance*) kod kojeg se aktivnosti održavanja realizuju na osnovu stanja delova i sistema [1].

Osim preventivnog održavanja, primenjuje se i takozvano *neplanirano održavanje* (eng. *unplanned maintenance*) koje podrazumeva da se pusti da sistem radi i da se jednostavno čeka da otkaz nastupi, što se u literaturi naziva *održavanje radom do otkaza* (eng. *run-to-failure maintenance*). Jasno je da se ovakvim održavanjem ne mogu izbeći katastrofalni otkazi, tako da je u veoma retkim slučajevima ovaj način održavanja održiv i isplativ.

Kao i kod neplaniranog održavanja, primena planiranog održavanja je veoma retko isplativa. Naime, glavni nedostatak planiranog održavanja su prečeste zamene delova sistema, kao i prevremeno zaustavljanje rada samog sistema, što dovodi do velikih materijalnih gubitaka. U većini situacija, prediktivno održavanje je najbolji izbor, posebno kada je održavanje veoma skupo i kada se ne sme dopustiti da otkaz nastupi. Osnovni cilj prediktivnog održavanja je produženje vremena u kojem sistem radi dobro i istovremeno smanjenje broja nepotrebnih zastoja i otkaza. Ekspertsko znanje i u polju praktične primene i u oblastima održavanja i pouzdanosti je neophodno za izbor najboljih polisa održavanja.

Planirano održavanje uvedeno je 1950. kako bi se rešili problemi koji nastaju neplaniranim održavanjem. Bazovsky je 1961. bio među prvima koji je uveo metode matematičke optimizacije u polisama planiranog održavanja [2]. Jardine je 1973. uveo modele odluke za određivanje optimalnog modela zamene analizirajući podatke događaja [3]. Ipak, polise održavanja sa fiksnim vremenskim intervalima nisu bile dobro prihvaćene od strane mnogih praktičara [4]. Iako se planiranim održavanjem ponekad redukuju otkazi opreme, ono ne eliminiše katastrofalne otkaze i izaziva nepotrebno održavanje. Upravo zbog ovih činjenica uvedeno je prediktivno održavanje. U literaturi se može naći podatak da se u Sjedinjenim Američkim Državama zbog neefikasnog održavanja troši više od 60 milijardi dolara svake godine [5]. Slična situacija je i u ostalim zemljama. Zato se sve više pažnje posvećuje unapređivanju već postojećih strategija održavanja, kao i uvođenju novih strategija. Ako je pravilno uspostavljeno i efektivno implementirano, održavanje po stanju može značajno da redukuje troškove održavanja smanjenjem broja nepotrebnih operacija planiranog održavanja.

Sa druge strane, prediktivno održavanje ima za cilj da spreči nastupanje katastrofalnih otkaza koji osim ljudskih žrtava mogu proizvesti velike materijalne troškove, kao i zagađenje okoline. Poznati su primeri kao što je nesreća u hidroelektrani Sayano-Shushenskaya u Rusiji, 2009., kada je otkazala turbina, zbog čega je 75 ljudi nastradalo. Primer neadekvatnog održavanja jeste havarija koja se dogodila 2010. u Zapadnoj Virđžiniji u Sjedinjenim Američkim Državama u rudniku uglja kada je došlo do eksplozije prilikom koje je nastradalo 30 ljudi. Nakon detaljnih istraživanja posle nezgode ustanovljeno je da je do iste došlo usled lošeg održavanja, odnosno nedostatka preventivnog održavanja. Takođe, tu su i primeri ugrožavanja životne sredine kao što je 2000. izlivanje cijanida u reku Samoš blizu grada Baja Mare u Rumuniji, usled nezgode u rudniku zlata, što je imalo za posledicu ekološku katastrofu u regionu, s obzirom da se reka Samoš (koja je u tom trenutku imala koncentraciju cijanida 700 puta veću nego što je dozvoljeno) uliva u reku Tisu gde je više od 80% vodenog života ubijeno. Spisak ovakvih nezgoda nije mali, i može se pronaći u [6], odakle su i preuzeti detalji u vezi sa gore navedenim havarijama. Upravo zbog ovakvih katastrofalnih otkaza koji se povremeno javljaju u fabrikama, elektranama, topionicama, hemijskoj industriji,

železarama, rudnicima, brodovima, avionima, itd. sve više pažnje se posvećuje prediktivnom održavanju.

Do sada je objavljen veliki broj knjiga i radova na temu prediktivnog održavanja [7-11], čiji će detaljan pregled biti dat u narednom poglavlju. Sa naglim razvojem novih tehnologija ova oblast se u protekloj deceniji veoma razvila. Ipak, napredne tehnologije prediktivnog održavanja nisu najbolje implementirane u industriji iz nekoliko razloga. Prvo, često se dešava da u praksi dolazi do nekorektnog pristupa prikupljanju podataka ili do nedostatka podataka. Zatim, postoji manjak komunikacije između teoretičara i praktičara u oblasti održavanja i pouzdanosti, kao i nemogućnost potvrde dobijenih rezultata u praksi. I na kraju, postoje teškoće u implementaciji zbog čestih promena u dizajnu, tehnologijama i polisama poslovanja, kao i rukovodstva. Zbog svega navedenog u ovoj oblasti ima dosta prostora za dalje unapređivanje, posebno sa aspekta primene prediktivnog održavanja u praksi [12].

Predmet ove doktorske disertacije je prediktivno održavanje tehničkih sistema sa ciljem isticanja prednosti održavanja po stanju u odnosu na planirano održavanje. U ovoj tezi biće predložena inovativna tehnika prediktivnog održavanja koja je primenjena na konkretan problem u termoelektrani "TEKO" Kostolac, Srbija. Naime, u termoelektranama sistemi za mlevenje uglja, odnosno mlinovi, predstavljaju vitalne delove celokupnog procesa proizvodnje. Udarne ploče mlinova koji melju uglj se vremenom troše i potrebno ih je menjati planiranim održavanjem nakon određenog broja radnih sati. U zavisnosti od kvaliteta uglja i samih ploča nekada je potrebno izvršiti ovu zamenu ranije ili kasnije u odnosu na planirano održavanje, što ima za posledicu velike materijalne gubitke usled zaustavljanja celog podsistema u slučaju kada njihova zamena nije bila potrebna, ili ako otkaz nastupi pre nego što do zamene dođe. Jedini način da se proverí stanje udarnih ploča jeste da se ceo podsistem zaustavi i otvori kako bi se izvršila vizuelna inspekcija mlina. Cilj primene ovog algoritma je povećanje energetske efikasnosti procesa u Termoelektrani "TEKO" održavanjem po stanju tako što će se obezbediti informacija u kom stanju se udarne ploče nalaze. Urbana je legenda da među iskusnim rukovaocima na industrijskim postrojenjima, kao što su termoelektrane, postoje osobe koje umeju da 'čuju' zvuke u zvučnom sadržaju koji emituju pogoni u radu, i da na osnovu njih prepoznaju istrošenost pojedinih elemenata

koji se habaju, kao što su radna kola mlinova. Sa druge strane, u literaturi se može pronaći podatak da je kod 99% mehaničkih otkaza prijavljeno da su pre otkaza postojali veoma primetni indikatori [13]. Upravo zbog ovih činjenica došlo se na ideju da se snime akustički signali dok je podsistem za mlevenje uglja u funkciji. Na ovaj način ne remeti se rad sistema (ne mora da se zaustavlja ceo podsistem za mlevenje uglja da bi se dobila informacija o stanju udarnih ploča), a dobijaju se podaci nadgledanja stanja sistema koji se mogu dalje obraditi i primeniti za prediktivno održavanje.

Predloženi algoritam prati tri ključna koraka u okviru prediktivnog održavanja: sakupljanje podataka, obradu podataka i donošenje odluke u održavanju. Nakon što su podaci sakupljeni (snimanjem akustičkih signala), prešlo se na analizu i izdvajanje korisnih parametara u okviru koraka obrade podataka u vremensko-frekvencijskom domenu pomoću spektrograma (eng. *spectrogram*). Na kraju, u okviru donošenja odluke u održavanju pristupa se prognozi otkaza (eng. *failure prognostic*). Mnoge metode i alati mogu se koristiti za prognozu otkaza. Ove metode prema [14] mogu biti klasifikovane u tri glavne grupe: (1) Tradicionalni pristupi prognozi otkaza-predikcija zasnovana na podacima događaja (iskustvu) (2) Prognozički pristupi prognozi otkaza-predikcija zasnovana na podacima nadgledanja stanja (3) Integrisani pristupi prognozi otkaza-predikcija zasnovana i na podacima događaja (iskustvu) i na podacima nadgledanja stanja. Svaki od navedenih pristupa ima neke svoje prednosti i nedostatke. Zbog dostupnosti podataka nadgledanja stanja sistema u ovom istraživanju izabran je drugi pristup prognozi otkaza prema gore navedenoj podeli. U okviru ovog pristupa postoje dve tehnike-prva koja je zasnovana na modelu sistema (eng. *model-based*) i druga koja je zasnovana na pokretnim podacima (eng. *data-driven*). S obzirom na nedostupnost tačnog i pouzdanog modela sistema, a sa druge strane na dostupnost snimljenih akustičkih signala (podataka nadgledanja stanja), odlučeno je da se izabere tehnika koja je zasnovana na pokretnim podacima.

Inovativnost predloženog algoritma zasniva se na izboru tehnika u okviru donošenja odluke u održavanju, odnosno na primeni kontrolnih dijagrama (eng. *control chart*) na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu, a zatim na formiranju skrivenog Markovljevog modela (eng. *Hidden Markov Model*) čije će opservacije biti parametrizovane statistike sa kontrolnih dijagrama.

Iako su skriveni Markovljevi modeli (SMM) najpre našli svoju primenu u obradi govora [15], u literaturi se mogu pronaći mnoge primene SMM-a u industriji i detekciji otkaza [16,17], kao i u prediktivnom održavanju [18]. Sa druge strane, već godinama se razvija statistička kontrola procesa i raznovrsna primena kontrolnih dijagrama u industriji i detekciji otkaza [19, 20], kao i rešenja za ograničenja koja se javljaju u praksi njihovom primenom. U literaturi se takođe može naći primena kontrolnih dijagrama i SMM-a za dijagnozu degradacije procesa [21], kao i za detekciju otkaza [22], ali u ovim radovima su upotrebljeni standardni p -dijagram i *Hotelling-ov* T^2 kontrolni dijagram, dok je ovde primenjen T^2 kontrolni dijagram na izdvojene komponente iz spektrograma.

Istraživanje u ovoj tezi zasniva se na nekoliko naučnih pretpostavki. Najpre je pretpostavljeno da su informacije koje se mogu izdvojiti iz spektralnih komponenti akustičkog signala snimljenog neposredno uz zidove mlinova dovoljne da se na osnovu njih može prepoznati stanje rotirajućih elemenata mlina. Ova je pretpostavka vrlo bitna jer su se do sada, u dostupoj literaturi, a za ovu namenu, uglavnom koristili senzori vibracija [23]. Potvrda ove pretpostavke je veoma važna, jer je poznato da je akvizicija i obrada akustičkih signala višestruko jeftinija i jednostavnija od obrade signala vibracije. Takođe je pretpostavljeno da se primenom T^2 kontrolnih dijagrama na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu može dobiti informacija o stanju udarnih ploča u mlinu termoelektrane. Konačno, prilikom definisanja okvira i metodologije za ovu doktorsku disertaciju, u samom početku je bilo jasno da će vremenski zapisi imati jasno izraženu nestacionarnost. Pri tome se prilikom definisanja plana zamene radnih kola polazi od pretpostavke da je srednja vrednost njihovih života 1600 sati rada. U uslovima otežane eksploatacije u kojoj je sadržaj krečnjaka u uglju visok, ovaj životni vek se spušta i do 900 sati, dok se u uslovima povoljne eksploatacije dešava da radni vek radnih kola traje i do 2000 sati. Pretpostavka sa kojom se krenulo u ovom istraživanju jeste da SMM omogućava dobar teorijski okvir za modeliranje nestacionarnosti prikupljenih signala i da se odgovarajućim izborom broja stanja sa dovoljnom preciznošću mogu modelirati promene od interesa u zapisu.

Nova tehnika projektovana je u programskom paketu MATLAB i testirana na snimljenim akustičkim signalima u Termoelektrani „TEKO“ Kostolac na bloku A1. Cilj

ove teze je da pokaže da se na osnovu dobijenih rezultata može potvrditi da je prediktivno održavanje efikasnije od planiranog održavanja i da su akustički signali informativni za prepoznavanje stanja udarnih ploča mlina.

Struktura same teze će u velikoj meri pratiti sve faze istraživanja u okviru ove doktorske disertacije. Osim uvodnog poglavlja predviđena su tri poglavlja preglednog tipa od kojih će prvo biti posvećeno prediktivnom održavanju i pregledu tehnika prognoze otkaza sa detaljnim osvrtom na tehnike koje su zasnovane na pokretnim podacima. Drugo pregledno poglavlje biće posvećeno opštoj teoriji kontrolnih dijagrama, gde će posebna pažnja biti usmerena ka T^2 kontrolnim dijagramima. Treće pregledno poglavlje biće posvećeno SMM-a i problemima u njihovoj implementaciji. Peto poglavlje će sadržati strukturu i opis nove tehnike za rešenje problema u termoelektrani „TEKO“ A1 u Kostolcu. U šestom poglavlju biće predstavljeni eksperimentalni rezultati dobijeni primenom inovativne tehnike, kao i komparativna analiza nove sa tehnikama predloženim u literaturi. Poslednja dva poglavlja sadržaće zaključke i korišćenu literaturu, respektivno.

Poglavlje 2

Prediktivno održavanje

U današnje vreme sve kompleksniji i napredniji procesi proizvodnje zahtevaju visoko sofisticirane i prilično skupe strategije održavanja. Zbog neefikasnog održavanja dolazi do velikih materijalnih gubitaka, zbog čega je potrebno stalno razvijati i unapređivati postojeće programe održavanja.

Strategije održavanja su se vremenom razvijale. Najpre se održavanje svodilo na to da se čeka da otkaz nastupi, pa se kao posledica javlja potreba za popravkom ili zamenom. Ovakav tip održavanja naziva se *održavanje do otkaza* (eng. *run-to-failure maintenance*). Pošto je čekanje da otkaz nastupi poprilično neisplativo, a sa druge strane ovim načinom održavanja ne mogu se sprečiti katastrofalni otkazi i hitna zaustavljanja, pedesetih godina prošlog veka uvedeno je takozvano *preventivno održavanje* (eng. *preventive maintenance*). Preventivno održavanje može se vršiti kao *planirano održavanje* (eng. *time-based maintenance*) ili *prediktivno održavanje* (eng. *predictive maintenance*). Planirano održavanje se vrši u fiksnim vremenskim intervalima kada se obavlja inspekcija mašine i njeno održavanje, bez obzira na “zdravstveno” stanje mašine. Na ovaj način može se desiti da dođe do zamene mašine ili opreme, a da je zapravo element čija se inspekcija vrši bio “zdrav” i da je do zamene došlo prerano. Planiranim održavanjem često se ne izbegavaju katastrofalni otkazi. Takođe, dolazi do materijalnih gubitaka i nepotrebnog zaustavljanja procesa u slučaju da zamena nije bila potrebna u trenutku kada je po planu treba izvršiti. Drugim rečima dolazi do nepotrebnog održavanja. Zbog svega navedenog javila se potreba za drugačijim vidom održavanja, odnosno uvedeno je *prediktivno održavanje*, ili kako se još naziva, *održavanje po stanju* (eng. *condition-based maintenance*). Održavanje po stanju nadgleda “zdravlje” mašinerije zasnovano na merenjima stanja koja ne prekidaju normalan rad mašine. Održavanje po stanju je program održavanja koji preporučuje akcije održavanja koje su zasnovane na informacijama koje su sakupljene kroz

nadgledanje stanja sistema. Ono pokušava da izbegne nepotrebne zadatke održavanja tako što se akcije održavanja preduzimaju samo kada postoji dokaz o abnormalnim ponašanjima.

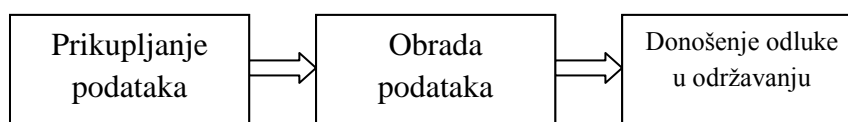
Tokom proteklih decenija, tehnologije u nadgledanju stanja mašina i dijagnostika otkaza su se veoma razvile. Podaci kao što su signali vibracije, akustički signali, brojači čestica ulja i sl. mogu biti prikupljeni, obrađeni i analizirani preko senzora, softverskih baza podataka i paralelnih računarskih tehnologija. Nove tehnologije takođe uvode nove tipove informacija koje nisu još uvek u potpunosti istražene i otvaraju mogućnosti da se strategije održavanja još unaprede. Literatura u vezi sa različitim strategijama održavanja je veoma bogata [1,7,14,24-27].

2.1 Tri osnovna koraka kod prediktivnog održavanja

Program održavanja po stanju sastoji se od tri ključna koraka:

1. Korak sakupljanja podataka (sakupljanje informacija), kako bi se dobili relevantni podaci o “zdravlju” sistema.
2. Korak obrade podataka (rukovanje sa informacijama), kako bi se analizirali podaci ili signali sakupljeni u prvom koraku za bolje razumevanje i interpretaciju podataka.
3. Korak donošenja odluke u održavanju (donošenje odluke), kako bi se preporučile efikasne polise održavanja.

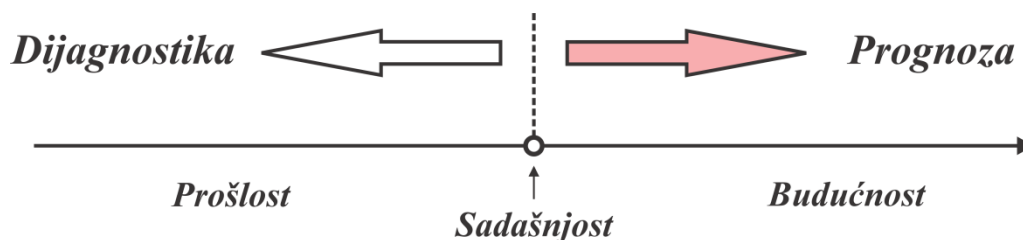
Ovi koraci prikazani su na slici 2.1



Slika 2.1: Tri koraka u programu prediktivnog održavanja [12]

Dijagnostika i prognoza su dva važna aspekta u programu održavanja po stanju. Dijagnostika se bavi detekcijom, izolacijom i identifikacijom otkaza kada otkaz nastupi. Detekcija otkaza ima zadatak da ukaže kada je nešto pošlo naopako u nadgledanom sistemu, odnosno da detektuje da je do otkaza došlo. Izolacija otkaza ima zadatak da locira neispravnu komponentu, dok identifikacija otkaza ima zadatak da odredi prirodu otkaza kada je otkaz detektovan. Začetnici ove oblasti su Beard 1971. i Jones 1973. [11-12]. Od tada, pa do danas dijagnostika se veoma razvila i predstavlja jako važnu oblast u inženjerstvu i automatskom upravljanju. U literaturi se može pronaći mnoštvo radova na ovu temu, a nekoliko izdvojenih dato je u [30-33].

Prognoza se bavi predikcijom otkaza pre nego što otkaz nastupi. Drugim rečima, dijagnostika je posteriorna analiza događaja, dok je prognostika apriorna analiza događaja. Prognoza je mnogo efikasnija od dijagnostike kako bi se postigle “nula-zastoj” performanse. Dijagnostika je sa druge strane neophodna kada predikcija otkaza u okviru prognoze zakaže i otkaz nastupi. Predikcija otkaza ima zadatak da proceni koliko brzo i sa kojom verovatnoćom će otkaz nastupiti. Kod prognoze literatura nije toliko bogata kao kod dijagnostike pošto je ova oblast relativno nova i tek treba da postane šire istražena kao dijagnostika. U poslednjoj deceniji najvažnije reference mogu se pronaći u literaturi [7, 12, 14, 24, 27]. S obzirom da je rotirajuća mašinerija najčešća klasa mašina, u ovoj tezi fokus će biti prevashodno na prognozi otkaza kod rotirajuće mašinerije. Prikaz dijagnostike u odnosu na prognozu prikazan je na slici 2.2. Program održavanja po stanju može biti korišćen i za dijagnostiku i za prognozu, ili oba. Bez obzira šta je cilj prediktivnog održavanja, tri gore navedena koraka su neophodna. U narednim poglavljima svaki od ovih koraka biće detaljno objašnjen.



Slika 2.2: Dijagnostika u odnosu na prognozu [18]

2.1.1. Prikupljanje podataka

Prikupljanje podataka je proces sakupljanja i čuvanja korisnih podataka (informacija) iz određenih fizičkih resursa kako bi se prediktivno održavanje uspešno implementiralo. Ovaj proces je ključni korak u primeni održavanja po stanju, kako za dijagnostiku otkaza mašinerije, tako i za prognozu. Sakupljeni podaci u programu prediktivnog održavanja mogu se svrstati u dve osnovne kategorije: *podaci događaja* i *podaci nadgledanja stanja*. Podaci događaja uključuju informacije o tome šta se desilo (otkazi, opravke, itd. i šta su bili uzroci) i/ili šta je urađeno (male popravke, preventivno održavanje, promena ulja, itd.) u označenom fizičkom resursu. Podaci nadgledanja stanja su merenja koja se odnose na “zdravstveno stanje” fizičkog resursa.

Podaci nadgledanja stanja su veoma raznovrsni. To mogu biti signali vibracije, akustički podaci, temperatura, pritisak, vlažnost, podaci o vremenu ili okolini, itd. Različiti senzori, kao što su mikrosenzori, ultrasonični senzori, akustički emisioni senzori, itd. su dizajnirani da sakupe različite tipove podataka [34, 35]. Bežične tehnologije, kao što je *bluetooth*, obezbedile su alternativno rešenje za manje troškove kod podataka gde je neophodna komunikacija. Primena senzora u prediktivnom održavanju biće detaljnije opisana u poglavlju 2.3. Informacioni sistemi održavanja, kao što su kompjuterizovani sistemi menadžment održavanja i sistemi planiranja resursa preduzeća razvijeni su za čuvanje podataka i njihovu dalju obradu [36]. Sakupljanje podataka događaja obično zahteva ručni unos podataka u informacione sisteme. Sa brzim razvojem računara i naprednih tehnologija senzora, uređaji za sakupljanje podataka i tehnologije su postale mnogo moćnije i manje skupe, zbog čega je uspešna implementacija prediktivnog održavanja isplativija i lakše izvodljiva.

U ovoj tezi nećemo ulaziti u detalje tehnika sakupljanja podataka. Važno je istaći da su podaci događaja i podaci nadgledanja stanja jednako važni kod prediktivnog održavanja. Ipak, kada se u praksi primenuje održavanje po stanju, ljudi se više posvećuju sakupljanju podataka nadgledanja stanja i ponekad zanemaruju sakupljanje podataka događaja. Previđanje podataka događaja može biti rezultat pogrešnog uverenja da podaci događaja nisu vredni dokle god se čini da indikatori stanja (ili osobine) pružaju dovoljno informacija i da se na osnovu njih sasvim adekvatno redukuje otkaz

opreme. Ovo uverenje nije korektno pošto su podaci događaja ako ništa od pomoći u proceni performansi trenutnih indikatora stanja (ili osobina), i mogu čak biti korišćeni kao povratna sprega dizajneru sistema za razmatranje redizajniranja sistema ili poboljšanja indikatora (ili osobina) stanja. Zanemarivanje takođe može biti rezultat činjenice da podaci događaja često zahtevaju ručni unos podataka. Jednom kada je čovek umešan, sve postaje komplikovanije i podložno greškama. Rešenje ovog problema bilo bi implementirati i automatizovati sakupljanje podataka događaja i ubaciti ove informacije u informacioni sistem održavanja.

2.1.2. Obrada podataka

Prvi korak u obradi podataka je čišćenje podataka. Ovo je važan korak, pošto podaci (posebno podaci događaja) koji se obično unose ručno, uvek sadrže greške. Čišćenje podataka osigurava, ili barem povećava šansu, da se čisti podaci (bez greške) koriste za dalje analize i modelovanje. Bez čišćenja podataka, može se desiti da zbog loših ulaznih podataka dijagnostika i predikcija budu netačne. Greške u podacima su uzrokovane mnogim faktorima uključujući ljudski faktor koji je gore pomenut. Kod nadgledanja podataka stanja, pogrešni podaci mogu biti izazvani otkazom senzora. U ovom slučaju, izolacija otkaza senzora je pravi način da se reši problem [37]. Opšte govoreći, ne postoji jednostavan način da se podaci očiste. Ponekad to zahteva ručno ispitivanje podataka. Grafički alati su takođe od velike pomoći u pronalaženju i otklanjanju grešaka. Čišćenje podataka je velika oblast koja izlazi van okvira ove teze i neće biti razmatrana u detalje.

Sledeći korak u obradi podataka je *analiza podataka*. Različit broj modela, algoritama i alata je dostupan u literaturi za analizu podataka kako bi se isti bolje razumeli i interpretirali. Modeli, algoritmi i alati koji se koriste za analizu podataka zavise uglavnom od tipa sakupljenih podataka.

Podaci za nadgledanje stanja koji su sakupljeni u koraku sakupljanja podataka mogu biti različiti. Mogu se podeliti u tri glavne kategorije:

Vrednosni tip: Podaci sakupljeni u određenoj vremenskoj epohi u svrhu nadgledanja stanja su jedna vrednost. Na primer, podaci analize ulja, temperature, vlažnosti i pritiska su vrednosni tip podataka.

Talasni oblik: Podaci sakupljeni u određenoj vremenskoj epohi u svrhu nadgledanja stanja su vremenske serije, koje se obično nazivaju talasni oblik. Na primer, signali vibracije i akustički signali su talasni oblik.

Multidimenzionalan tip: Podaci sakupljeni u određenoj vremenskoj epohi u svrhu nadgledanja stanja su multidimenzionalni. Najpoznatiji multidimenzionalni podaci su podaci slike kao što su infracrveni termografi, X-zraci slike, vizuelne slike, itd.

(1) Obrada podataka vrednosnog tipa

Podaci vrednosnog tipa uključuju i sirove podatke dobijene sakupljanjem podataka i vrednosti osobina koje su izdvojene iz sirovih signala obradom signala. Podaci vrednosnog tipa izgledaju mnogo jednostavnije nego podaci u talasnom obliku i podaci u obliku slike. Ipak, složenost leži u korelacionoj strukturi kada je broj promenljivih veliki. Multivarijabilna analiza kao što je *PCA* (eng. *Principal Component Analysis-PCA*) analiza je veoma korisna za podatke sa kompleksnom korelacionom strukturom. Na primer, Allgood i Upadhyaya 2000. primenili su principijelnu analizu komponenti na određenu deskriptivnu statistiku u dijagnostici i prognozi statistike DC motora [38]. Tehnike analize trenda kao što je regresiona analiza i model vremenskih serija su najčešće korišćene tehnike za analiziranje podataka vrednosnog tipa. Takođe, statistička kontrola procesa, odnosno multivarijabilni kontrolni dijagrami koriste se kada je veliki broj promenljivih sa složenom korelacionom strukturom [39].

(2) Obrada podataka talasnog tipa

Obrada podataka za podatke u talasnom i multidimenzionalnom obliku se takođe naziva *obrada signala*. Za izbor odgovarajućih alata za obradu signala neophodno je primeniti znanje i pravilno odlučiti koji alat treba primeniti na konkretan slučaj, s

obzirom na veliki broj mogućnosti. Najpoznatiji podaci u talasnom obliku kod nadgledanja stanja su signali vibracije i akustičke emisije. Drugi podaci u talasnom obliku su ultrasonični signali, struja motora, parcijalno pražnjenje, itd. U literaturi postoje tri glavne kategorije analize podataka u talasnom obliku: analiza u vremenskom domenu, analiza u frekvencijskom domenu i analiza u vremensko-frekvencijskom domenu.

(1) *Analiza u vremenskom domenu*

Analiza u vremenskom domenu je direktno zasnovana na samom talasnom obliku. Tradicionalne analize u vremenskom domenu računaju karakteristične osobine iz signala u talasnom obliku kao deskriptivne statistike kao što su srednja vrednost, pik, interval pik-do-pika, standardna devijacija, krest faktor, statistika višeg reda: srednjekvadratni koren, iskošenost, kurtosis, itd. Ove osobine se obično zovu osobine iz vremenskog vremena. Popularan pristup u analizi u vremenskom domenu je vremenski sinhronizovana srednja vrednost (eng. *time synchronous averaging-TSA*) [40]. Napredniji pristupi analize u vremenskom domenu primenjuju modele vremenskih serija na podatke u talasnom obliku. Glavna ideja modeliranja vremenskih serija jeste fitovanje podataka u talasnom obliku parametarskim modelima vremenskih serija i izdvajanje osobina koje su zasnovane na ovom parametarskom modelu. Popularni modeli koji su korišćeni u literaturi jesu autoregresivni model (eng. *autoregressive model-AR*), i autoregresivni model pomerajuće srednje vrednosti (eng. *autoregressive moving average model-ARMA*). Poyhonen i dr. 2004. primenili su *AR* model na signale vibracije koji su sakupljeni sa indukcionog motora i iskoristili su koeficijente modela kao izdvojene osobine [41]. Baillie i Mathew 1996. poredili su performanse tri tehike modelovanja *AR* vremenskih serija: *AR* model, propagacija unazad neuralnih mreža i mreže *radial basis* funkcija [42]. U praksi, ipak, primena *AR* ili *ARMA* modela je teška zbog kompleksnosti u modelovanju, posebno zbog potrebe da se odredi red modela. Postoje mnoge druge tehnike za anлізу u vremenskom domenu kako bi se analizirali podaci u talasnom obliku za dijagnostiku otkaza kod mašinerije. Neke od njih su nelinearne dijagnostičke metode, poznate kao pseudo-fazni portret, analiza singularnog

spektra i korelaciona dimenzija, zasnovana na vremenskim serijama signala i teoriji analize vremenskih serija [43-45].

(2) *Analiza u frekvencijskom domenu*

Analiza u frekvencijskom domenu je zasnovana na transformisanom signalu iz vremenskog u frekvencijski domen. Prednost analize u frekvencijskom domenu u odnosu na analizu u vremenskom domenu je njena mogućnost da lako identifikuje i izoluje određene frekvencijske komponente od interesa. Najrasprostranjenija konvencionalna analiza koja je korišćena jeste analiza spektra pomoću brze Furijeove transformacije (eng. *Fast Fourier Transform-FFT*). Glavna ideja analize spektra jeste ili pogled na ceo spektar ili blizak pogled na određene frekvencijske komponente od interesa i prema tome izdvajanje osobina iz signala [46]. Najčešće korišćeni alat u analizi spektra jeste spektar snage. Neki korisni pomoćni alati za analizu spektra su grafička prezentacija spektra, frekvencijski filtri, analiza anvelope, amplitudska demodulacija, strukturalna analiza bočnih lobova, Hilbertova transformacija, itd. [47, 48].

Uprkos širokoj prihvaćenosti spektra snage, drugi korisni spektri za obradu signala su razvijeni i pokazano je da imaju neke svoje prednosti u odnosu na *FFT* spektar u određenim slučajevima. Kepstrum (eng. *kepstrum*) ima sposobnost da detektuje harmonike i oblike bočnih lobova u spektru snage. Postoji nekoliko verzija definicije kepstruma. Kepstrum snage, koji je definisan kao inverzna Furijeova transformacija logaritma spektra snage, je najčešće korišćena. Analiza modifikovanog kepstruma je predložena u literaturi [49]. Spektar višeg reda, odnosno bispektar i trispektar mogu da obezbede više dijagnostičkih informacija nego spektar snage kada su u pitanju ne-Gausovski signali [50]. Pokazalo se da analiza bispektra ima široku primenu u dijagnostici mašinerije za različite mehaničke sisteme kao što su zupčanici [51], ležajevi [52], rotacione mašine [53], itd. Opšte govoreći, postoje dve klase pristupa za estimaciju spektra snage. Prvi je neparametarski pristup koji estimira autokorelacionu sekvencu signala i zatim primenjuje Furijeovu transformaciju na estimiranu autokorelacionu sekvencu [54]. Druga klasa uključuje parametarske pristupe koji grade parametarski model za signal i onda estimiraju spektar snage koji je zasnovan na fitovanom modelu. Među njima, *AR* spektar i *ARMA* spektar zasnovani na *AR* i *ARMA* modelu respektivno

su dva najčešće korišćena parametarska spektra u dijagnostici otkaza mašinerije [55, 56].

(3) *Vremensko-frekvencijska analiza*

Jedno ograničenje frekvencijske analize jeste njena nemogućnost da se izbori sa nestacionarnim signalima u talasnom obliku, koji su veoma česti kada nastupi otkaz mašinerije. Prema tome, vremensko-frekvencijska analiza, koja istražuje signale u talasnom obliku i u frekvencijskom i u vremenskom domenu, razvijena je za nestacionarne signale u talasnom obliku. Tradicionalne vremensko-frekvencijske analize koriste vremensko-frekvencijske raspodele, koje predstavljaju energiju ili snagu signala u talasnom obliku u dvodimenzionalnim funkcijama i vremena i frekvencije kako bi se bolje otkrili oblici otkaza za tačniju dijagnostiku. Kratkovremenska Furijeova transformacija (eng. *Short-Time Fourier Transform-STFT*) ili spektrogram (snaga od *STFT*) i *Wigner-Ville*-ova raspodela su najpopularnije vremensko-frekvencijske raspodele [42]. Cohen je 1989. dao pregled klasa vremensko-frekvencijskih raspodela koje uključuju spektrogram, *Wigner-Ville*-ovu raspodelu, *Choi-Williams* i druge [43]. Ideja *STFT* jeste da se podeli ceo signal u talasnom obliku na segmente sa kratkovremenskim prozorom i da se onda primeni Furijeova transformacija na svaki segment. Spektrogram ima neka ograničenja u vremensko-frekvencijskoj rezoluciji zbog segmentacije signala. Ona može biti primenjena samo na nestacionarne signale sa sporim promenama u njihovoj dinamici. Bilinearne transformacije kao što je *Wigner-Ville*-ova raspodela nisu zasnovane na segmentaciji signala i prema tome prevazilaze ograničenja u vremensko-frekvencijskoj rezoluciji koja ima spektrogram. Ipak, ima jedna glavna mana bilinearnih transformacija, a to je interferencija članova koji su formirani od strane same transformacije. Ovi članovi koji interferiraju čine interpretaciju estimirane raspodele teškom [59]. Poboľšane transformacije kao što je *Choi-Williams* raspodela razvijene su da prevaziđu ovaj nedostatak. Gu i dr. 2002. primenili su dekompoziciju singularne vrednosti za ekstrakciju osobina iz vremensko-frekvencijske raspodele [60].

Druga transformacija za vremensko-frekvencijsku analizu jeste *transformacija talasićima* (eng. *wavelet transformation*). Za ralik od vremensko-frekvencijske raspodele, koja je vremensko-frekvencijska reprezentacija signala, transformacija

talasićima je vremenski-skalirana reprezentacija signala. Često korišćeni talasići su Morlet, Meksički šešer, Haar, itd. Slično Furijeovoj transformaciji, transformacija talasićima ima i svoju diskretnu formu. Slično *FFT*-u, brza transformacija talasićima je takođe dostupna za izračunavanje. Glavna prednost transformacije talasićima je njena mogućnost da proizvede rezoluciju visoke frekvencije na niskim frekvencijama i visoku vremensku rezoluciju na visokim frekvencijama za signale sa dugotrajnim niskim frekvencijama i kratkim trajanjem visokih frekvencija. Druga prednost transformacije talasićima je njena mogućnost da redukuje šum u sirovim signalima. Transformacija talasićima ima zaista veoma široku primenu u mnogim oblastima [61]. Transformacija talasićima je bila uspešno primenjena na analizu signala u talasnom obliku u dijagnostici otkaza kod zupčanika [62], ležajeva [63], i drugih mehaničkih sistema [64]. Baydar i Ball 2003. primenili su transformaciju talasićima i na akustičke signale i na signale vibracije [65]. Pregled primene transformacije talasićima za obradu signala kod nadgledanja stanja mašine i dijagnoze otkaza može se naći u [66].

(3) Obrada podataka multidimenzionalnog tipa

Različite tehnike obrade signala su razvijene kako bi se analizirali i interpretirali multidimenzionalni podaci kako bi se izdvojile korisne informacije u svrhu dalje dijagnostike i prognoze. Procedura izdvajanja korisnih signala iz sirovih signala se naziva *izdvajanje parametara (osobina)*. Obrada signala za multidimenzionalne podatke kao što je obrada slike je slična, ali komplikovanija nego obrada signala u talasnom obliku, pošto je umešana još jedna dimenzija. U praksi, sirovi signali su često veoma komplikovani i trenutna informacija za detekciju otkaza je nedostupna. U ovim slučajevima, tehnike obrade slike su moćne u izdvajanju korisnih osobina iz sirovih signala za dijagnozu otkaza [67]. Obrada slike se čini nepotrebna kada sirov signal obezbedi dovoljan broj čistih informacija za identifikaciju oblika i detekciju otkaza. Ipak, obrada slike može još uvek da pomogne u izdvajanju osobina za automatsku detekciju otkaza u ovakvim situacijama. Pored sirovih slika koje su dobijene sakupljanjem podataka, neke tehnike obrade talasnih oblika kao što je vremensko-frekvencijska analiza takođe proizvodi slike. Obično, obrada signala niskog nivoa je dovoljno dobra kako bi se dobili zadovoljavajući rezultati. Prema tome, samo malo

istraživanja u primeni napredne obrade slike kod dijagnostike i prognoze mašinerije se može pronaći. Nekoliko primera primene tehnika obrade signala u nadgledanju stanja i dijagnostici i prognozi otkaza mogu se naći u [68, 69].

2.1.3 Donošenje odluke u održavanju

Poslednji korak u programu prediktivnog održavanja jeste donošenje odluke. Tehnike za donošenje odluke kod održavanja po stanju mogu biti podeljene u dve glavne kategorije: dijagnostika i prognoza. Kao što je ranije rečeno, dijagnoza otkaza bavi se detekcijom, izolacijom i identifikacijom otkaza kada se isti pojavi. Prognoza, sa druge strane pokušava da predvidi otkaz pre nego što otkaz uopšte nastupi. Jasno je da je prognoza superiorna u odnosu na dijagnostiku u smislu da prognoza može da spreči nastupanje otkaza, i ako je moguće da obezbedi da se spremne rezervni delovi i planirani ljudski resursi za probleme koji će nastupiti. Na taj način moguće je smanjiti materijalne troškove i izbeći katastrofalne otkaze i zastoje. Bez obzira na sve prednosti, prognoza ne može u potpunosti zameniti dijagnostiku, pošto će u praksi uvek postojati otkazi koje je nemoguće predvideti. Takođe, prognoza, kao bilo koja tehnika predikcije, ne može sa 100% tačnosti da predvidi otkaz. U slučaju neuspele predikcije, dijagnostika može biti komplementarni alat za podršku u donošenju odluka. Dodatno, dijagnostika je od pomoći u poboljšanju prognoze, tako što dijagnostičke informacije mogu biti od koristi za pripremanje tačnijih podataka događaja i na taj način omogućavaju građenje boljih modela održavanja po stanju za prognozu. Takođe, dijagnostičke informacije mogu biti korišćene kao povratna sprega za redizajniranje sistema. Jardine je 2002. izvršio pregled i uporedio nekoliko najčešće korišćenih strategija u donošenju odluke kod prediktivnog održavanja, kao što je analiza trenda pomoću statističke kontrole procesa, ekspertski sistemi i neuralne mreže [70]. Wang i Sharp 2002. takođe su diskutovali aspekte odluke kod prediktivnog održavanja i izvršili pregled postojećih metoda [71]. Kao što je već rečeno, u ovoj tezi fokus će biti na prognozi otkaza, tako da će ona biti razmatrana detaljno u narednim poglavljima.

2.2 Prognoza otkaza

Postoje dva glavna tipa predikcije kod prognoze otkaza (eng. *failure prognostic*). Kod prvog pristupa, prognoza se najčešće koristi da predvidi koliko vremena je ostalo pre nego što će otkaz nastupiti (jedan, ili više otkaza) u zavisnosti od trenutnog stanja mašine i radnog profila u prošlosti. Vreme koje je ostalo pre nego što se otkaz primeti naziva se *preostali korisni život* (eng. *remaining useful life-RUL*). Zapravo *RUL* se odnosi na vreme koje je ostalo pre opserviranja otkaza na osnovu trenutnog stanja mašine i radnog profila u prošlosti. *RUL* se definiše kao slučajna promenljiva:

$$T - t | T > t, Z(t) \quad (2.1)$$

gde T predstavlja slučajnu promenljivu do otkaza, t je trenutna „starost“, a $Z(t)$ je profil prošlog stanja do trenutnog vremena. Pošto je *RUL* slučajna promenljiva okarakterisana uslovnom verovatnoćom, neophodno je poznavanje raspodele *RUL*-a za njegovo potpuno razumevanje. U literaturi termin estimacija *RUL*-a se koristi sa višestrukim značenjem. U nekim slučajevima, označava pronalaženje raspodele *RUL*-a. U nekim drugim slučajevima, označava samo očekivanje *RUL*-a, odnosno:

$$E[T - t | T > t, Z(t)] \quad (2.2)$$

Pravilna definicija otkaza je ključna za korektnu interpretaciju *RUL*-a. Iako ima više različitih definicija u industrijskoj praksi, formalna definicija otkaza može se pronaći u nekoliko knjiga o pouzdanosti. Postoje dva načina da se opiše mehanizam otkaza. Prvi pretpostavlja da otkaz zavisi samo od promenljivih stanja, koje reflektuju trenutni nivo otkaza i unapred definisanu granicu. Prema drugom pristupu gradi se model za mehanizam otkaza pomoću dostupnih istorijskih podataka. U ovom drugom slučaju postoje različite definicije otkaza. Otkaz može biti definisan kao događaj da mašina radi na nezadovoljavajućem nivou, ili može biti funkcionalan otkaz kada mašina uopšte ne može da izvršava funkcije koje treba da izvršava, ili to može biti prekid kada mašina prestane da radi, itd.

U nekim situacijama, posebno kada je otkaz katastrofalan (na primer nuklearna elektrana), mnogo je poželjnije da se koristi drugi pristup prognozi otkaza, odnosno da se predvidi verovatnoća da će mašina raditi bez otkaza do nekog vremenskog trenutka u budućnosti (na primer do sledećeg intervala kada treba da se izvrši inspekcija) na osnovu trenutnog stanja mašine i radnog profila u prošlosti. Zapravo, u bilo kojoj situaciji, verovatnoća da će mašina raditi bez otkaza do sledeće inspekcije ili nadgledanja stanja može biti jako dobra referenca za osoblje koje vrši održavanje kako bi se odredilo da li je inspekcija zapravo potrebna ili nije. Većina radova u literaturi bavi se prvim tipom prognoze, odnosno procenom *RUL*-a [72-77]. Samo nekoliko radova može se naći u vezi sa drugim tipom prognoze [78, 79].

Postoji nekoliko podela prognostičkih pristupa u različite kategorije. U ovoj tezi, mi ćemo se držati podele prema [14] gde se postojeće metode za predikciju otkaza kod rotirajuće mašinerije mogu grupisati u tri glavne kategorije:

1. Tradicionalni pristupi pouzdanosti-predikcija zasnovana na podacima događaja (iskustvu)
2. Prognostički pristupi-predikcija zasnovana na podacima nadgledanja stanja
3. Integrisani pristupi-predikcija zasnovana i na podacima događaja (iskustvu) i na podacima nadgledanja stanja

Svaki od ovih pristupa ima svoje prednosti i ograničenja. U narednim poglavljima biće opisani svi gore navedeni pristupi.

2.2.1 Tradicionalni pristupi pouzdanosti-predikcija zasnovana na podacima događaja (iskustvu)

Tradicionalni pristupi za estimaciju pouzdanosti zasnovani su na raspodeli zapisa događaja populacije identičnih jedinica. Mnogi parametarski modeli otkaza, kao što su *Poisson*-ova, eksponencijalna, *Weibull*-ova i log-normalna raspodela korišćeni su da modeliraju pouzdanost mašine. Najpopularnija među njima je *Weibull*-ova raspodela.

Analize pouzdanosti su intezivno proučavane i razvijene u toku proteklih decenija, i mnoge knjige i radovi se mogu pronaći na ovu temu [7,12,24,27]. Klasični pristupi pouzdanosti u osnovi koriste istorijske podatke koji su prikupljeni do otkaza kako bi estimirali osobine populacije kao što je srednje vreme do otkaza i verovatnoća pouzdanog rada. Ipak, ovi pristupi obezbeđuju samo uopštene sveukupne estimacije za celu populaciju identičnih jedinica. Na primer, inženjer održavanja će više biti zainteresovan za trenutnu informaciju o pouzdanosti konkretnog dela ili komponente koja trenutno radi na mašini, nego za srednje vreme do otkaza cele populacije takve komponente.

Prednost ovog pristupa jeste što nije potrebno praviti složene matematičke modele. Takođe, ovaj pristup je zgodno primeniti na sisteme za koje su lako dostupni značajni podaci. Sa druge strane, glavna mana ovog pristupa jeste što je potreban veliki broj podataka za estimaciju parametara gore pomenutih raspodela [80].

2.2.2 Prognostički pristupi-predikcija zasnovana na podacima stanja

Prognostički pristupi mogu se podeliti u dve glavne kategorije: *prognoza zasnovana na modelu* i *prognoza zasnovana na pokretnim podacima*.

Kod prognoze zasnovane na modelu fizičke komponente ili sistem i njegovi degradacioni fenomeni predstavljeni su skupom matematičkih zakona. Dobijeni modeli ponašanja se koriste da predvide budući razvoj degradacije. U ovom slučaju, prognoza se sastoji od razvoja degradacionog modela do određenog trenutka u budućnosti, na osnovu trenutnog pogoršanog stanja i razmatrajući buduću upotrebu stanja odgovarajuće komponente.

Glavna prednost ovog pristupa leži u preciznosti dobijenih rezultata, pošto je predikcija izvršena na matematičkom modelu degradacije. Ovo je možda najprikladniji pristup za sisteme gde su troškovi opravdani, gde je tačnost važnija od svih ostalih faktora i gde fizički model ostaje konzistentan duž sistema. Takođe, prednost ovog

pristupa jeste što je potrebno manje podataka nego kod pristupa zasnovanog na pokretnim podacima. U literaturi se može naći mnogo primera prognoze otkaza zasnovane na modelu [75, 77, 81, 82, 83].

Nedostatak ovog pristupa jeste što pravljenje matematičkog modela degradacije nije lak zadatak i ponekad ga nije uopšte moguće napraviti. Sa druge strane, izvedeni model degradacije može odgovarati konkretnoj komponenti ili materijalu i ne može se primeniti na sve komponente sistema. Za većinu industrijskih primena, prognoza koja je zasnovana na fizičkom modelu nije najpraktičnije rešenje zato što je tip otkaza koji se dovodi u pitanje često jedinstven od komponente do komponente i teško može biti definisan bez prekidanja rada sistema.

Kod pristupa koji je zasnovan na pokretnim podacima modeli se izvode direktno iz rutinski sakupljenih podataka nadgledanja stanja, umesto da se prave modeli koji su zasnovani na sveobuhvatnom fizičkom sistemu i ljudskom iskustvu. Ovi modeli grade se na osnovu istorijskih podataka i proizvode predikcione izlaze direktno u smislu podataka nadgledanja stanja. Glavna prednost ovih tehnika je jednostavnost izračunavanja, uz pomoć programabilnih računara. Ovaj pristup sastoji se u transformisanju nadgledanih podataka koji su obezbeđeni od strane senzora koji su postavljeni na sistemu u pouzdane modele ponašanja degradacija. Konvencionalni pristupi koji su zasnovani na pokretnim podacima koriste jednostavne modele projekcije, kao što je eksponencijalno glačanje [84] i autoregresivni model [85]. Ipak, mnoge od ovih tehnika predviđanja pretpostavljaju da postoji neka osnovna stabilnost u nadgledanom sistemu. Takođe, oslanjaju se na oblike degradacije u prošlosti kako bi projektovali buduće degradacije. Ovo oslanjanje može dovesti do netačnih predviđanja u budućnosti. Prednost ovog pristupa jeste da je za dobro nadgledan sistem moguće predvideti budući razvoj degradacije bez prethodnog znanja matematičkog modela degradacije. Nedostatak ovog pristupa jeste što može da bude manje precizan u odnosu na prognozu koja je zasnovana na modelu i što je veoma često potreban veliki broj podataka. Ipak, u mnogim slučajevima u praksi mnogo je lakše prikupiti podatke, nego napraviti tačan model fizičkog sistema.

Neuralne mreže (eng. *artificial neural network*) su trenutno najčešće korišćena tehnika u prognozi koja je zasnovana na pokretnim podacima. Neuralna mreža sastoji se sloja ulaznih čvorova, jednog ili više slojeva skrivenih čvorova, jednog sloja izlaznih čvorova i težinskih koeficijenta koji ih povezuju. Mreža uči nepoznatu funkciju podešavanjem svojih težina sa ponavljajućim opservacijama ulaza i izlaza. Razne studije u različitim disciplinama pokazale su dobre osobine koje poseduju neuralne mreže, uključujući osobinu da budu brže nego tehnike identifikacije sistema u multivarijabilnoj prognozi [86], da imaju jednako dobre (ako ne i bolje) performanse, nego tradicionalne statističke metode, bez zahtevanja neodrživih pretpostavki u vezi sa raspedelom [87], i da zadržavaju kompleksan fenomen bez apriornog znanja [88]. Nedostatak neuralnih mreža je taj što nije transparentna i što nedostaje dokumentacija o tome kako se donose odluke u obučenoj mreži. Takođe, veoma često je za dobro obučavanje neuralne mreže potrebno mnogo podataka. Sa druge strane, što je model složeniji smanjuje se transparentnost i kod klasičnih statističkih metoda, kao i kod modela neuralnih mreža [88]. Samo neuralne mreže lakše modeluju kompleksne fenomene, pa samim tim im je potrebna kompleksnija struktura da predstavljaju taj fenomen. U literaturi se može pronaći da pravila mogu biti izvučena iz obučene neuralne mreže, kako bi se objasnilo kako su odluke donošene [89]. Primeri korišćenja neuralnih mreža kod prognoze otkaza mogu se naći u [76, 90-94].

Takođe, od tehnika koje su zasnovane na pokretnim podacima u literaturi se može pronaći primena čestičnih filtera (eng. *particle filtering*) [95], fazi logike (eng. *fuzzy logic*) [96] i rekurzivne Bajesovske tehnike [97].

Skriveni Markovljevi modeli su tehnika kojoj će biti posvećeno poglavlje 4, ali svakako ih treba pomenuti kao tehniku koja je zasnovana na pokretnim podacima i koja se uveliko primenjuje u prognozi otkaza [98, 99].

2.2.3 Predikcija zasnovana i na pouzdanosti i na podacima nadgledanja stanja

Analiza podataka samo za podatke događaja je dobro poznata kao analiza pouzdanosti, i ona fituje podatke događaja vremenu između raspodele verovatnoće događaja i koristi ovu fitovanu raspodelu za dalje analize. Kod prediktivnog održavanja dostupna je i dodatna informacija, odnosno nadgledanje podataka stanja. Prema tome, povoljno je analizirati podatke događaja i podatke nadgledanja stanja zajedno. Ove kombinovane analize podataka mogu biti postignute građenjem matematičkog modela koji adekvatno opisuje osnovni mehanizam otkaza. Model koji je sagrađen i na podacima događaja i na podacima nadgledanja stanja je osnova za podršku odluke održavanja, i kod dijagnostike, i kod prognoze.

Vremenski zavisni proporcionalni hazard model (eng. *proportional hazard model-PHM*), koji je veoma popularan model u analizi preživljavanja, pogodan je za analiziranje podataka događaja i podataka nadgledanja stanja zajedno. Prednost vremenski zavisnog *PHM*-a je njegova mogućnost da poveže verovatnoću otkaza i za promenljive stanja, i za promenljive “starosti”, tako da neko može da proceni verovatnoću otkaza na osnovu datog stanja mašine u bilo kom naznačenom dobu. Često korišćena osnovna parametarska hazard funkcija je *Weibull* hazard funkcija, koja je hazard funkcija *Weibull* raspodele. *PHM* sa osnovnom *Weibull* hazard funkcijom se naziva *Weibull PHM*. Estimacija maksimalne verovatnoće je često korišćena da sagradi *PHM* iz podataka događaja i podataka nadgledanja stanja. Jardine i dr. 1987. predložili su korišćenje *Weibull PHM* za analizu podataka otkaza motora letelice i broda zajedno sa merenjima koncentracije ulja motora [100]. U održavanju takozvane centrirane pouzdanosti [101], koncept poznat kao P-F interval je korišćen da opiše oblike otkaza u nadgledanju stanja. P-F interval je vremenski interval između potencijalnog otkaza (P), koji je identifikovan indikatorom stanja, i funkcionalnog otkaza (F). P-F interval je koristan alat za određivanje intervala nadgledanja stanja za periodično nadgledanje stanja. Interval nadgledanja stanja je uobičajeno postavljen da bude P-F interval koji je podeljen celim brojem. U praksi, ipak, obično je teško kvantifikovati P-F interval. Goode i dr. 2000. pretpostavili su dve *Weibull* raspodele za P-F interval i za I-P interval,

odnosno od instalacije mašine do potencijalnog otkaza [102]. Koristeći metode statističke kontrole procesa, odvojili su svaki životni ciklus mašine u istorijskim podacima u dve zone: stabilna zona i zona otkaza. Tada se stabilna zona koja se ponavlja u istorijskim podacima koristi da fituje *Weibull*-ovoj raspodeli za I-P interval, dok se zone otkaza koje se ponavljaju koriste da fituju *Weibull*-ovoj raspodeli za P-F interval. Na osnovu ove dve fitovane raspodele i procesa nadgledanja stanja, izvedena je prognoza mašine.

Skriveni Markovljevi modeli su takođe pogodan model za analizu podataka događaja i podataka nadgledanja stanja zajedno [103, 104, 105]. Kao što je već naglašeno, detaljan opis skrivenih Markovljevih modela biće dat u poglavlju 4.

Pored gore pomenutih modela koji koriste i podatke događaja i podatke nadgledanja stanja zajedno, u literaturi se mogu još i pronaći modeli koji koriste koncept vremenskog kašnjenja [106], modeli stohastičkih procesa, kao što je gama proces [107], kao i inteligentni model pouzdanosti [108].

2.2.4 Uključivanje polisa održavanja kod prognoze otkaza

Cilj prognoze mašine jeste da se obezbedi podrška u odlučivanju za akcije održavanja. Prema tome, prirodno je uključiti polise održavanja u razmatranje prilikom procesa prognoze mašine. Ovo čini situaciju još komplikovanijom pošto je potreban dodatni napor za opisivanje prirode polisa održavanja. Glavna ideja inkorporativnih polisa održavanja je optimizacija polisa održavanja prema određenom kriterijumu kao što je rizik, cena, pouzdanost i dostupnost. Rizik je definisan kao kombinacija verovatnoće i posledica. Obično, posledica može biti izmerena nekom cenom. U ovom slučaju kriterijum rizika je ekvivalentan kriterijumu koštanja. Ipak, postoje neki slučajevi, na primer kritična oprema u termoelektrani gde posledice ne mogu biti procenjene koštanjem. U ovakvim slučajevima, verovatnoća, ili kriterijum pouzdanosti su mnogo prikladniji. Pošto je kriterijum koštanja primenljiv u većini situacija, u literaturi koja se odnosi na optimizaciju kod prediktivnog održavanja optimizacija po kriterijumu koštanja je dominantna. Tehnika analize posledica koja je diskutovana u

[109] je evaluacioni alat opšteg rizika za optimizaciju kod prediktivnog održavanja koja je zasnovana na različitim kriterijumima. U nadgledanju stanja, bez obzira koje mašine se nadgledaju, one mogu da se svrstaju u dve kategorije: potpuno opservabilni sistemi i parcijalno opservabilni sistemi. Kod kompletno opservabilnih sistema, stanje mašine može biti potpuno opservirano ili identifikovano. Informacije koje su sakupljene sa ovakvog sistema se nazivaju direktne informacije. Kod parcijalno opservabilnog sistema, stanje mašine ne može biti u potpunosti opservirano i identifikovano. Informacije dobijene sa ovakvog sistema se nazivaju indirektne informacije, što je na neki način povezano sa realnim stanjem mašine. U literaturi se može naći primena različitih modela za optimalne polise održavanja i kod potpuno opservabilnih sistema i kod parcijalno opservabilnih sistema [110, 111, 112, 113].

2.2.5 Intervali nadgledanja stanja

Postoje dva tipa nadgledanja stanja: kontinualno i periodično. Kod kontinualnog nadgledanja, mašina se kontinualno nadgleda (obično pomoću postavljenih senzora) i okidaju se upozoravajući alarmi kadgod je detektovano nešto pogrešno. Postoje dva ograničenja kod kontinualnog nadgledanja: (1) veoma često je preskupo (2) kontinualno nadgledati sirove signale sa šumom proizvodi netačne dijagnostičke informacije. Periodično nadgledanje je prema tome češće korišćeno jer je jeftinije i obezbeđuje tačnije dijagnostičke informacije s obzirom da su podaci filtrirani ili obrađeni. Sa druge strane, rizik koji se javlja kod periodičnog nadgledanja jeste da se može propustiti neki otkazni događaj koji se javio između uzastopnih inspekcija [114].

Glavni problem koji se javlja kod periodičnog nadgledanja je određivanje intervala nadgledanja stanja. Optimalan dizajn intervala nadgledanja stanja bio je proučavan zajedno sa dizajnom optimalnog praga u mnogim radovima [107, 111]. Takođe, u literaturi se mogu naći radovi posvećeni isključivo određivanju optimalnog dizajna intervala nadgledanja stanja [115,116].

2.3 Primena senzora u prediktivnom održavanju

Senzori i strategije senzora čine osnovnu bazu za detekciju i prognozu otkaza. Zahvaljujući sensorima sakupljaju se podaci koji će konačno dovesti do realizacije prognostičkih i dijagnostičkih algoritama u realnom vremenu. Upravo zbog ove činjenice veoma je važno znati tip, broj i lokaciju senzora, njihovu veličinu, cenu, dinamički opseg, i druge osobine kao što je da li je senzor žični ili bežični, itd. Podaci koji su sakupljeni pomoću senzora retko su korisni u sirovoj formi. Takvi podaci moraju biti adekvatno obrađeni kako bi se iz njih izdvojile korisne informacije. Na taj način dobija se redukovana verzija originalnog signala koja čuva što je više moguće osobina ili indikatora otkaza koje želimo da detektujemo, izolujemo, kao i da predvidimo. Senzori koji obezbeđuju podatke moraju da se proveravaju, odnosno, sami senzori ne smeju da zavise od uslova koji dovode do otkaza. Jednom kada se proveriti da su podaci sa senzora “čisti” i adekvatno formatirani, dolazi do izdvajanja korisnih osobina. Ovo je najvažniji korak u arhitekturi sistema za održavanje po stanju čiji će izlaz postaviti stanje za tačnu i vremenski preciznu prognozu otkaza. Vektor sa izdvojenim osobinama će poslužiti kao jedan od osnovnih ulaza za algoritam detekcije i prognoze otkaza. Senzori imaju specifičnu namenu u zavisnosti od domena primene, sa ciljem da nadgledaju tipične promenljive stanja kao što je temperatura, pritisak, brzina, vibracije, itd. Neki senzori su umetnuti da konkretno mere kvantitete koji su direktno povezani sa režimom otkaza koji su identifikovani kao indikatori otkaza. Među njima su merač naprezanja, ultrasonični senzor, uređaj blizine, akustični emisioni senzori, elektrohemijski senzori zamora, interferometri, itd., dok su senzori za merenje različitih veličina, kao što je temperatura, brzina, stepen protoka, itd. dizajnirani da nadgledaju promenljive sa procesa za kontrolu i/ili procenu performansi kao dodatak dijagnostici i prognozi. Takođe, primećuje se sve veća upotreba bežičnih uređaja u oblasti održavanja po stanju.

Mnoga pitanja ostaju nerešena u oblasti senzora. Nekoliko analitičkih tehnika je dostupno za optimizaciju položaja, tipa i broja senzora za konfiguraciju sistema za prediktivno održavanje. Detekcija otkaza na sensorima daleko zaostaje iza tehnika koje se koriste za druge komponente sistema kao što su aktuatori, strukture, itd. Takođe,

obrada podataka za izdvajanje obeležja je primarna i zapravo se oslanja na intuiciju i iskustvo dizajnera algoritma koji treba da zna gde se krije informacija o otkazu i kako na najbolji mogući način da je izvuče.

Klasa senzora za takozvani menadžment prognoze stanja (eng. *prognostics health menagement-PHM*) koja se konstantno poboljšava u raznim domenima primene uključuje akcelerometre (za merenja vibracije), ultrasonične i akustično emisione senzore vrtložne struje (detekcija pukotina i drugih anomalija), i pretvarače koji prednjače u modernim mikroelektromehaničkim sistemima (*MEMS*) i fiberoptici. Koncept pametnih senzora je veoma popularan ne samo kod *PHM*-a već i u mnogim drugim tehnikama nadgledanja i upravljanja procesima. Protokoli i standardi za senzore, interfejs i umrežavanje koji se uspostave, kontinualno se ažuriraju zato što je oblast senzora i umrežavanja od sve većeg uticaja u svakom aspektu nadgledanja i kontrole kompleksnih industrijskih procesa.

Hardver senzora koji se primenjuju kod prediktivnog održavanja i *PHM*-a odnosi se na pametne senzore i pretvarače, *MEMS*, umrežavanje i interfejs, multitasking zasnovan na digitalnoj obradi signala, i multiprocesorske platforme za efikasnu, pouzdanu i isplativu implementaciju softverskih rutina. Konfiguracija hardvera mora biti u stanju da meri višestruke kvantitete, i konačno, da spoji informacije zajedno koristeći statističke veze, *PCA* analizu, filtriranje, itd. kako bi se redukovali efekti šuma i poremećaja. Sistemi dinamičke metrologije moraju biti neinvanzivni, moraju da rade u realnom vremenu sa visokim opsegom, da budu pouzdani i laki za upotrebu. Integrisana hardver/softver arhitektura dinamičke metrologije teži da uspostavi osnove operacionih principa senzora i metodologija obrade signala za dijagnostiku otkaza u realnom vremenu za različite mehaničke, elektromehaničke i druge tehničke sisteme.

Senzori i strategije senzora čine veliku tehnologiju sa širokom primenom od inženjerstva, preko medicine i drugih disciplina. Literatura je veoma bogata, posebno u proteklih par decenija sa naglim razvojem tehnologija. U ovoj tezi fokus će biti na sensorima koji se primenjuju kod prediktivnog održavanja. Generalno, postoje dve klase senzora koje značajno poboljšavaju nadgledanje sistema kod dijagnostike i prognoze otkaza. Prva klasa su tradicionalni pretvarači koji imaju za cilj da nadgledaju mehaničke, strukturalne, operacione i električne/elektronske karakteristike koje se

odnose na mehanizme otkaza mehaničkih, strukturalnih i električnih sistema. U ovu kategoriju uključujemo uređaje koji mere termodinamičke, termalne i mehaničke osobine različitih sistema ili procesa kao što su gasne turbine, pumpe, sistemi u vazdušno-kosmičkom prostoru, itd. Druga važna kategorija odnosi se na senzorske sisteme koji su postavljeni gotovo isključivo da ispituju i prate osobine sistema koje su direktno povezane sa svojim mehanizmima otkaza. Takvi uređaji nazivaju se senzori za prediktivno održavanje ili operacioni senzori [7].

2.3.1 Pretvarački principi

Pretvarač je definisan kao uređaj koji prima energiju od jednog sistema i prenosi je najčešće u drugačijoj formi do drugog sistema. Sa druge strane, senzor je definisan kao uređaj koji je osetljiv na svetlost, temperaturu, električnu impedansu ili nivo radijacije i prenosi signal do mernog ili kontrolnog uređaja. Merni uređaj prolazi kroz dva stanja dok meri signal. Prvo, izmerena veličina (fizički kvantitet kao što je ubrzanje, pritisak, opterećenje, temperatura) je opažena. Zatim, izmereni signal je prenešen u formi koja je pogodna za prenošenje, nadgledanje signala, i obradu. Iz ovog razloga, izlaz pretvarača je često električni signal koji je zatim digitalizovan. Obično, pretvarački element se oslanja na fizički princip da promena u izmerenoj vrednosti utiče na karakteristike izlaza pretvarača (električni signal). Poželjna osobina koju pretvarač treba da ima je statički (nedinaminčki) ulaz/izlaz vezu tako da izlaz odmah dosegne vrednost ulaza (ili izmerene promenljive). U ovom slučaju funkcija prenosa pretvarača je čisti pojačavač. Ovo se dešava kada su vremenske konstante pretvarača male (propusni opseg pretvarača je veliki). Ipak, u praksi, dinamički efekti pretvarača su neizbežni i javljaju se zbog ograničenja u fizičkoj veličini komponente i tipa materijala koji se koristi u konstrukciji. Kada se bira pretvarački sistem, važno je obratiti pažnju na specifikacije osobina kao što je vreme uspona, propusni opseg instrumenta, linearnost, zasićenje, itd. [117].

2.3.2 Senzori koji se najčešće koriste kod prediktivnog održavanja

Mehanički i strukturalni senzori su intenzivno proučavani i veliki broj takvih uređaja se koristi za nadgledanje sistema i praćenje indikatora otkaza. Broj mehaničkih kvantiteta-pozicija, brzina, ubrzanje, naprezanje, itd. su najčešće korišćeni u dinamici sistema. Iz ove grupe senzora mogu se izdvojiti:

(1) Akcelerometri za merenje vibracija: Tačan, pouzdan i robustan pretvarač vibracija je potreban za nadgledanje kritičnih komponenti i struktura u realnom vremenu. Piezoelektrični akcelerometri nude širok dinamički opseg i rang između optimalnog izbora aparature za nadgledanje vibracija.

(2) Senzor za merenje opterećenja zasnovan je na jednostavnom principu iz osnovne elektronike, a to je da je otpor provodnika direktno proporcionalan njegovoj dužini i otpornosti, a obrnuto proporcionalan njegovoj oblasti poprečnog preseka. Stres ili opterećenja na metalni pretvarački element će kod njega izazvati varijacije u dužini i poprečnom preseku, što će izazvati promene u otpornosti koja može biti izmerena kao električni signal [118].

(3) Ultrasonični senzorski sistemi koriste se za nadgledanje kritičnih struktura kao što su avioni, mostovi, i zgrade. Ultrasonični metodi su posebno pogodni za nadgledanje strukturalnog zdravlja zato što ultrasonični talasi putuju duž distanci i prema tome imaju potencijal da nadgledaju veliki volumen materijala zbog čega su se ultrasonične metode pokazale kao dokazane za nedestruktivnu inspekciju takvih struktura za vreme održavanja. Postoje tri glavna tipa ultrasoničnih talasa: vođeni talasi, bulk talasi i difuzni talasi. Bez obzira na tip talasa, strategija je nadgledati promene, a zatim detektovati, lokalizovati i karakterizovati štetu koja je bazirana na prirodi promene [119].

Performanse sistema i operacioni podaci se nadgledaju rutinski u svim industrijskim okruženjima kako bi se održavala kontrola procesa, evaluacija performansi i naravno dijagnoza otkaza. Veliki broj senzora je u ove svrhe razvijen tokom godina. To uključuje senzore koji mere kritične osobine kao što je temperatura, pritisak, protok

tečnosti, termodinamika, optičke osobine, biohemijski elementi, itd. Senzori koji su zasnovani na klasičnim mernim elementima-induktivni, kapacitivni, ultrasonični, našli su široku primenu. Veliki broj senzora napravljen je od poluprovodnih materijala. Uređaji magnetnog polja (Halovi senzori) su upareni sa električnim sensorima za nadgledanje parametara magnetnih materijala. Fiberoptički senzori takođe imaju veliku primenu. Biohemijski senzori se sve više koriste i često uzimaju centralnu ulogu. Hemijski senzori sa potencijalnom primenom kod dijagnoze otkaza uključuju tečne i čvrste elektrolitičke senzore, fotohemijske senzore, senzore vlažnosti i maseno osetljive senzore efekta polja.

Temperaturne varijacije u mnogim mehaničkim, električnim i elektronskim sistemima su odlični indikatori potencijalnih uslova otkaza. Temperatura koje pređe kontrolne granice se nadgleda i koristi zajedno sa drugim merenjima kako bi se doneo zaključak o otkazu sistema. Osim vremena, temperatura je najgledaniji fizički parametar u nauci i inženjerstvu. Temperaturni senzori se veoma široko koriste za nadgledanje nivoa temperature i varijacija. Termalne osobine materijala od živih organizama do čvrstih tela, tečnosti i gasova su veoma važni indikatori stanja takvih objekata. Za dizajn sistema za prediktivno održavanje, temperaturne varijacije vruće tačke, veliki temperaturni gradijenti, i temperatura koja je prešla neki unapred određen prag smatra se za ključan indikator početnih uslova otkaza. Veliki broj uređaja koji je zasnovan na principima razmene toplote je u upotrebi. Među najčešće korišćenim uređajima su detektori otpora temperature, čiji je princip rada varijacija otpora platinske žice ili filma kao funkcija temperature. Takođe u upotrebi je i termistor koji predstavlja termalno osetljiv rezistor čija električna otpornost varira direktno sa temperaturom. Termopari (eng. *thermocouple*) su do sada najčešće korišćeni senzori u industriji. Mogu se koristiti za temperature blizu nule, pa do 2000°C [120].

Elektromehanički, električni, i elektronski sistemi čine glavne komponente u industriji. Oni predstavljaju dominantne elemente u oblastima kao što su transportni sistemi, biomedicinska instrumentacija, komunikacije, računari, itd. Električni pogoni i električne/elektronske komponente/sistemi su od velikog interesa za inženjere koji se bave prediktivnim održavanjem i senzori koji nadgledaju njihove osobine postaju centar pažnje za dizajnere ovakvih sistema. Klasični senzorski sistemi koji prate veličine kao

što su napon, struja, snaga i moment su ključni indikatori za degradacione osobine. Indikatori stanja iz električnih i drugih sličnih merenja su veoma važni. Brojni senzorski sistemi su razvijeni i primenjeni proteklih godina u pokušaju da ispitaju kritične komponente i sisteme za detekciju otkaza i prognozu. Istraženi su principi pretvarača koji su zasnovani na osobinama odziva vrtložnih struja, mikrotalasima, i infracrvenim signalima.

Karakteristika odziva koji je indukovana vrtložnom strujom u provodnom medijumu se nadgleda za promene u ponašanju koji duguje anomalijama materijala, pukotinama, premeštanju vratila, itd. Probe vrtložnih struja u neposrednoj blizini su već zrele tehnologije koje se koriste za čuvanje rotacione mašinerije. Najčešće se koristi u veoma brzom turbomašineriji za opservaciju relativnog pomeraja vratila.

Mikroelektromehanički sistemi (*MEMS*) senzori su od interesa jer mogu da se proizvedu jeftino, pojedinačno ili u nizu, a pritom održavajući visok nivo operacione pouzdanosti. *MEMS* senzori zasnovani na fiberoptičkim tehnologijama su sve popularniji zbog svoje veličine, cene, i mogućnosti da integrišu više pretvarača u jedan uređaj. Mnogi *MEMS* pretvarački i senzorski sistemi su dostupni komercijalno za nadgledanje kritičnih parametara kao što je temperatura, pritisak, ubrzanje, itd.

Fiberoptički senzori se najviše primenjuju u telekomunikacijama, kao i u drugim visoko razvijenim tehnologijama. Veoma su popularni zbog kompaktne i fleksibilne geometrije, potencijala da se proizvode u nizovima uređaja, da se grupno fabrikuju, itd. Dizajnirani su da mere naprezanje, temperaturu, pomeraj, hemijsku koncentraciju, ubrzanje, kao i druge osobine materijala i okoline. Njihova glavna prednost uključuje malu veličinu, laganu težinu, imuni su na elektromagnetnu i radio frekvencionu interferenciju, visoko i nisko temperaturno trajanje, imaju brz odziv, visoku osetljivost, i jeftini su [121].

2.3.3 Postavljanje senzora

Postavljanje senzora za nadgledanje indikatora otkaza tačno i robusno u bilo kom industrijskom sistemu je osnovna funkcija dizajniranja procesa održavanja po stanju. Senzori su obično postavljeni na osnovu iskustva koje uzima u obzir procenjen broj neophodnih senzora, tip merenja koje je potrebno sakupiti, fizički pristup za postavljanje senzora, itd. U literaturi se mogu pronaći neka uputstva za lokaciju senzora za neke vojne i vazduhoplovne sisteme [122]. Nekoliko analitičkih tehnika je predloženo proteklih godina kako bi se odredio broj, tip i lokacija senzora. Većina ovih radova potiče iz hemijske industrije, gde je potreba za minimiziranjem broj senzora koji je upotrebljen za konkretan proces veoma velika zbog veličine, kompleksnosti i broja parametara koji se moraju uzeti u obzir u tako složenom hemijskom procesu [123].

Senzori koji su postavljeni da nadgledaju indikatore otkaza moraju posedovati attribute kao što su: dugotrajnost, robusnost, tačnost i osetljivost dok odgovaraju na dinamički opseg promenljivih/parametara koje nadgledaju. Korisni život senzora mora biti mnogo duži nego estimirani životni vek komponente/podsistema koji se nadgleda. Optimizovati zadatak izbora odgovarajućih senzora i identifikacije najbolje lokacije za fizički uređaj je upravo doprinos tehnokonomskom uspehu i sposobnosti za život sistema za prediktivno održavanje. Uobičajeno, senzori se postavljaju da uspostave kontrolu i ciljeve nadgledanja performansi [124]. Poučno je iskoristiti takve senzore u šemi nadgledanja dijagnoze otkaza zato što mogu da proizvedu korisne informacije koje su u vezi sa otkaznim ponašanjem kritičnih promenljivih sistema. Neki tipovi otkaza mogu zahtevati dodatne senzore za prediktivno održavanje. Tipični uređaji u ovoj klasi su akcelerometri za nadgledanje vibracija, senzori neposredne blizine, akustički emisioni senzori, ultrasonični pretvarači, itd. U skorije vreme, istraživanja u vezi sa lokacijom senzora su se fokusirala na dva različita nivoa: nivo komponenti i nivo sistema. Na nivou komponenti mogu se naći pokušaji koji se odnose na lokaciju u opsegu komponenti, na primer, ležaj ili objekat u trodimenzionalnom prikazu [125]. Za kompleksne sisteme velikih razmera koji se sastoje od više komponenti/podsistema, otkaz se može prostirati kroz nekoliko komponenti. Sa velikim brojem mogućih lokacija

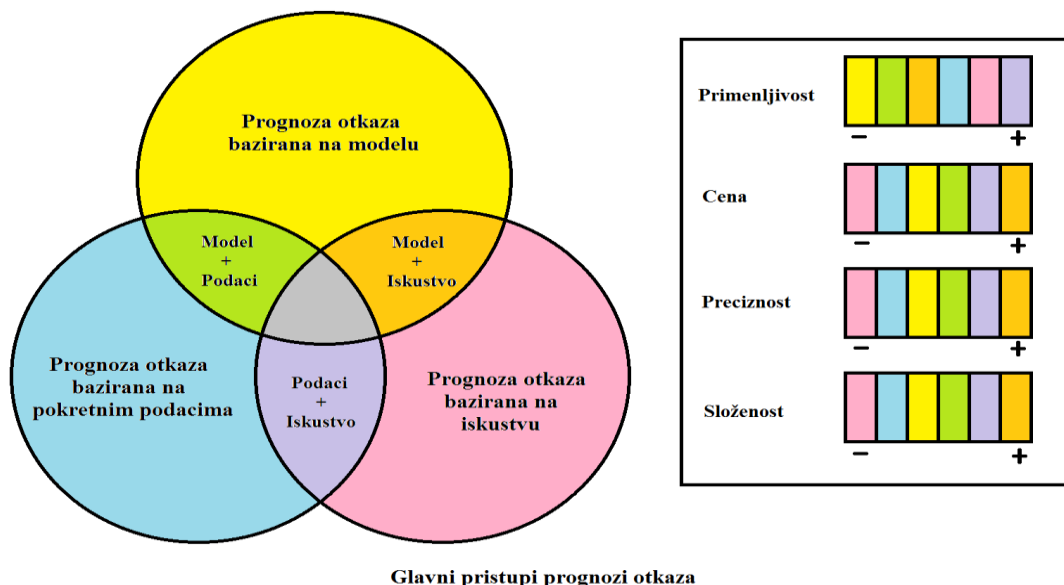
senzora, izbor optimalne lokacije, kao i broj i tipovi senzora, predstavljaju veliki izazov koji se odnosi na nivo sistema.

Mogući teoretski pristup nivou sistema vidi optimalnu lokaciju senzora iz različitih perspektiva, ali osnovni teoretski okvir zasniva se na tehnikama estimacije, analizi osetljivosti, konceptu opservabilnosti, i optimizacionim alatima. U suštini traži se estimacija kroz merenja vrednosti kritičnih promenljivih, maksimiziranje osetljivosti senzora na otkazne signale dok se minimiziraju lažni alarmi, utvrđujući da su zapravo takve promenljive opservabilne, i konačno optimizacija broja, tipova i lokacija izabranih senzora. Opis jednog od pristupa može se naći u [126].

Četiri osnovna zahteva moraju biti ispunjena kako bi se senzori optimalno postavili u svrhu detekcije otkaza: mogućnost detekcije, mogućnost identifikacije, pouzdanost u detekciji otkaza i zahtevi koji se pridružuju sa ograničenim resursima. U međuvremenu, nesigurnost kod senzora mora da se reši zato što je u vezi sa sposobnošću senzora da mere. Mogućnost detekcije otkaza od strane senzora je opseg u kome senzor može da detektuje prisustvo konkretnog otkaza. Ona zavisi od faktora kao što su odnos signal/šum, odnos vremena do detekcije/vremena do otkaza, osetljivost detekcije otkaza, i odnos trajanje simptoma/vreme do otkaza. *Vreme do detekcije* je vremenski raspon između iniciranja otkaza i njegove detekcije od strane senzora, gde je *vreme do otkaza* trajanje između iniciranja otkaza i vremena kada će otkaz nastupiti. *Osetljivost detekcije* otkaza senzora je definisana kao odnos promene u merenju otkaza do promene u merenju senzora. Uticaj ovih članova na sveukupnu detekciju otkaza je intuitivno očigledna. Svaki član može biti definisan empirijski i njihova kolekcija (multiplikativna forma) obuhvata metriku senzora za detekciju otkaza.

2.4 Ograničenja i mogućnosti za poboljšanje postojećih metoda prediktivnog održavanja

U poglavlju 2.2 opisane su različite metode za prognozu otkaza i istaknuto je da svaka od ovih metoda ima neke prednosti i ograničenja. Na sledećoj slici dat je prikaz glavnih pristupa prognozi otkaza gde je istaknuto koje kombinacije ovih metoda imaju najveću (najmanju) primenljivost, cenu, preciznost i složenost.



Slika 2.3: Glavni pristupi prognozi otkaza [18]

U ovom poglavlju biće diskutovano o tome kako su prethodne studije, iako su doprinele unapređenju ove discipline, napravile na neki način ograničen doprinos u razvoju efektivnog prognostičkog modela. Nekoliko aspekata je potrebno dalje istražiti pre nego što prognostički modeli mogu pouzdano biti primenjeni u situacijama u realnom vremenu. Prvo, potrebno je više i preciznije istražiti metode koje koriste dostupne podatke. Drugo, mašine u realnom industrijskom procesu su često izložene različitim radnim (tehničkim) šablonima, koji uključuju opravke i promene operacionih parametara. Efekti ovih operacionih složenosti, ako nisu adekvatno razmotreni, mogu dosta da umanje tačnost prognoze. Treće, ugrađena strukturalna složenost kod mašina u realnom industrijskom procesu takođe ometa praktične primene mnogih prognostičkih

modela, koji su samo dizajnirani da predvide određen tip otkaza komponente bez razmatranja interakcije te komponente sa drugim komponentama ili sa okolinom u kojoj se nalazi. Zbog svega navedenog postoji osam oblasti gde su potrebne nove ideje i poboljšanja: uključenje podataka nadgledanja stanja u analize pouzdanosti, iskorišćenje cenzurisanih podataka događaja i cenzurisanih podataka nadgledanja stanja, razmatranje efekata koji potiču od akcija održavanja i različitih radnih uslova, dedukcija iz nelinearnih veza izmerenog stanja i aktuelne degradacije, razmatranje odnosa između otkaza, tačnost pretpostavki i izvodljivost zahteva, razvoj merenja učinka.

(1) Modeli pouzdanosti zasnovani su samo na podacima događaja i poprilično dobro su razvijeni za procenu života mašinerije. Ipak, ovi pristupi obezbeđuju samo uopštenu procenu čitave populacije identičnih jedinica kako bi olakšali planirano održavanje. Održavanje ili popravke prema unapred ustanovljenim intervalima dovode do čestih i nepotrebnih zastoja. Takođe, ponašanje uoči otkaza svake jedinice je funkcija promena radnog rasporeda, radne okoline i drugih obaveznih parametara, kao i interakcije između otkaza među komponentama. Zbog toga, trenutno stanje operacione jedinice mora da se nadgleda u realnom vremenu. Podaci nadgledanja stanja iako pokazuju stanje individualnih operacionih jedinica, ne mogu zameniti podatke događaja koji pokazuju karakteristike populacije. Podaci nadgledanja stanja uglavnom obezbeđuju informacije za kratkoročnu predikciju stanja. Nekoliko prognostičkih modela koji su zasnovani na pokretnim podacima [76, 90, 91] omogućili su prognozu mašina koristeći predikciju vremenskih serija. Ovi modeli uglavnom su izvršili jedan korak unapred predikciju kako bi estimirali vrednosne osobine signala vibracije u prvom sledećem vremenskom koraku. Ove tehnike zahtevaju dalje istraživanje zato što prognoza sa tako kratkotrajnom predikcijom nije od velike pomoći za raspored optimalnog održavanja. Za ekonomičnu i efektivnu pripremu rezervnih delova i ljudskih resursa neophodna je dugoročnija predikcija. Drugim rečima, osim izmerenih informacija o stanju konkretne jedinice, predikcija *RUL*-a bi trebalo da bude zavisna od operacione starosti ili vremena u kojem je jedinica preživela, kao i od uopštenih osobina populacije kojoj jedinica pripada. Iako su mnogi modeli pokušali da iskoriste podatke nadgledanja stanja za estimaciju pouzdanosti, integracija podataka nadgledanja stanja u analizu pouzdanosti nije sasvim dobro istražena. U literaturi se može naći nekoliko zanimljivih pristupa koji nisu u vezi sa rotirajućom mašinerijom, kao na primer u [127].

(2) Mnogi prognostički modeli, a posebno modeli koji su zasnovani na pokretnim podacima, zahtevaju obimne istorijske podatke događaja, kao što je vreme otkaza. U praksi, ipak, veoma retko će se desiti da se tek tako pusti da mašina radi do otkaza. U većini slučajeva, jednom kada je defekt detektovan na jedinici, jedinica će se zameniti pre nego što do otkaza dođe. Prema tome, kritična tačka kada će jedinica prekinuti da radi nije uvek poznata ili snimljena. Jedino što je poznato jeste da je jedinica preživela do zamene ili popravke, ali nema informacije kada bi do otkaza došlo da je ostavljeno da jedinica radi bez uznemiravanja. Podaci ovog tipa se nazivaju *cenzurisani podaci*. U literaturi se slabo može pronaći modelovanje cenzurisanih podataka nadgledanja stanja u postojeće prognostičke modele. Kada su sve istorijske cenzure u vremenu tretirane kao istorijsko vreme otkaza, prognostički model će proizvesti pomešanu estimaciju (procena ispod prave vrednosti) vremena do otkaza. Tretiranje vremena zamene kao da je otkaz anulira svrhu prognoze, pošto se najčešće dešava da se nakon zamene utvrdi da bi jedinica radila još neko vreme. Neretko se dešava da je *RUL* od komponente mašine (od trenutka kada je defekt detektovan) bitniji od nominalnog života komponente. Specijalizovani cilj prognoze jeste da preporuča raspored održavanja koji ne prekida proizvodnju ili rasipničku zamenu jedinica koje i dalje imaju *RUL*. To je zapravo mogućnost da se proceni *RUL* koji je kritičan do optimalnog rasporeda održavanja.

Sa druge strane, predikcioni modeli koji pažljivo izostavljaju cenzurisane podatke iz obučavajućih primera će pogoršati problem nedostupnosti podataka. Podaci degradacije su već retki usled neregularnih zapisa merenja i/ili velike količine vremena koja je potrebna za njihovo prikupljanje. Na primer, ležaj može trajati nekoliko godina, čak i pod teškim radnim uslovima. Zbog toga, dobar prognostički model mora biti u stanju da maksimizira upotrebu dostupnih podataka.

(3) Jedan od glavnih ciljeva implementacije programa prediktivnog održavanja jeste optimizacija rasporeda i akcija održavanja. Ova optimizacija može biti postignuta kroz estimaciju beneficiranog života i efektivnost akcija održavanja. Prema tome, neophodno je produžiti napore prognostičkog istraživanja kako bi se nadgledala promena u stanju jedinice posle akcije održavanja i procene uzastopne promene u pouzdanosti jedinice. Akcije održavanja, kao što su popravke i ponovno podmazivanje mašine, ne čuvaju uvek zdravlje jedinice u uslovima koji su jednaki kao kada je mašina bila nova. Osim

toga, jedinica može nekad da se pogorša posle takvih akcija održavanja. Ovi efekti moraju da se razmotre kada se razvija prognostički model [128].

(4) U mnogim situacijama u praksi, mašine zavise od različitih radnih uslova. Ova forma promenljivosti najviše doprinosi promenama u energiji izmerenih signala nadgledanja stanja. Efektivni prognostički sistem trebalo bi da bude osetljiv samo na promene u merenjima stanja koja su izazvana pogoršanjem nadgledane jedinice, a neosetljiv na uticaj bilo kog izvora promenljivosti koji nema uticaj na pogoršanje nadgledane jedinice. Prognostički modeli koji se mogu naći u literaturi veoma često ne uzimaju u obzir radne uslove [83,129].

(5) Podaci nadgledanja stanja se uglavnom prikupljaju kako bi indikovali „zdravlje“ nadgledane jedinice. Ipak, izmereni indikatori stanja ne predstavljaju uvek deterministički aktuelno zdravlje nadgledane jedinice. Veliki je izazov razviti prognostički model koji može da prepozna nelienarne veze između aktuelnih uslova preživljavanja jedinice i izmerenih indikatora nadgledanja stanja. Mnoge postojeće prognostičke tehnike koriste indikatore nadgledanja stanja da predstavje zdravlje nadgledane jedinice i onda iskoriste metode kao što su regresija ili predikcija vremenskih serija kako bi estimirali buduće zdravlje jedinice, ili radije buduće indikatore nadgledanja stanja. Kod ovih tehnika, prag za podatke nadgledanja stanja je unapred definisan da predstavi otkaz. Tačnost predikcije tada strogo leži na pretpostavci da će se otkaz dogoditi u vremenskom trenutku kada relevantan indeks nadgledanja stanja premaši unapred definisan prag. Ipak, neretko se dešava da sistem otkáže kada njegova merenja stanja su i dalje ispod unapred definisanog praga. Obrnuto, sistem može i dalje da obavlja svoje zahtevane funkcije, iako su mu merenja stanja iznad unapred definisanog praga. Propušteni alarmi, kao i lažni alarmi su veoma važni kod praktične primene prognostičkih sistema. U polju prognoze, dodatna pažnja bi trebala da bude posvećena razvijanju prognostičkih modela koji mogu izvesti nelinearne veze između aktuelnog stanja preživljavanja jedinice i izmerenih indikatora nadgledanja stanja. Modeli veštačke inteligencije mogu biti obučeni da uče iz primera iz prošlosti. Ima puno prostora u istraživanju da se koriste izmereni podaci stanja iz prošlosti kao obučavajući ulaz za model i aktuelno zdravlje jedinice kao cilj na izlazu. Reprezentativnim predstavljanjem različitih parova obučavajućih ulaza i cilja

inteligentnim modelima, modeli mogu da nauče da prepoznaju kako je pogoršanje jedinice pokriveno velom u nedeterminističkim promenama u merenjima nadgledanja stanja i zanemare fluktuacije koje su izazvane faktorima koji nemaju direktan uticaj na pogoršanje.

(6) S obzirom da se mašina sastoji od više komponenti ili podsistema, mogućnost da se nadgleda i predvidi degradacija jedne komponente možda nije dovoljna da se predvidi celokupni otkaz mašinerije. Na primer degradacija komponente može da inicira ili ubrza otkaz druge komponente i obrnuto. U kritičnim slučajevima, ovaj fenomen može imati katastrofalne posledice. Literatura kod prognostičkih modela koji se odnose na multikomponentne sisteme je veoma skromna. Iz oblasti pouzdanosti može se pronaći dosta radova, kao na primer [130].

(7) Pošto prognoza predstavlja projektovanje u budućnost, a kako budućnost ne može biti određena sa apsolutnom sigurnošću, pretpostavke i pojednostavljenja su veoma često neizbežni u prognostičkim modelima. Ipak, potrebno je što je više moguće minimizirati ove pretpostavke i uprošćavanja. Pristupi koji su zasnovani na modelu mogu biti veoma tačni kada je korektan i tačan model dostupan. Ipak, osobine i odnose između svih povezanih komponenti u sistemu i njegovoj okolini je često previše komplikovano modelirati [86]. Jedan od glavnih problema kod fizičkih modela je da je kod njih ugrađena nesigurnost zbog velikog broja pridruženih pretpostavki. Takođe je potrebno voditi računa o pravljenu kompromisa između tačnosti i cene. Važno je da pretpostavke i uprošćenja budu realni zato što su mašine u praksi kompleksne i propagacija otkaza je po prirodi probablistička. Isplativost u smislu vremena za izračunavanje, tačnosti, memorije i čuvanja podataka takođe treba da bude razmotrena u svim stadijumima uključujući stadijum dizajniranja modela.

(8) Literatura vezana za prognozu je u stalnom porastu. Standardizacija mera prognostičkih performansi ne prati ovaj rast. Vachstevanos 2003. je definisao moguću klasifikaciju metrike performansi koja potiče primarno od glavnih ciljeva prognoze i nesigurnosti prognostičkih algoritama [131]. Ova metrika uključuje predikciju vremena do otkaza, tačnost predikcije, preciznost i pouzdanost, kao i osetljivost na promene na ulazu. Dodatan napor je potreban za razvoj okvira merenja za podršku evaluacije prognostičkih performansi. Potreban je razvoj okvira koji uključuje različite

zahteva iz realnog života i koji uključuje i kvalitativnu i kvantitativnu metriku. Kvantitativna metrika može biti prosečna razlika između estimiranog vremena otkaza i aktuelnog vremena otkaza, kao i prosečno vreme potrebno za računarsko izračunavanje. Primer kvalitativne metrike uključuje praktičnost zahteva modela i mogućnost da se obezbedi pouzdan nivo indikacija. Takođe, potrebno je dodatno istražiti greške merenja performansi i nesigurnosti, kao i različite strategije merenja.

Poglavlje 3

Kontrolni dijagrami

U današnjoj industriji primena *statističke kontrole procesa* (eng. *Statistical Process Control*) je postala veoma važna. Cilj statističke kontrole procesa jeste nadgledanje performansi procesa tokom vremena kako bi se ustanovilo da li je proces pod “statističkom kontrolom”. Kada govorimo o statističkoj kontroli podrazumevamo da su promenljive od interesa koje nadgledamo pod uticajem uobičajenih uzroka promenljivosti i u okviru očekivanih vrednosti za taj proces.

Statistička kontrola procesa je zapravo kolekcija alata za rešavanje problema kako bi se postigla stabilnost procesa kroz smanjenje nepoželjne promenljivosti u procesu. Statistička kontrola procesa može biti primenjena na svaki proces. Ona se sastoji od sedam glavnih alata: histogram, list za proveru (eng. *check sheet*), Pareto dijagram, uzročno-posledični dijagram, dijagram koncentracije defekta, rasuti dijagram (eng. *scatter diagram*) i kontrolni dijagram (eng. *control chart*). Ovih sedam alata se nazivaju „sedam veličanstvenih“ i njihovom rutinskom primenom poboljšava se kvalitet i produktivnost industrijskog procesa.

Kada pričamo o kvalitetu on se može definisati na mnogo načina. Prema [132] postoje različite dimenzije kvaliteta i one se mogu opisati u osam ključnih tačaka: performanse proizvoda, pouzdanost, dugotrajnost, jednostavnost servisiranja, estetika, osobine, opažanje kvaliteta (reputacija koju sam proizvođač poseduje) i usklađenost sa standardima. Prema modernoj definiciji kvalitet je inverzno proporcionalan promenljivosti. Kada se kaže promenljivost misli se na promenljivost koja nije poželjna u procesu. Kada govorimo o poboljšanju kvaliteta možemo se držati jedne od definicija koja kaže da je poboljšanje kvaliteta redukcija promenljivosti u procesu i proizvodima. Svaki proizvod poseduje određen broj elemenata koji zajedno opisuju njegov kvalitet. Ovi parametri se najčešće nazivaju *kvalitativne karakteristike*. Postoji više vrsta

kvalitativnih karakteristika kao što su: fizičke (dužina, težina, napon, pritisak, itd.), senzorne (ukus, boja, itd.) i vremenski orijentisane (pouzdanost, dugotrajnost, mogućnost jednostavnog održavanja, itd.). *Inženjerstvo kvaliteta* je skup operacionih, menadžerskih i inženjerskih aktivnosti koje kompanije koriste kako bi obezbedile da kvalitativne karakteristike proizvoda budu na nominalnom, odnosno zahtevanom nivou. Vrednost merenja koja odgovara željenoj vrednosti za konkretnu kvalitativnu karakteristiku naziva se nominalna ili target vrednost za tu karakteristiku.

Pošto promenljivost jedino može biti opisana u statističkim uslovima, statističke metode igraju glavnu ulogu u poboljšanju kvaliteta. Upravo zbog toga statistička kontrola procesa ima veoma važnu primenu u današnjoj industriji. Od sedam alata svakako najvažniji alat jesu *kontrolni dijagrami* koji su prvobitno razvijeni 1920. od strane Walter A. Shewhart-a. Opšta teorija kontrolnih dijagram data je u poglavlju 3.2, dok analiza ostalih alata statističke kontrole procesa izlazi van okvira ove teze i može se pronaći u [19].

Generalno, razlikujemo dva tipa kontrolnih dijagrama. Mnoge kvalitativne karakteristike mogu biti izmerene i izražene kao brojevi na nekoj kontinualnoj mernoj skali. U takvim slučajevima, pogodno je opisati kvalitativne karakteristike sa merom centralne tendencije i merom promenljivosti. Kontrolni dijagrami za centralnu tendenciju i promenljivost se nazivaju *kontrolni dijagrami za promenljive* (eng. *variables control charts*). Mnoge kvalitativne karakteristike nisu merene na kontinualnoj skali ili čak na kvantitativnoj skali. U ovim slučajevima, možemo da procenjujemo svaku jedinicu proizvoda kao adekvatnu ili neadekvatnu na osnovu toga da li poseduje određene attribute, ili možemo da prebrojavamo broj defekata koji se pojavljuju po jedinici proizvoda. Kontrolni dijagrami za takve kvalitativne karakteristike se nazivaju *kontrolni dijagrami za attribute* (eng. *attributes control charts*) [133].

Kontrolni dijagrami za promenljive koji se najčešće primenjuju u praksi su Shewhartovi \bar{X} i R dijagram i \bar{X} i S dijagram. U tom slučaju imamo dva kontrolna dijagrama gde je na gornjem prikazana srednja vrednost, a na donjem standardna devijacija u slučaju \bar{X} i S dijagrama, dok je kod \bar{X} i R dijagrama na gornjem prikazana srednja vrednost, a na donjem opsezi. Najpoznatiji kontrolni dijagrami za attribute su p -

dijagram, *np*-dijagram, *c*-dijagram i *u*-dijagram. Detaljniji opis ovih dijagrama izlazi van okvira ove teze, i može se naći u [19].

Iako imaju puno prednosti, glavna mana Shewhart-ovih kontrolnih dijagrama jeste što uzimaju u obzir samo poslednji podatak sa procesa (ne gledajući memoriju prethodnih podataka). Kao rezultat se javlja spora detekcija malih promena u srednjoj vrednosti slučajne promenljive, odnosno malih pomeraja u procesu. Kako bi se ovaj nedostatak prevazišao razvijeni su *EWMA* (eng. *Exponentially Weighted Moving Average*) i *CUSUM* (eng. *Cumulative Sum*) dijagrami pomoću kojih je moguća brža detekcija malih promena u srednjoj vrednosti. Ovi dijagram se primenjuju i za promenljive i za attribute. Njihov detaljniji opis takođe izlazi van okvira ove teze i može se pronaći u [134-136].

Takođe, postoje i Shewhart-ovi individualni kontrolni dijagrami koji se koriste u situacijama kada se odbirak sastoji od individualne jedinice. U tom slučaju kontrolni dijagram koristi pomerajući opseg dve sukcesivne opservacije kako bi se estimirala promenljivost procesa. Ovi dijagrami se još nazivaju i *MR* (eng. *Moving Range*) dijagrami [19].

Svi gore navedeni dijagrami se koriste kada nadgledamo samo jednu kvalitativnu karakteristiku od interesa. Zbog toga, ovakvi kontrolni dijagrami se nazivaju *univarijabilni kontrolni dijagrami*. Međutim, postoje mnogi procesi gde je neophodno istovremeno nadgledanje dve ili više kvalitativne karakteristike od interesa. Tada se istovremenim nadgledanjem pomoću više univarijabilnih kontrolnih dijagrama ne dobija kompletna informacija sa procesa, jer se ne uzima u obzir korelacija između promenljivih. Zbog toga, kada posmatramo više kvalitativnih karakteristika koje su korelisane koristimo *multivarijabilne kontrolne dijagrame* koji uzimaju ovu korelaciju u razmatranje. Najpopularniji multivarijabilni kontrolni dijagrami su *Hotelling-ov T^2* dijagram [20] koji predstavlja ekstenziju Shewhart-ovog \bar{X} i *R*, odnosno \bar{X} i *S* dijagrama. Njemu će biti posvećeno poglavlje 3.3. Osim T^2 dijagrama, postoje i *MEWMA* (eng. *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average*) i *MCUSUM* (eng. *Multivariate Cumulative Sum*) dijagrami koji predstavljaju ekstenziju *EWMA* i *CUSUM* kontrolnih statistika, čiji se detaljniji opis može naći u [137, 138].

Za pravilnu upotrebu kontrolnih dijagrama neophodno je poznavanje nekih osnovnih pojmova iz statistike i zbog toga naredno poglavlje biće posvećeno statistici koja se primenjuje kod kontrolnih dijagrama.

3.1 Osnovna statistika koja se primenjuje u teoriji kontrolnih dijagrama

Cilj statističkog zaključivanja jeste donošenje zaključaka ili odluka o populaciji, koji su zasnovani na uzorku koji je izabran iz populacije. Najčešće se koriste takozvani *slučajni uzorci*. Možemo definisati neki uzorak x_1, x_2, \dots, x_n kao slučajni uzorak veličine n koji je izabran tako da su opservacije $\{x_i\}$ nezavisno i jednako raspodeljene.

Statističko zaključivanje koristi kvantitete koje su izračunati iz opservacija u uzorku. Statistika je definisana kao bilo koja funkcija uzorka koja ne sadrži nepoznate parametre. Na primer neka x_1, x_2, \dots, x_n predstavlja opservacije u uzorku. Tada je srednja vrednost uzorka data kao:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.1.1)$$

Varijansa uzorka data je izrazom:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (3.1.2)$$

Dok je standardna devijacija uzorka data kao:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (3.1.3)$$

Srednja vrednost, varijansa i standardna devijacija su statistike. Statistike \bar{x} , s (ili s^2) opisuju centralnu tendenciju i promenljivost, respektivno.

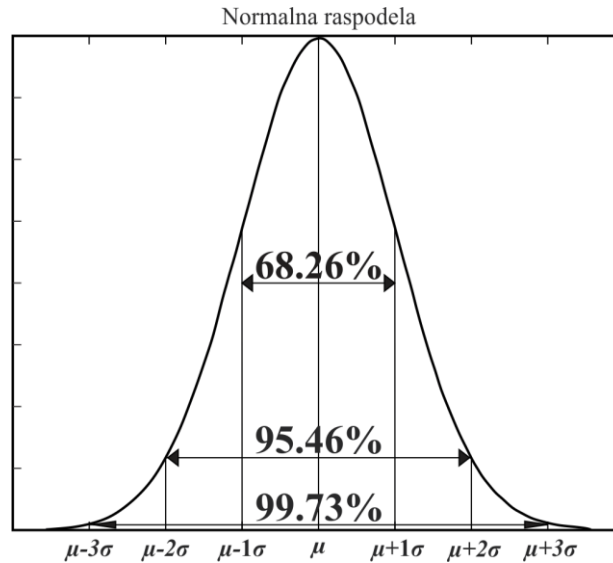
Takođe, možemo uvesti pojam *raspodele verovatnoće*. Raspodela verovatnoće je matematički model koji povezuje vrednost promenljive sa verovatnoćom pojavljivanja te vrednosti u populaciji. Ako znamo raspodelu verovatnoće populacije iz koje je uzorak uzet, često možemo da odredimo raspodelu verovatnoće različitih statistika koje su izračunate iz uzoračkih podataka. Raspodela verovatnoće statistike se naziva *uzoračka raspodela*. Postoje dve vrste raspodela verovatnoće: *kontinualne raspodele* (kada je promenljiva koja se meri izražena na kontinualnoj skali) i *diskretne raspodele* (kada parametar koji se meri može uzeti samo određene vrednosti kao što su celi brojevi $0,1,2,\dots$).

Nekoliko diskretnih raspodela se veoma često primenjuju u statističkoj kontroli procesa kao što su hipergeometrijska, binomijalna, *Poisson*-ova i *Pascal*-ova raspodela. Od kontinualnih pomenućemo normalnu, logaritamsku normalnu, eksponencijalnu, gama i *Weibull*-ovu raspodelu. Od svih nabrojanih raspodela, normalna raspodela je najvažnija raspodela, kako u teoretskoj, tako i u primenjenoj statistici. Zbog toga, u nastavku ćemo dati njen detaljniji opis.

Ako je x normalna slučajna promenljiva, tada je raspodela verovatnoće od x data izrazom:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.1.4)$$

gde je μ srednja vrednost normalne raspodele ($-\infty < \mu < \infty$), a varijansa je $\sigma^2 > 0$. Pošto se normalna raspodela veoma često koristi obično se uvodi skraćena notacija $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ koja implicira da je x normalno raspodeljeno sa srednjom vrednošću μ i varijansom σ^2 . Normalna raspodela prikazana je na slici 3.1.1.



Slika 3.1.1: Normalna raspodela i površine ispod normalne raspodele

Može se primetiti da je raspodela simetrična i da kriva ima karakterističan izgled u obliku zvona. Jednostavna interpretacija standardne devijacije takođe je prikazana na slici 3.1.1. Može se primetiti da 68.26% vrednosti populacije pada između granica koje su definisane srednjom vrednošću plus i minus jedna standardna devijacija ($\mu \pm 1\sigma$). Takođe, vidi se da 95.46% vrednosti pada između granica koje su definisane srednjom vrednošću plus i minus dve standardne devijacije ($\mu \pm 2\sigma$). I na kraju, zaključujemo da 99.73% vrednosti pada između granica koje su definisane srednjom vrednošću plus i minus tri standardne devijacije ($\mu \pm 3\sigma$).

Kumulativna normalna raspodela je definisana kao verovatnoća da je normalna slučajna promenljiva x manja ili jednaka nekoj vrednosti a , ili

$$P\{x \leq a\} = F(a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (3.1.5)$$

Ovaj integral ne može biti rešen u zatvorenoj formi. Zbog toga zgodno je koristiti umesto promenljive x , promenljivu z datu kao:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (3.1.6)$$

Na taj način ocena može biti napravljena nezavisno od μ i σ . Sada možemo napisati:

$$P\{x \leq a\} = P\left\{z \leq \frac{a - \mu}{\sigma}\right\} \equiv \Phi\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right) \quad (3.1.7)$$

gde je $\Phi(\cdot)$ kumulativna funkcija raspodele *standardne normalne raspodele* (srednja vrednost jednaka nuli, standardna devijacija jednaka jedinici). Jednačina 3.1.7 se često naziva *standardizacija*, zato što prebacuje $N(\mu, \sigma^2)$ slučajnu promenljivu u $N(0,1)$ slučajnu promenljivu.

Veoma često se prepostavlja da je normalna raspodela odgovarajući model verovatnoće za slučajnu promenljivu. U statističkoj kontroli procesa važno je proveriti ovu pretpostavku, o čemu će biti više reči kasnije. Ipak, *centralna granična teorema* je često opravdanje za približnu normalnost.

Ako su x_1, x_2, \dots, x_n nezavisne slučajne promenljive sa srednjom vrednošću μ_i i varijansom σ_i , i ako je $y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, tada se raspodela

$$\frac{y - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \quad (3.1.8)$$

približava $N(0,1)$ raspodeli kako se n približava beskonačnosti.

Centralna granična teorema implicira da je suma od n nezavisno raspodeljenih slučajnih promenljivih približno normalna, bez obzira na raspodele individualnih promenljivih. Ova aproksimacija je sve tačnija, kako n raste. U mnogim slučajevima ova aproksimacija će biti dobra za malo n ($n < 10$), dok je u nekim slučajevima neophodno veliko n ($n > 100$).

3.1.1 Uzorkovanje iz normalne raspodele

Pretpostavimo da je x normalno raspodeljena slučajna promenljiva sa srednjom vrednošću μ i varijansom σ^2 . Ako je slučajan uzorak x_1, x_2, \dots, x_n veličine n sa istog procesa, tada je raspodela srednje vrednosti uzorka \bar{x} jednaka $N(\mu, \sigma^2/n)$.

Ova osobina srednje vrednosti uzorka nije ograničena isključivo na slučaj odabiranja iz normalne populacije. Možemo takođe napisati:

$$\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}\right)\sqrt{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \quad (3.1.9)$$

Na osnovu centralne granične teoreme poznato je da bez obzira na raspodelu populacije, raspodela od $\sum_{i=1}^n x_i$ je približno normalna sa srednjom vrednošću $n\mu$ i varijansom $n\sigma^2$. Prema tome, bez obzira na raspodelu populacije, uzoračka raspodela srednje vrednosti je približno

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad (3.1.10)$$

Važna uzoračka raspodela koja je u vezi sa normalnom raspodelom jeste *hi-kvadrat* ili χ^2 raspodela. Ako su x_1, x_2, \dots, x_n normalno i nezavisno raspodeljene slučajne promenljive sa srednjom vrednošću nula i varijansom jedan, tada je slučajna promenljiva

$$y = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (3.1.11)$$

raspodeljena kao hi-kvadrat sa n stepeni slobode. Hi-kvadrat raspodela sa n stepeni slobode data je kao:

$$f(y) = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} y^{(n/2)-1} e^{-y/2}, \quad y > 0 \quad (3.1.12)$$

gde $\Gamma(\cdot)$ predstavlja gama funkciju. Kako bismo ilustrovali primenu hi-kvadrat raspodele, pretpostavimo da je x_1, x_2, \dots, x_n slučajan uzorak iz $N(\mu, \sigma^2)$ raspodele. Tada, slučajna promenljiva

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \quad (3.1.13)$$

ima hi-kvadrat raspodelu sa $n-1$ stepenom slobode. Koristeći jednačinu 3.2 koja definiše varijansu uzorka, jednačina 3.1.13 se može ponovo napisati kao:

$$y = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \quad (3.1.14)$$

Prema tome, uzoračka raspodela od $(n-1)s^2 / \sigma^2$ je χ_{n-1}^2 kada uzorkujemo iz normalne raspodele.

3.1.2 Tačkasti estimator parametara procesa

Slučajna promenljiva opisana je svojom raspodelom verovatnoće. Ova raspodela verovatnoće opisana je svojim parametrima. Kako bismo mogli da donosimo zaključke u statističkoj kontroli procesa, veoma je važno da najpre donesemo zaključke o parametrima raspodele verovatnoće. Pošto su uopšteno govoreći ti parametri nepoznati, potrebne su procedure za njihovu estimaciju.

Možemo definisati estimator nepoznatog parametra kao statistiku koja odgovara tom parametru. Konkretna numerička vrednost estimatora, koja je izračunata iz uzoračkih podataka, naziva se *estimacija*. *Tačkasti estimator* je statistika koja proizvodi jednu numeričku vrednost kao estimaciju nepoznatog parametra. Pretpostavimo da imamo slučajni uzorak od n opservacija sa srednjom vrednošću μ i varijansom σ^2 , koje su nepoznate. Tada su srednja vrednost uzorka \bar{x} i varijansa uzorka s^2 tačkasti estimatori srednje vrednosti populacije μ i varijanse populacije σ^2 , respektivno. Pritom, treba

napomenuti da srednja vrednost i varijansa raspodele nisu neophodno parametri raspodele.

Nekoliko važnih osobina je neophodno kako bismo imali dobre tačkaste estimatore. Dve najvažnije osobine su:

1. Tačkasti estimator bi trebalo da bude *nepomeren*. Odnosno, očekivana vrednost tačkastog estimatora trebala bi da bude parametar koji estimiramo.
2. Tačkasti estimator bi trebalo da ima *minimalnu varijansu*. Bilo koji tačkasti estimator je slučajna promenljiva. Prema tome, tačkasti estimator minimalne varijanse trebalo bi da ima varijansu koja je manja od varijanse bilo kog drugog tačkastog estimatora tog parametra.

Srednja vrednost uzorka, \bar{x} i varijansa uzorka, s^2 su nepomereni estimatori od srednje vrednosti populacije, μ i varijanse populacije, σ^2 , respektivno. Ovaj iskaz možemo napisati u skraćenoj formi:

$$E(\bar{x}) = \mu \text{ i } E(s^2) = \sigma^2 \quad (3.1.15)$$

gde operator E predstavlja operator očekivane vrednosti.

3.1.3 Testiranje hipoteza

Statistička hipoteza je izjava o vrednostima parametara raspodele verovatnoće. Pretpostavimo da mislimo da je srednja vrednost nekog procesa μ_0 . Možemo napisati ovu izjavu i na formalan način kao:

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \quad (3.1.16)$$

Hipoteza H_0 se naziva *nulta hipoteza*, dok se H_1 naziva *alternativna hipoteza*. H_1 određuje vrednosti koje su veće ili manje od μ_0 , i naziva se *dvostrana alternativna*

hipoteza. U zavisnosti od vrste problema, mogu da se koriste i različite *jednostrane hipoteze*. Kako bismo testirali hipotezu, uzimamo slučajan uzorak iz populacije koju posmatramo, računamo odgovarajuću *test statistiku*, a zatim odbacujemo ili ne uspevamo da odbacimo nultu hipotezu H_0 . Skup vrednosti test statistike koji vodi do odbacivanja H_0 naziva se *kritični region* ili *region odbacivanja* za taj test.

Kod testiranja hipoteza postoje dve vrste greške koje se mogu napraviti. Ako je nulta greška odbačena kada je tačna, tada nastaje *greška tipa I*. Ako nulta hipoteza nije odbačena kada je netačna, tada nastaje *greška tipa II*. Verovatnoće od ova dva tipa grešaka označene su kao:

$$\alpha = P\{\text{greška tipa I}\} = P\{\text{odbačeno } H_0 | H_0 \text{ je tačno}\}$$

$$\beta = P\{\text{greška tipa II}\} = P\{\text{nismo uspeali da odbacimo } H_0 | H_0 \text{ nije tačno}\}$$

Nekada je pogodnije raditi sa *snagom* testa, gde je

$$\text{Snaga} = 1 - \beta = P\{\text{odbačeno } H_0 | H_0 \text{ nije tačno}\}$$

Prema tome, snaga je verovatnoća korektnog odbacivanja nulte hipoteze H_0 . Opšta procedura kod testiranja hipoteza jeste odrediti vrednost verovatnoće greške tipa I (α), a zatim napraviti test proceduru tako da se dobije mala vrednost verovatnoće greške tipa II (β). Prema tome, govorimo o direktnom kontrolisanju, odnosno biranju α rizika. β rizik je generalno funkcija veličine uzorka i može se kontrolisati indirektno. Što je veća veličina uzorka koji se koristi u testu, to je manji β rizik.

Pretpostavimo da je x slučajna promenljiva sa nepoznatom srednjom vrednošću μ i poznatom varijansom σ^2 i da želimo da testiramo hipotezu da je srednja vrednost jednaka standardnoj srednjoj vrednosti μ_0 . Ovo možemo i formalno napisati kao u jednačini (3.1.16). Procedura za testiranje ovih hipoteza jeste da se uzme slučajan uzorak od n opservacija slučajne promenljive x i da se izračuna test statistika:

$$Z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (3.1.17)$$

Hipotezu H_0 odbacujemo ako je $|Z_0| > Z_{\alpha/2}$, gde je $Z_{\alpha/2}$ gornji $\alpha/2$ percentil standardne normalne raspodele. Ovaj zaključak se može jednostavno objasniti. Naime, iz centralne granične teoreme znamo da je srednja vrednost uzorka \bar{x} približno raspodeljena kao $N(\mu, \sigma^2/n)$. Ako je $H_0: \mu = \mu_0$ tačna, tada je test statistika približno raspodeljena kao $N(0,1)$. Prema tome, očekujemo da $100(1-\alpha)\%$ vrednosti od Z_0 padne između $-Z_{\alpha/2}$ i $Z_{\alpha/2}$. Uzorak koji proizvodi vrednost od Z_0 van ovih granica bio bi neobičan ako je nulta hipoteza tačna i zapravo je dokaz da $H_0: \mu = \mu_0$ treba da bude odbačeno. Primitimo da je α verovatnoća greške tipa I za test, a da intervali $(Z_{\alpha/2}, \infty)$ i $(-\infty, -Z_{\alpha/2})$ formiraju *kritičan region* za test.

U nekim situacijama želećemo da odbacimo H_0 samo ako je prava srednja vrednost veća od μ_0 . Prema tome, jednostrana alternativna hipoteza je $H_1: \mu > \mu_0$ i odbacujemo $H_0: \mu = \mu_0$ samo ako je $Z_0 > Z_\alpha$. Ako je odbacivanje poželjno samo kada je $\mu < \mu_0$, tada je alternativna hipoteza $H_1: \mu < \mu_0$, i odbacujemo H_0 samo ako je $Z_0 < -Z_\alpha$.

3.1.4 Intervali poverenja

Estimacioni interval parametara je interval između dve statistike koji uključuje pravu vrednost parametra sa nekom verovatnoćom. Na primer, kako bismo konstruisali estimacioni interval srednje vrednosti, moramo da nađemo dve statistike L i U , tako da

$$P\{L \leq \mu \leq U\} = 1 - \alpha \quad (3.1.18)$$

Rezultujući interval

$$L \leq \mu \leq U \quad (3.1.19)$$

se naziva interval poverenja za nepoznatu srednju vrednost. L i U se nazivaju gornja i donja granica poverenja, respektivno, dok se $1-\alpha$ naziva koeficijent poverenja.

Ponekad se poluinterval $U - \mu$ ili $\mu - L$ naziva tačnost intervala poverenja. Interpretacija intervala poverenja jeste da ako se napravi veliki broj takvih intervala, pri čemu je svaki izabran iz slučajnog uzorka, tada će $100(1 - \alpha)\%$ ovih intervala sadržati pravu vrednost od μ .

Interval poverenja u jednačini (3.1.19) se naziva dvostrani interval poverenja, pošto određuje i donju i gornju granicu od μ . Često je u primeni kod kontrolnih dijagrama pogodnije koristiti jednostrani interval poverenja. Jednostrana donja $100(1 - \alpha)\%$ granica poverenja od μ data je sa:

$$L \leq \mu \quad (3.1.20)$$

gde je L , donja granica poverenja izabrana tako da

$$P(L \leq \mu) = 1 - \alpha \quad (3.1.21)$$

Jednostrana gornja $100(1 - \alpha)\%$ granica poverenja od μ data je sa

$$\mu \leq U \quad (3.1.22)$$

gde je U gornja granica poverenja izabrana tako da

$$P(L \leq \mu) = 1 - \alpha \quad (3.1.23)$$

3.1.5 Korišćenje P-vrednosti za testiranje hipoteza

Kako bismo izneli rezultate o testiranju hipoteza, najčešće izjavljujemo da nulta hipoteza nije ili jeste odbijena na određenoj α - vrednosti ili *značajnom nivou*. Ovakva izjava često nije prikladna, zato što daje analitičarima informaciju o tome da li je izračunata vrednost test statistike jedva u regionu odbacivanja ili je veoma daleko u ovom regionu. Kako bi se izbegle ove teškoće, u praksi se najčešće usvaja pristup P -vrednosti. Prema definiciji, P -vrednost je najmanji nivo značajnosti koji vodi do odbacivanja nulte hipoteze H_0 . Obično se test statistika i podaci nazivaju značajnim

kada je hipoteza H_0 odbačena. Prema tome možemo posmatrati P -vrednost kao najmanji α nivo u kome su podaci značajni. Za testove normalne raspodele, relativno je jednostavno izračunati P -vrednost. Ako je sračunata test statistika, tada je P -vrednost:

$$P = \begin{cases} 2[1-\Phi(|Z_0|)] \text{ test sa dva repa:} & H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu \neq \mu_0 \\ 1-\Phi(Z_0) \text{ test sa gornjim repom:} & H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu > \mu_0 \\ \Phi(Z_0) \text{ test sa donjim repom:} & H_0: \mu = \mu_0 \quad H_1: \mu < \mu_0 \end{cases} \quad (3.1.24)$$

pri čemu je $\Phi(Z)$ standardna normalna funkcija kumulativne raspodele koja je definisana na početku drugog poglavlja.

Pretpostavimo da je x normalna slučajna promenljiva sa nepoznatom srednjom vrednošću μ i nepoznatom varijansom σ^2 i da želimo da testiramo hipotezu da je srednja vrednost jednaka standardnoj srednjoj vrednosti μ_0 kao u (3.1.16). Problem je sličan kao u poglavlju 3.1.3, osim što je sada i varijansa nepoznata. Zbog toga moramo napraviti dodatnu pretpostavku da je slučajna promenljiva normalno raspodeljena. Ova pretpostavka je potrebna za formalno razvijanje statističkog testa, ali mala odstupanja od normalnosti neće ozbiljno ugroziti rezultate. Pošto je varijansa σ^2 nepoznata, ona mora biti estimirana sa s^2 . Ako zamenimo σ sa s u jednačini 3.1.17, tada imamo *test statistiku* u formi:

$$t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \quad (3.1.25)$$

Nulta hipoteza $H_0: \mu = \mu_0$ će biti odbačena ako je $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$, gde je $t_{\alpha/2, n-1}$ gornji $\alpha/2$ percentil t raspodele sa $n-1$ stepenom slobode. Kritični regioni za jednostrani test alternativnih hipoteza su sledeći: ako je $H_1: \mu > \mu_0$, odbaci H_0 ako je $t_0 > t_{\alpha, n-1}$ i ako je $H_1: \mu < \mu_0$, odbaci H_0 ako je $t_0 < -t_{\alpha, n-1}$. Takođe, moguće je sračunati P -vrednost za t -test.

3.2 Opšta teorija kontrolnih dijagrama

Kontrolni dijagram predstavlja statistički alat koji se koristi za detekciju otkaza u sistemu. Kontrolni dijagrami prave jasnu razliku između promena koje su rezultat brojnih, uvek prisutnih, nemerljivih poremećaja u procesu i promena koje nastaju kao posledica otkaza u sistemu. Uopšteno govoreći, kontrolni dijagrami predstavljaju grafički prikaz regularnog, odnosno neregularnog režima rada procesa tokom vremena.

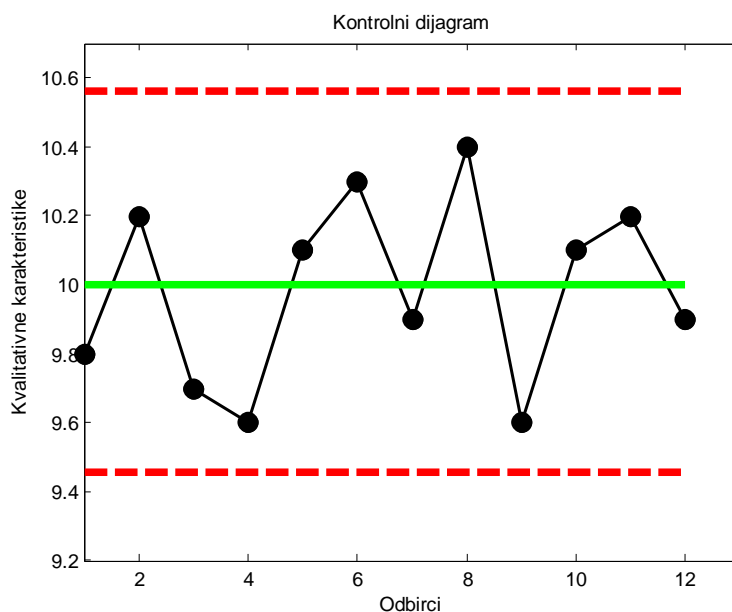
U svakom procesu proizvodnje, ma koliko on bio dobro dizajniran i pažljivo održavan, uvek će postojati određena količina prirodne, odnosno za njega svojstvene promenljivosti. Ova prirodna promenljivost, ili pozadinski šum je kumulativni efekat mnogih malih, u suštini neizbežnih uzroka. Kada je pozadinski šum u procesu relativno mali, smatramo ga prihvatljivim za performanse procesa. U okviru statističke kontrole procesa, za sistem koji je pod uticajem ove prirodne promenljivosti se često kaže da je „stabilan sistem pod uticajem *uobičajenih uzroka*“. Za proces koji radi samo pod prisustvom *uobičajenih uzroka* promenljivosti kažemo da je pod *statističkom kontrolom*. Drugim rečima, uobičajeni uzroci su prirodan deo procesa, a kada kažemo da je sistem pod *statističkom kontrolom* podrazumevamo da imamo promene u sistemu koje su posledica uvek prisutnih poremećaja u procesu i šuma merenja.

Takođe, na izlazu procesa mogu biti prisutne druge vrste promenljivosti. Takve promenljivosti su generalno velike u poređenju sa pozadinskim šumom i obično su neprihvatljive za performanse procesa. Ovakvi izvori promenljivosti koji nisu deo uobičajenih uzroka se nazivaju *specijalni uzroci*. Za proces koji radi u prisustvu specijalnih uzroka kažemo da je *van kontrole*.

Kontrolni dijagrami prave razliku između uobičajenih uzroka i specijalnih uzroka, odnosno obezbeđuju nam informaciju da li je sistem pod statističkom kontrolom ili je nastupio otkaz u sistemu usled nekog specijalnog uzroka, pa se sistem našao u stanju van kontrole. Najvažnija svrha kontrolnih dijagrama jeste *poboljšanje procesa*. U praksi se generalno pokazalo da većina procesa u nekom trenutku počinje da radi van statističke kontrole. Rutinskom i pažljivom upotrebom kontrolnih dijagrama se uspešno

identifikuju otkazi koji su nastupili u sistemu. Ako uzroci otkaza mogu biti eliminisani, promenljivost će biti smanjena, a samim tim proces će biti poboljšan.

Tipičan kontrolni dijagram prikazan je na slici 3.2.1 i on predstavlja grafički prikaz kvalitativnih karakteristika koje su izmerene ili izračunate iz odbiraka u odnosu na broj odbiraka (ili vreme). Uobičajeno, svaki kontrolni dijagram sadrži *centralnu liniju* (eng. *Central Line*) koja predstavlja srednju vrednost kvalitativnih karakteristika koje odgovaraju stanju sistema koji je pod statističkom kontrolom. Druge dve horizontalne linije nazivaju se *gornja kontrolna granica* (eng. *Upper Control Limit*) i *donja kontrolna granica* (eng. *Lower Control Limit*). One se biraju tako da ako je proces pod statističkom kontrolom, gotovo sve tačke će upasti između ove dve linije. Tačke na kontrolnom dijagramu su najčešće povezane pravim linijama kako bi se lakše vizuelizovalo kako se sekvenca tačaka ponaša tokom vremena.



Slika 3.2.1: Tipičan kontrolni dijagram

Sada možemo da damo opšti model za kontrolni dijagram. Neka w bude statistika uzorka koji meri neku kvalitativnu karakteristiku od interesa i pretpostavimo da je srednja vrednost od w jednaka μ_w , a da je standardna devijacija od w jednaka σ_w .

Tada su centralna linija, gornja kontrolna granica i donja kontrolna granica jednake:

$$\begin{aligned}UCL &= \mu_w + L\sigma_w \\CL &= \mu_w \\LCL &= \mu_w - L\sigma_w\end{aligned}\tag{3.2.1}$$

gde je L "distanca" kontrolnih granica od centralne linije, izražena u jedinicama standardne devijacije. Važno je napomenuti da "sigma" označava standardnu devijaciju statistike nacrtane na kontrolnom dijagramu, a ne standardnu devijaciju kvalitativne karakteristike koju posmatramo. Ovu opštu teoriju kontrolnih dijagrama prvi je predložio *Walter A. Shewhart* i kontrolni dijagrami razvijeni prema ovim principima se često nazivaju *Shewhart-ovi kontrolni dijagrami*.

Prvi korak u konstruisanju kontrolnih dijagrama zahteva analizu preliminarnog skupa podataka za koji se pretpostavlja da je pod statističkom kontrolom. Ova faza naziva se Faza I. U prvoj fazi potrebno je sakupiti podatke iz veoma velikog uzorka podataka tako da se parametri i kontrolne granice valjano estimiraju za Fazu II. U drugoj fazi glavni cilj je nadgledanje *online* podataka kako bi se brzo detektovali pomeraji u procesu u odnosu na osnovne linije koje su ustanovljene u prvoj fazi. Drugim rečima, dijagrami koje koristimo u prvoj fazi služe za definisanje statističke kontrole, a dijagrami koje koristimo u drugoj fazi služe za nadgledanje procesa i vršenje analize da li se podaci nalaze van kontrolnih granica i da li je sistem pod kontrolom.

Generalno, dokle god se tačke nalaze između kontrolnih granica pretpostavlja se da je proces pod statističkom kontrolom. Kada se tačka nalazi van kontrolnih granica pretpostavlja se da je nastupio otkaz u sistemu. Međutim, postoje slučajevi kada se tačke nalaze između kontrolnih granica, ali se ponašaju *sistematski*, ili na *neslučajan način*, što je najčešće indikacija da sistem nije pod kontrolom. Ako je proces pod kontrolom, sve tačke bi u suštini trebalo da imaju slučajan oblik.

Na osnovu sledećih pravila čija se primena pokazala kao vrlo efikasna u praksi, može se doneti odluka da je nastupio otkaz u sistemu:

- Jedna tačka nalazi se van 3-sigma kontrolnih granica
- Dve od tri uzastopne tačke nalaze se iznad granice koja je na distanci od 2-sigma od centralne linije
- Četiri od pet uzastopnih tačaka nalaze se na distanci od 1-sigma ili iznad u odnosu na centralnu liniju
- Osam uzastopnih tačaka nalazi se na jednoj strani centralne linije

U mnogim slučajevima, oblik nacrtanih tačaka će obezbediti korisne dijagnostičke informacije na procesu, i ova informacija može biti iskorišćena da se naprave modifikacije na procesu koje redukuju promenljivost (što je cilj statističke kontrole procesa). Dalje, ovi oblici se javljaju poprilično često u fazi I (retrospektivna studija podataka iz prošlosti) i njihova eliminacija je često ključna za dovođenje procesa pod kontrolu. Primera radi, navešćemo neke karakteristične oblike koji se pojavljuju na \bar{x} i R dijagramima, i indikuju neke od karakteristika procesa koji mogu da proizvedu ove oblike. Naravno, kako bi efektivno interpretirali \bar{X} i R dijagrame, analitičari moraju biti upoznati i sa statističkim principima na osnovu kojih se prave kontrolni dijagrami i sa samim procesom. Dole navedeni oblici na \bar{X} dijagramima dati su kao primer.

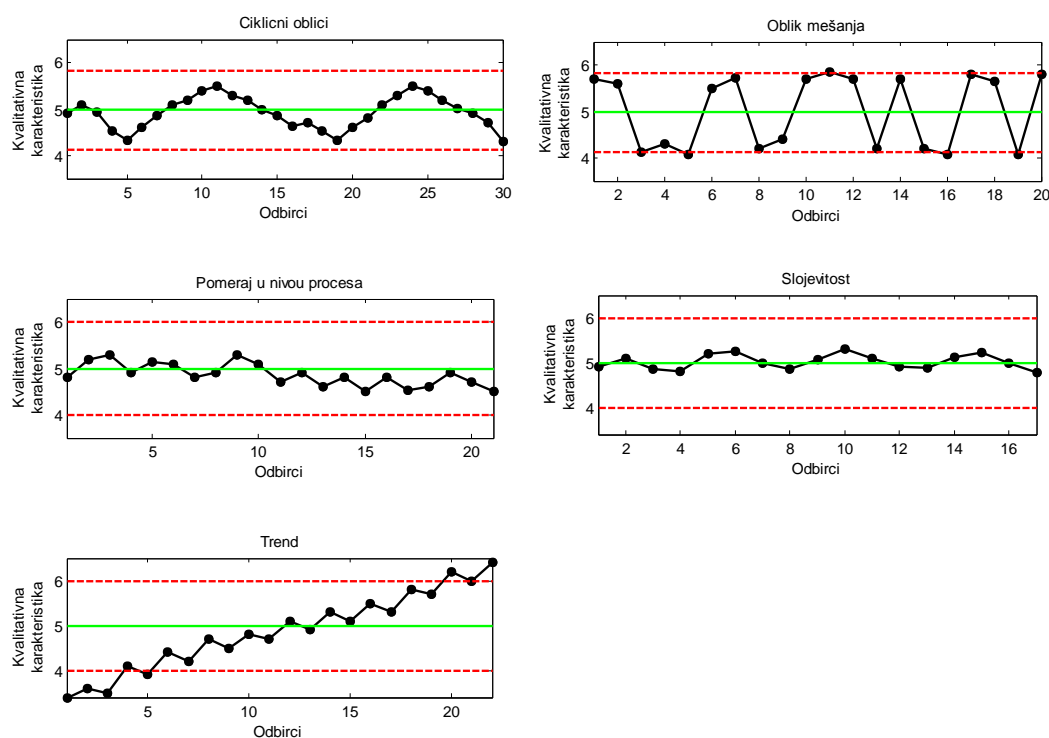
Ciklični oblici se povremeno javljaju na kontrolnom dijagramu. Tipičan primer prikazan je na gornjoj slici levo na slici 3.2.2. Takav oblik na \bar{X} dijagramu može da rezultuje iz sistematskih promena okoline kao što je temperatura, zamor radne mašine, regularna rotacija radne mašine ili mašina, ili fluktuacija u naponu ili pritisku ili neke druge promenljive u proizvodnoj opremi.

Mešanje (eng. mixture) je indikovano kada nacrtane tačke teže da padnu blizu ili blago van kontrolnih granica, sa relativno nekoliko tačaka blizu centralne linije kao što je prikazano na gornjoj slici desno na slici 3.2.2. Oblik mešanja je generisan od strane dve (ili više) preklapajuće raspodele koje generiše izlaz procesa. Ozbiljnost oblika mešanja zavisi u kom se obimu raspodele preklapaju. Ponekad mešanje rezultuje iz „previše kontrole“ kada operatori previše često podešavaju proces, pa je na izlazu odziv

na slučajne varijacije, pre nego na sistematske uzroke. Oblik mešanja takođe može da se javi kada je izlazni proizvod iz nekoliko izvora (kao što su paralelne mašine) doveden na zajednički tok podataka koji se onda odabira za svrhe nadgledanja procesa.

Pomeraj u nivou procesa je ilustrovan na srednjoj slici levo na slici 3.2.2. Ovi pomeraji mogu da rezultuju iz uvođenja novih radnika, iz promena u metodama, grubih materijala, ili mašina, promena u merama inspekcije ili standardima.

Slojevitost (eng. *stratification*) ili tendencija tačaka da se veštački načičkaju oko centralne linije je ilustrovana na donjoj slici desno na slici 3.2.2. Primećujemo da je označen nedostatak prirodne promenljivosti u opserviranom obliku. Jedan potencijalan uzrok stratifikacije je nekorektno računanje kontrolnih granica. Ovaj oblik takođe može da rezultuje kada odabiranje sa procesa sakuplja jednu ili više jedinica sa nekoliko različitih osnovnih raspodela u okviru svake grupe.



Slika 3.2.2: Karakteristični oblici na kontrolnim dijagramima

Trend ili kontinualno kretanje u jednom pravcu je prikazan na poslednjoj slici levo na slici 3.2.2. Trendovi su obično usled postepenog habanja ili pogoršanja alata ili neke druge kritične komponente procesa. U hemijskim procesima najčešće se javljaju zbog

taloga ili separacije pomešanih komponenti. Takođe mogu da rezultuju iz „ljudskih uzroka“, kao što je umor operatora ili prisustvo supervizije. Konačno, trend može biti rezultat sezonskih uticaja, kao što je temperatura.

Greška tipa I ili α greška javlja se kada tačka padne van kontrolnih granica, a ne radi se o varijaciji koja je posledica otkaza u sistemu. Greška tipa II ili β greška javlja se kada se propusti varijacija koja nastaje kao posledica otkaza u sistemu, odnosno kada tačka koja bi trebalo da padne van kontrolnih granica upadne u opseg kontrolnih granica, što znači da dijagram nije dovoljno osetljiv da detektuje otkaz. U ovom slučaju nadgledanje procesa se nastavlja, iako problem još uvek postoji i stoga smo u nemogućnosti da ga otklonimo.

Ova dva tipa grešaka prisutna su u svim kontrolnim procedurama procesa. Kontrolne granice na kontrolnom dijagramu se najčešće crtaju 3-sigma od centralne linije (gde sigma predstavlja standardnu devijaciju) zato što je to dobra ravnoteža između greške tipa I i greške tipa II, jer za normalnu raspodelu podataka, 99,7% podataka će upasti u tri-sigma granice, dok je proces pod kontrolom.

Kako bismo ocenili performanse kontrolnih dijagrama koristimo *ARL* (eng. *average run length*) koju računamo kao:

$$ARL = \frac{1}{\alpha} \quad (3.2)$$

gde je α verovatnoća da će bilo koja tačka pasti van kontrolnih granica.

Postoji bliska veza između kontrolnih dijagrama i testiranja hipoteza. Suštinski, kontrolni dijagram predstavlja testiranje hipoteze da je proces u stanju statističke kontrole. Tačka koja se nalazi između kontrolnih granica znači da nismo uspeli da odbacimo hipotezu statističke kontrole, dok tačka koja se nalazi van kontrolnih granica znači da smo odbacili hipotezu statističke kontrole.

Veoma često „tačke“ koje su nacrtane na kontrolnom dijagramu predstavljaju srednju vrednost podataka sa procesa koji se nalaze u jednoj *podgrupi*. Naime, osnovna ideja kada se prave kontrolni dijagrami jeste da se sakupljeni podaci sa procesa grupišu prema *konceptu racionalnog podgrupisanja* kako je to *Shewhart* nazvao. Generalno, to

znači da podgrupe ili uzorci treba da budu izabrani tako da koliko je to moguće, promenljivost opservacija u okviru podgrupe treba da uključi sve slučajne ili prirodne promenljivosti, a isključi specijalne promenljivosti. Tada će kontrolne granice predstavljati granice za sve slučajne promenljivosti, a ne za specijalne promenljivosti. Posledično, specijalni uzroci će imati tendenciju da generišu tačke koje su van kontrolnih linija, dok će slučajne promenljivosti imati tendenciju da generišu tačke u okviru kontrolnih linija. Na taj način obezbeđujemo pravilno grupisanje podataka, jer ono što su uobičajene promenljivosti za jednu podgrupu, ne znači da su uobičajene promenljivosti i za drugu podgrupu, a jesu uobičajene promenljivosti za ceo proces. Samo na ovaj način se mogu pravilno uspostaviti kontrolne linije u prvoj fazi, što je ključno za posmatranje sistema u drugoj fazi. Koncept racionalnog podgrupisanja je jako važan, jer pravilna selekcija odbiraka zahteva pažljivo razmatranje procesa čime se dobija što više korisnih informacija analizom kontrolnih dijagrama.

Takođe, potrebno je naglasiti da u mnogim procesima nema potrebe za racionalnim podgrupisanjem, već se posmatraju individualne opservacije. U tom slučaju koriste se kontrolni dijagrami za individualne opservacije, umesto kontrolnih dijagrama za podgrupe.

Kada dizajniramo kontrolni dijagram moramo da odredimo veličinu uzorka i periodu odabiranja. Kada biramo veličinu uzorka moramo da vodimo računa o veličini pomeraja koji želimo da detektujemo, jer veći uzorci nam omogućavaju lakšu detekciju malih pomeraja u procesu. Sa tačke posmatranja detekcije pomeraja najbolje bi bilo uzimati velike odbirke i odabirati ih veoma često, međutim to često nije ekonomski moguće. U industrijskoj praksi najčešće se uzimaju manji uzorci u kratkim vremenskim intervalima ili veći uzorci u dužim intervalima. Naravno, konačan izbor veličine uzorka i periode odabiranja zavisice od konkretnog procesa koji posmatramo.

Efektivna upotreba bilo kojeg kontrolnog dijagrama će zahtevati periodičnu reviziju kontrolnih granica i centralnih linija. Neki inženjeri uspostavljaju regularne periode za reviziju granica kontrolnih dijagrama, na primer svake nedelje, svakog meseca, ili svakih 25, 50 ili 100 uzoraka. Kada se revidiraju kontrolne granice veoma je poželjno koristiti najmanje 25 uzoraka ili podgrupa (neki autori preporučuju 200-300 individualnih opservacija) za računanje kontrolnih granica.

Kontrolni dijagrami se već jako dugo koriste u industriji. Postoji najmanje pet razloga za njihovu popularnost:

1. Kontrolni dijagrami su dokazana tehnika za poboljšanje produktivnosti.
2. Kontrolni dijagrami su efikasni u prevenciji defekata.
3. Kontrolni dijagrami sprečavaju nepotrebna poboljšanja procesa.
4. Kontrolni dijagrami obezbeđuju dijagnostičke informacije.
5. Kontrolni dijagrami obezbeđuju informaciju o efikasnosti procesa.

Zahvaljujući modernim kompjuterskim tehnologijama kontrolne dijagrame je lako implementirati u bilo koji tip procesa, zato što akvizicija podataka i analize mogu da se izvrše na mikroračunaru u realnom vremenu.

S obzirom na brz razvoj industrije i veliki porast kompleksnosti procesa koje treba nadgledati i kontrolisati ima puno prostora za dalja istraživanja u ovoj oblasti, kao i za poboljšanje već postojećih tehnika kontrolnih dijagrama. Takođe, postoje mogućnosti da se ove tehnike kombinuju sa nekim drugim alatima, kao što su na primer neuralne mreže, skriveni Markovljevi modeli ili Bajesove mreže.

3.3 T^2 kontrolni dijagrami

3.3.1 Statistička distanca

Pretpostavimo da imamo multivarijabilnu opservaciju od p promenljivih u vektorskoj formi kao $X'=[x_1, x_2, \dots, x_p]$. Kako bismo obradili informacije koje su dostupne o ovih p promenljivih možemo koristiti grafičke tehnike, koje su obično odlične za ovaj zadatak. Međutim, crtati tačke u p -dimenzionalnom prostoru ($p > 3$) je veoma ograničeno. Ovo ograničenje ne dozvoljava celokupan uvid u multivarijabilnu situaciju. Drugi metod za ispitivanje informacija koje se nalaze u p -dimenzionalnom vektoru jeste da se redukuje multivarijabilni vektor podataka u jednu univarijabilnu statistiku. Ako rezultujuća statistika sadrži informacije o svih p promenljivih, ona može

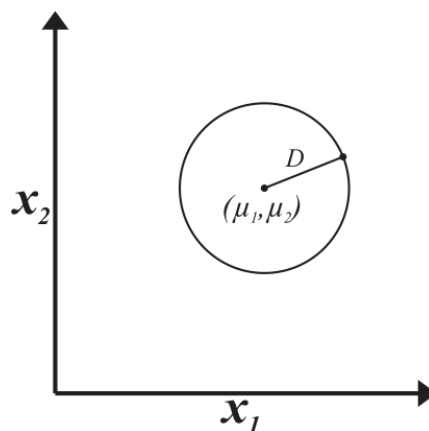
biti interpretirana i iskorišćena u donošenju odluka o statusu procesa. Postoje brojne procedure za postizanje ovih rezultata, a ispod će biti opisane dve procedure.

Pretpostavimo da proces generiše nekorelisane bivarijabilne opservacije, $[x_1, x_2]$, i da želimo da ih predstavimo grafički. Obično se konstruiše dvodimenzionalni *rasuti dijagram* (eng. *scatter plot*) tačaka. Takođe, pretpostavimo da je u interesu da odredimo distancu određene tačke od srednje tačke. Distanca između dve tačke je uvek merena kao jedan broj ili vrednost. Ovo važi bez obzira na to koliko mnogo dimenzija (promenljivih) je umešano u problem.

Uobičajena *pravolinijska Euklidska distanca* meri distancu između dve tačke brojem jedinica koje ih razdvajaju. Kvadratna pravolinijska distanca, recimo D , između tačke $[x_1, x_2]$ i vektora srednje vrednosti populacije $[\mu_1, \mu_2]^T$ je definisana kao

$$(x_1 - \mu_1)^2 + (x_2 - \mu_2)^2 = D^2 \quad (3.3.1)$$

Primitimo da smo uzeli bivarijabilnu opservaciju $[x_1, x_2]$ i konvertovali je u jedan broj D koji predstavlja udaljenost opservacije od srednje tačke. Ukoliko je ova udaljenost D fiksirana, sve tačke koje su na istoj udaljenosti od srednje tačke mogu biti predstavljene kao krug sa centrom koji je srednja tačka i prečnikom koji je jednak D (slika 3.3.1). Takođe, bilo koja tačka koja je locirana unutar kruga ima distancu u odnosu na srednju tačku manju od D .



Slika 3.3.1: Region iste pravolinijske distance [19]

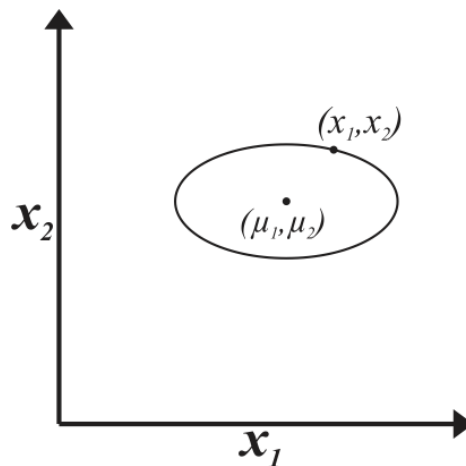
Na žalost, merenje Euklidskom distancom je nezadovoljavajuće za mnoge statističke probleme [139]. Iako svaka koordinata opservacije doprinosi jednako u određivanju pravolinijske distance, ne vodi se računa o varijansama σ_1^2 i σ_2^2 , od promenljivih x_1 i x_2 , respektivno. Kako bismo ispravili ovaj nedostatak, razmotrimo standardizovane vrednosti

$$\frac{(x_1 - \mu_1)}{\sigma_1} \text{ i } \frac{(x_2 - \mu_2)}{\sigma_2} \quad (3.3.2)$$

i sve tačke koje zadovoljavaju relaciju

$$\frac{(x_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(x_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} = (SD)^2 \quad (3.3.3)$$

Vrednost SD , koja je kvadratni koren od $(SD)^2$ u (3.3.3) je poznata kao *statistička distanca*. Za fiksnu vrednost SD , sve tačke koje zadovoljavaju (3.3.3) su na istoj statističkoj distanci od srednje tačke. Graf takve grupe tačaka formiraju elipsu kao što je prikazano na slici 3.3.2. Bilo koja tačka unutar elipse će imati statističku distancu manju od SD , dok će bilo koja tačka locirana van elipse imati statističku distancu veću od SD .



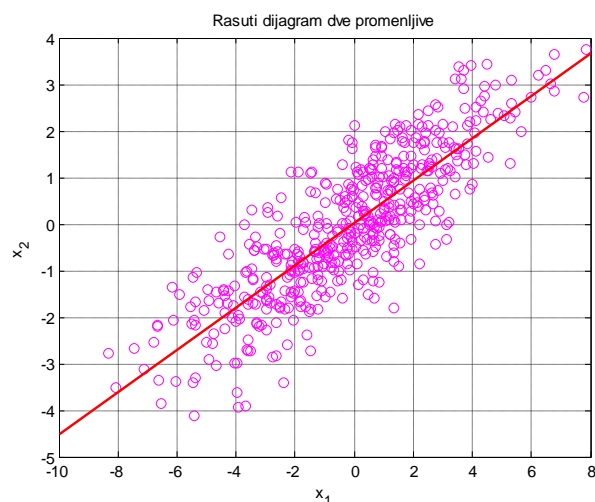
Slika 3.3.2: Region iste statističke distance [19]

Kada poredimo statističku distancu sa pravolinijskom Euklidskom distancom, primećuju se neke znatne razlike. Prvo, pošto su korišćene standardizovane promenljive, statistička distanca je bez dimenzija. Ovo je korisna osobina kod multivarijabilnih procesa, pošto se mnoge promenljive mere u različitim jedinicama.

Drugo, bilo koje dve tačke na elipsi na slici 3.3.2 imaju istu SD , ali mogu imati različite Euklidske distance od srednje tačke.

Glavna razlika između statističke i Euklidske distance, jeste što su dve promenljive koje su korišćene u statističkoj distanci inverzno ponderisane sa njihovom standardnom devijacijom, dok su obe promenljive jednako ponderisane kod pravolinijske distance. Prema tome, promena kod promenljive sa malom standardnom devijacijom će više doprineti statističkoj distanci, nego promena kod promenljive sa velikom standardnom devijacijom.

Pretpostavili smo u diskusiji gore da su ove dve promenljive nekorelisane. Pretpostavimo sada da su ove dve promenljive korelisane. Rasuti dijagram dve pozitivno korelisane promenljive je prikazan na slici 3.3.3.



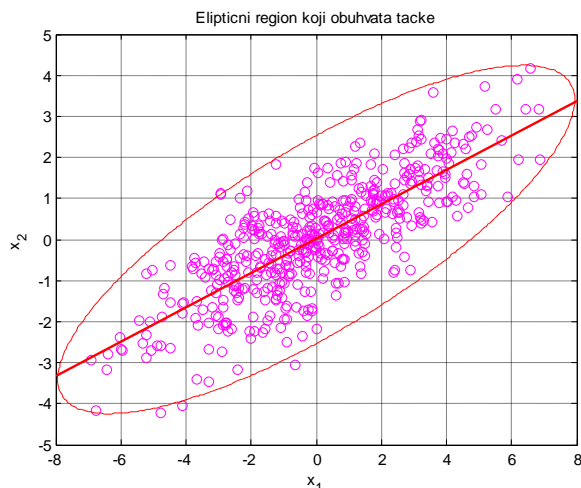
Slika 3.3.3: Rasuti dijagram korelisanih promenljivih

Kako bismo konstruisali meru statističke distance do vektora srednje vrednosti ovih podataka potrebna je generalizacija jednačine (3.3.3). Iz analitičke geometrije, opšta jednačina elipse je data kao

$$a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 = c \quad (3.3.4)$$

gde su a_{ij} određene konstante koje zadovoljavaju relaciju $(a_{12}^2 - 4a_{11}a_{22}) < 0$, a c je fiksna vrednost. Sa odgovarajućim izborom a_{ij} u (3.3.4), možemo da rotiramo elipsu

dok zadržavamo rasuti dijagram dve promenljive fiksiran, dok ne dobijemo odgovarajuće poravnanje. Na primer, elipsa koja je prikazana na slici 3.3.4 je centrirana u srednjoj vrednosti dve promenljive, a nakrivljena je u meri u kojoj su ove dve promenljive korelisane.



Slika 3.3.4: Eliptični region koji obuhvata tačke

3.3.2 T^2 statistika i multivarijabilna normalnost

Pretpostavimo da $[x_1, x_2]$ mogu biti opisane združenom bivarijabilnom normalnom raspodelom. Pod ovom pretpostavkom, statistička distanca između ove tačke i vektora srednje vrednosti $[\mu_1, \mu_2]$ je vrednost promenljivog dela eksponenta bivarijabilne normalne funkcije verovatnoće

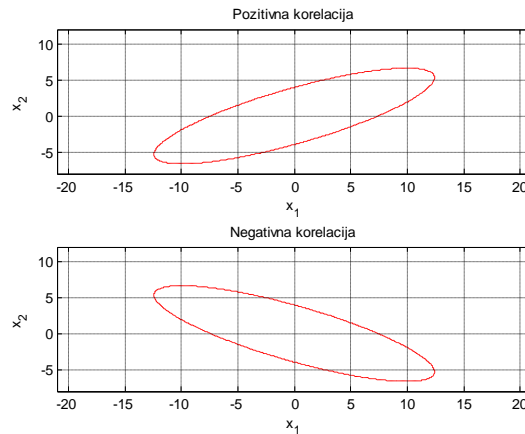
$$f(x_1, x_2) = \left[\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \right] e^{-\frac{1}{2}(SD)^2} \quad (3.3.5)$$

gde $-\infty < x_i < \infty$, za $i=1,2$, i $\sigma_i > 0$ predstavlja standardnu devijaciju od x_i . Vrednost od $(SD)^2$ je data kao:

$$\frac{1}{(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right) + \left(\frac{x_2 - \mu_2}{\sigma_2} \right)^2 \right] = (SD)^2 \quad (3.3.6)$$

gde ρ predstavlja koeficijent korelacije između dve promenljive, sa $-1 \leq \rho \leq 1$.

Međučlan između x_1 i x_2 u (3.3.6) važi zbog činjenice da dve promenljive variraju zajedno i da su zavisne. Kada su korelisane, glavne i minorne ose rezultujuće elipse razlikovaće se od prostora promenljivih $[x_1, x_2]$. Ako je korelacija pozitivna, elipsa će biti nakrivljena desno nagore, a ako je korelacija negativna, elipsa će biti nakrivljena desno nadole. Ovo je ilustrovano na slici 3.3.5. Ako je $\rho = 0$, to znači da nema korelacije između x_1 i x_2 , elipsa će biti orijentisana slično kao elipsa na slici 3.3.2.



Slika 3.3.5: Korelacija i elipse

Jednačina (3.3.6) može biti zapisana i u matričnoj formi:

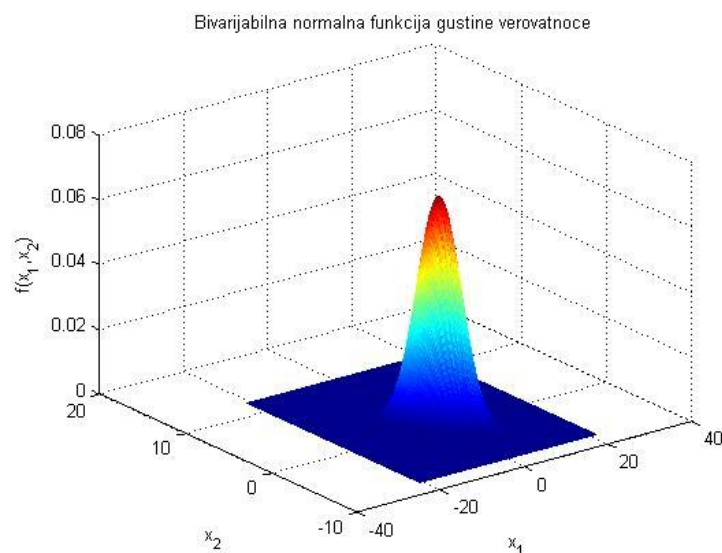
$$(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) = (SD)^2 \quad (3.3.7)$$

gde je $X' = [x_1, x_2]$, $\mu' = [\mu_1, \mu_2]$ i Σ^{-1} je inverzija matrice Σ . Primetimo da je

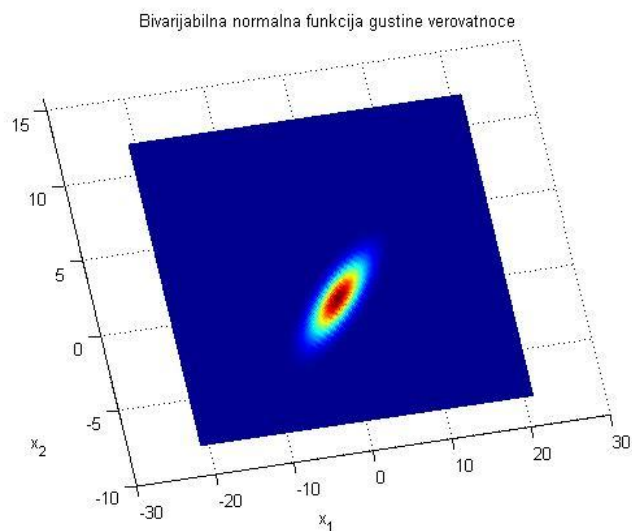
$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$, gde je $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \rho\sigma_1\sigma_2$ kovarijansa između x_1 i x_2 . Izraz (3.3.7) je u

formi *Hotelling*-ove T^2 statistike.

Jednačine za konture bivarijabilne normalne raspodele su dobijene fiksiranjem vrednosti SD u (3.3.6). Ovo može da se vidi geometrijski, ispitivanjem bivarijabilne normalne funkcije gustine verovatnoće na slici 3.3.6.



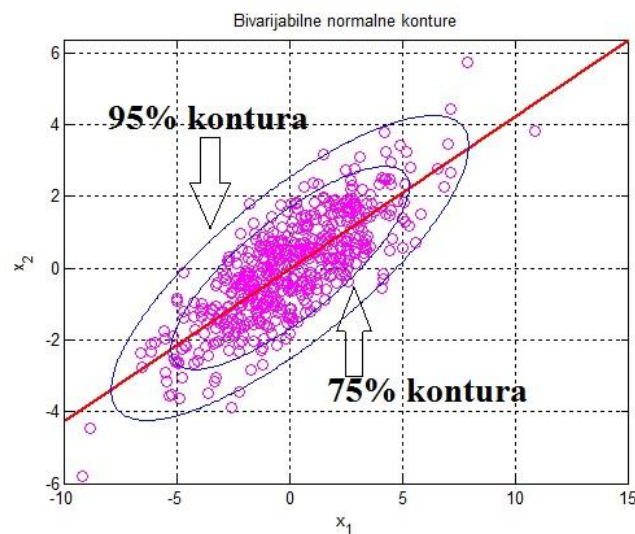
Slika 3.3.6: Bivarijabilna normalna funkcija gustine verovatnoće ($\sigma_1 = 2.6$,
 $\sigma_2 = 1.4$, $\rho = 0.8$)



Slika 3.3.7: Prikaz bivarijabilne normalne funkcije gustine verovatnoće u dve dimenzije

Lokus, ili putanja, tačke $X'=[x_1, x_2]$ koja putuje oko funkcije verovatnoće na konstantnoj visini je elipsa. Elipse konstantne gustine su označene kao konture i mogu biti određene matematički da sadrže konstantnu količinu verovatnoće. Ako bismo rotirali sliku 3.3.6 i predstavili je u dve dimenzije, tačno bismo videli elipsu, kao što je prikazano na slici 3.3.7:

Na primer 75% i 95% konture za bivarijabilnu normalnu funkciju verovatnoće koja je ilustrovana na slici 3.3.6 su prikazane na slici 3.3.8. Eliptičke konture predstavljaju sve tačke koje imaju istu statističku distancu ili T^2 statističku vrednost.



Slika 3.3.8: Bivarijabilne normalne konture koje sadrže 75% i 95% verovatnoće

Ovaj rezultat može biti generalizovan na situaciju gde je $X'=[x_1, x_2, \dots, x_p]$ opisana kao p -varijabilna normalna (multivarijabilna normalna) funkcija verovatnoće koja je data kao:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}T^2} \quad (3.3.8)$$

gde $-\infty < x_i < \infty$, za $i=1,2,\dots,p$.

Vektor srednjih vrednosti od X' je dat kao $\mu' = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]$, a kovarijaciona matrica je data kao

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix} \quad (3.3.9)$$

Dijagonalni elementi σ_{ii} , matrice Σ predstavljaju varijanse i -te promenljive, a nedijagonalni elementi σ_{ij} predstavljaju kovarijanse između i -te i j -te promenljive. Primetimo da je Σ nesingularna, simetrična, i pozitivno definitna matrica. Ovako postavljeno, jednačina za elipsoidalnu konturu multivarijabilne normalne raspodele u (3.3.8) je data sa:

$$T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \quad (3.3.10)$$

gde je T^2 u formi Hotelling-ove T^2 statistike [140]. Kao i u bivarijabilnom slučaju, elipsoidalni region sadrži fiksni procenat multivarijabilne normalne raspodele i može biti određen egzaktno.

3.3.3 Studentova t statistika u odnosu na Hotelling-ovu T^2 statistiku

Univarijabilna Studentova t statistika je veoma poznata većini analitičara podataka. Kod Studentove t raspodele, statistika je računata iz slučajnog uzorka od n opservacija koje su uzete iz populacije koja ima normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću μ i varijansom σ^2 . Njena formula data je sa

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s/\sqrt{n}} \quad (3.3.11)$$

gde je $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ srednja vrednost uzorka, a $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ je odgovarajuća standardna devijacija uzorka. Kvadrat t statistike je dat kao:

$$t^2 = \frac{(\bar{x} - \mu)^2}{s^2/n} = n(\bar{x} - \mu)(s^2)^{-1}(\bar{x} - \mu) \quad (3.3.12)$$

i njena vrednost je definisana kao kvadrat statističke distance između srednje vrednosti uzorka i srednje vrednosti populacije.

Brojilac u (3.3.12) je kvadratna Euklidska distanca između \bar{x} i μ . Prema tome, ovo je mera bliskosti srednje vrednosti uzorka u odnosu na srednju vrednost populacije. Kako \bar{x} postaje bliže μ , vrednost od t^2 teži nuli. Deljenje kvadratne Euklidske distance sa estimiranom varijansom od \bar{x} (odnosno sa s^2/n) proizvodi kvadratnu statističku distancu. Hotelling je proširio univarijabilnu t statistiku na multivarijabilan slučaj koristeći formu T^2 statistike zasnovanu na uzoračkoj estimaciji (radije nego na poznatim vrednostima) kovarijacione matrice.

Razmotrimo uzorak od n opservacija X_1, X_2, \dots, X_n , gde je $X_i' = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}]$, $i=1, 2, \dots, n$ uzeto iz p -varijabilne normalne raspodele sa vektorom srednje vrednosti μ' i kovarijacionom matricom Σ . Multivarijabilna generalizacija t^2 statistike je data kao

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1}(\bar{X} - \mu) \quad (3.3.13)$$

gde su \bar{X} i S uzorački estimatori od μ i Σ definisani kao

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.3.14)$$

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})' \quad (3.3.15)$$

Uzoračka kovarijaciona matrica S takođe može biti izražena kao

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \dots & s_{pp} \end{bmatrix} \quad (3.3.16)$$

gde je s_{ii} varijansa uzorka i -te promenljive i s_{ij} je kovarijansa uzorka između i -te i j -te promenljive.

U smislu raspodele verovatnoće, kvadrat t statistike u (3.3.12) ima formu

$$t^2 = (\text{normalna slučajna promenljiva}) * (\text{hi-kvadrat slučajna promenljiva}/df)^{-1} * (\text{normalna slučajna promenljiva}) \quad (3.3.17)$$

gde df predstavlja $n-1$ stepen slobode hi-kvadrat promenljivih $(n-1)s^2/\sigma^2$, a normalna slučajna promenljiva je data sa $\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)/\sigma$. U ovoj reprezentaciji, slučajna promenljiva x , i slučajna promenljiva, s^2 , su statistički nezavisne. Slično, T^2 statistika, u (3.3.13) može biti izražena kao

$$T^2 = (\text{multivarijabilni normalni vektor})^T * (\text{Wishart-ova matrica}/df)^{-1} * (\text{multivarijabilni normalni vektor}) \quad (3.3.18)$$

gde df predstavlja $n-1$ stepen slobode Wishart-ovih promenljivih, $(n-1)S$, a multivarijabilni normalni vektor je dat sa $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)$. Slučajni vektor \bar{X} i slučajna matrica S su statistički nezavisni. Wishart-ova raspodela u (3.3.18) je multivarijabilna generalizacija univarijabilne hi-kvadrat raspodele.

Koristeći dve forme predstavljene u (3.3.13) i (3.3.18), moguće je proširiti Hotelling-ovu T^2 statistiku kako bi se predstavila kvadratna statistička distanca između mnogo različitih kombinacija p -dimenzionalnih tačaka. Na primer, može se koristiti T^2 statistika za pronalaženje statističke distance između vektora individualnih opservacija X i poznate srednje vrednosti populacije μ , kao i za pronalaženje statističke distance

između vektora individualnih opservacija X i estimacije srednje vrednosti populacije, \bar{X} .

3.3.4 Svojstva raspodele T^2 statistike

Osnovna pretpostavka koja prethodi bilo kojoj diskusiji o svojstvima raspodele *Hotelling-ove* T^2 statistike jeste da su multivarijabilne opservacije koje posmatramo rezultat nasumičnog odabiranja iz p -varijabilne normalne populacije koja ima srednji vektor μ i kovarijacionu matricu Σ . Prema tome, ponašanje nezavisnih opservacija može biti opisano funkcijom verovatnoće kako sa poznatim parametrima, tako i sa nepoznatim.

Ako su parametri nepoznati, pretpostavlja se da postoji istorijski skup podataka (ISP), koji je sakupljen pod nominalnim režimom rada, dok je proces bio pod kontrolom. Ovaj skup podataka se koristi kako bi se estimirali nepoznati parametri.

Potrebno je transformisati p -varijabilne uzoračke opservacije u jedinstvenu *Hotelling-ovu* T^2 statistiku. Pošto su originalne promenljive slučajne, ove nove T^2 vrednosti su takođe slučajne i mogu biti opisane odgovarajućom funkcijom verovatnoće. Na primer, kada su parametri osnovne multivarijabilne normalne raspodele nepoznati i moraju biti estimirani, neka forma univarijabilne F raspodele se koristi da opiše slučajno ponašanje T^2 statistike. Ovo je primenljivo i u univarijabilnom slučaju. Ako t statistika u (3.3.11) može biti opisana sa t raspodelom sa $(n-1)$ stepenom slobode, kvadrat ove statistike, t^2 u (3.3.12), može biti opisan sa F raspodelom sa 1 i $(n-1)$ stepenom slobode.

T^2 statistika može biti izračunata koristeći jednu opservaciju koja je napravljena na p komponenti sa fiksnom periodom odabiranja, ili može biti izračunata koristeći srednju vrednost uzorka veličine m koji je uzet za vreme fiksnog vremenskog perioda. Ukoliko drugačije nije naglašeno u ovoj tezi, podgrupa veličine jedan će biti pretpostavljena za izračunavanje T^2 statistike.

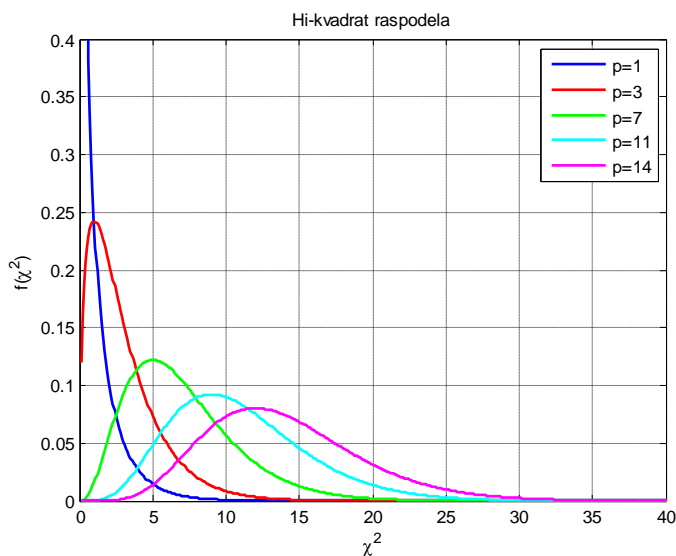
Posebne pretpostavke koje regulišu raspodelu T^2 statistike su podeljene u dva glavna slučaja: parametri μ i Σ osnovne raspodele ili su poznati, ili su nepoznati. Drugi slučaj, kada parametri moraju biti estimirani, takođe imaju dve različite situacije. Prva se javlja kada je opservacioni vektor X nezavisan od estimacija parametara. Nezavisnost će se pojaviti kada X nije uključeno u izračunavanjima za \bar{X} i S , uzoračkim estimacijama od μ i Σ . Druga situacija se javlja kada je X uključeno u izračunavanje estimacija i prema tome nije nezavisno od njih.

Nekoliko različitih funkcija verovatnoće mogu biti korišćene u opisivanju T^2 statistike [141, 142]. Tri ključne forme će biti diskutovane sa sve uslovima pod kojima je svaka od ovih formi primenljiva.

(1) Pretpostavimo da su parametri μ i Σ osnovne multivarijabilne normalne raspodele poznati. T^2 statistika za vektor individualnih opservacija X ima formu i raspodelu datu sa

$$T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \sim \chi^2_{(p)} \quad (3.3.19)$$

gde $\chi^2_{(p)}$ predstavlja hi-kvadrat raspodelu sa p stepeni slobode. T^2 raspodela zavisi samo od p , odnosno od broja promenljivih u opservacionom vektoru X .



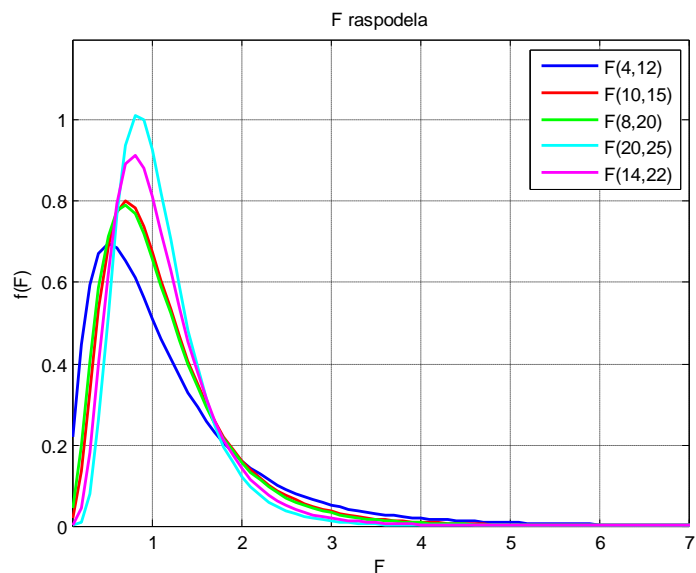
Slika 3.3.9: Hi-kvadrat raspodela

Grafici funkcije hi-kvadrat raspodele za različite vrednosti p dati su na slici 3.3.9. Za manje vrednosti p , primećujemo iskrivljenu raspodelu sa dugim repom na desnoj strani, dok je više simetrična forma primetna za veće vrednosti p . Hi-kvadrat funkcija verovatnoće obezbeđuje raspodelu verovatnoće T^2 vrednosti duž ovih osa.

(2) Pretpostavimo da su parametri osnovne multivarijabilne normalne raspodele nepoznati i da su estimirani koristeći estimatore \bar{X} i S date u (3.3.14) i (3.3.15). Ove vrednosti su dobijene koristeći ISP koji se sastoji od n opservacija. Forma i raspodela T^2 statistike za vektor individualnih opservacija X , koji je nezavisan od \bar{X} i S data je kao:

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \sim \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(p, n-p)} \quad (3.3.20)$$

$F_{(p, n-p)}$ predstavlja F raspodelu sa p i $(n-p)$ stepeni slobode. Raspodela u (3.3.20) zavisi od veličine uzorka iz ISP, kao i od broja promenljivih koje ispitujuemo. Grafici F raspodele, $f(F)$, za različite stepene slobode brojioca i imenioca dati su na slici 3.3.10. Ponovo, možemo da primetimo iskrivljenu raspodelu sa dugačkim repom na desnoj strani.



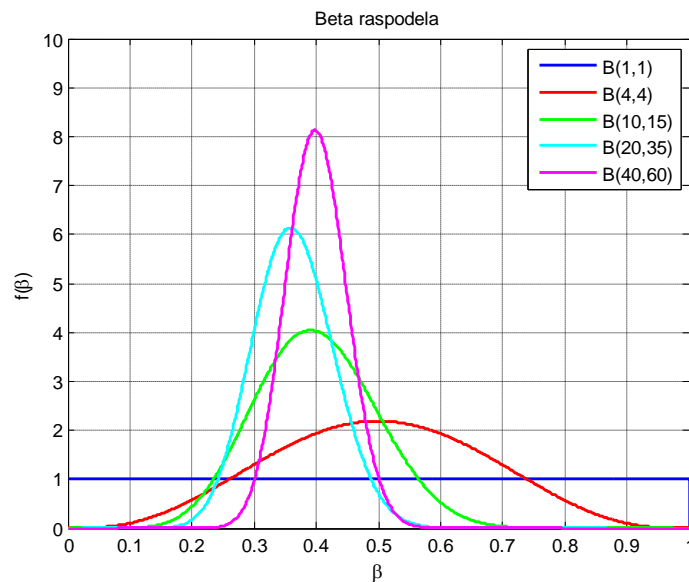
Slika 3.3.10: F raspodela

(3) Pretpostavimo da opservacioni vektor X nije nezavisan od estimatora \bar{X} i S , odnosno da je uključen u njihova izračunavanja. U ovoj situaciji, forma i raspodela T^2 statistike [143] je data kao

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \sim \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] \beta_{(p/2, (n-p-1)/2)} \quad (3.3.21)$$

gde je $\beta_{(p/2, (n-p-1)/2)}$ beta raspodela sa parametrima $p/2$ i $(n-p-1)/2$. Raspodela u (3.3.21) zavisi od broja promenljivih, p , i od veličine uzorka, n , iz ISP.

Od ove tri funkcije verovatnoće koje su gore opisane i koje su iskorišćene da opišu slučajno ponašanje T^2 statistike, beta raspodela je najverovatnije najmanje poznata analitičarima. Za razliku od hi-kvadrat i F raspodele koje dozvoljavaju evaluaciju za bilo koje vrednosti promenljivih koje su veće od nule, beta raspodela $f(B)$ ograničava beta vrednosti na jedinični interval $(0,1)$. Ipak, u ovom intervalu, raspodela može imati mnoge poznate oblike, kao i one koji se mogu pridružiti normalnoj, hi-kvadrat i F raspodeli. Primeri beta raspodele za različite vrednosti parametara dati su na slici 3.3.11.



Slika 3.3.11: Beta raspodela

Naglašeno je ranije da je raspodela koja je korišćena u opisu T^2 statistike kada su parametri osnovne normalne raspodele nepoznati u nekoj formi F raspodele. Ipak, u (3.3.21) koristili smo beta raspodelu da opišemo T^2 statistiku. T^2 , u ovom slučaju, može

biti izražena kao F statistika koristeći relaciju koja postoji između F i beta funkcije raspodele. Rezultat je dat sa

$$B_{(p/2, (n-p-1)/2)} = \frac{pF}{(n-p-1)pF} \quad (3.3.22)$$

gde je

$$F \sim F_{(p, n-p-1)}. \quad (3.3.23)$$

U praksi, generalno, radije biramo da koristimo beta raspodelu, nego F raspodelu u (3.3.22). Iako je ovo urađeno kako bismo naglasili da opservacioni vektor X nije nezavisan od estimacija dobijenih od ISP, obe raspodele su jednako prihvatljive.

Pošto svaka T^2 vrednost dobijena iz ISP zavisi od iste vrednosti od \bar{X} i S , postoji slaba međuzavisnost između T^2 vrednosti. Korelacija između bilo koje dve T^2 vrednosti izračunata iz ISP između T^2 vrednosti je data kao $-1/(n-1)$ [144]. Lako je videti čak i za umerene vrednosti od n , da se ova korelacija veoma brzo približava nuli. Iako ovo nije opravdanje za pretpostavku o nezavisnosti, pokazano je u [145, 146] da kako n postaje veliko, skup T^2 vrednosti se ponaša kao skup nezavisnih opservacija.

3.3.5 Alternativni estimatori kovarijanse

T^2 statistika je svestrana statistika koja može biti konstruisana sa estimatorima kovarijanse koji su drugačiji nego uobičajeni estimator S koji je dat u (3.3.15).

Na primer, Holmes i Mergen 1993. [147], kao i Sullivan i Woodall 1996. [148], označeni kao S&W ispod, predstavili su estimator koji je baziran na uzastopnim razlikama opservacionih vektora po redu pojavljivanja u računanju kovarijacionog estimatora kada su samo individualne opservacije dostupne. Estimator, S_D , dat je kao

$$S_D = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=2}^n (X_i - X_{i-1})(X_i - X_{i-1})' \quad (3.3.24)$$

Raspodela T^2 statistike kada koristimo S_D je nepoznata. Ipak, S&W obezbedili su sledeću aproksimaciju:

$$T^2 = (X - \bar{X})' S_D^{-1} (X - \bar{X}) \sim [(f-1)^2 / f] B_{(p/2, (f-p-1)/2)} \quad (3.3.25)$$

gde je

$$f = 2(n-1)^2 / (3n-4) \quad (3.3.26)$$

bazirano na rezultatu koji je dat u [149]. Primiti da jednačina u (3.3.25) sadrži korekciju u izrazu koji je dat u S&W članku. U određenim situacijama, statistika u (3.3.25) služi kao alternativa uobičajenoj T^2 statistici u detektovanju step i rampa pomeraja u vektoru srednje vrednosti.

Drugi estimatori kovarijanse su konstruisani na sličan način podelom uzorka na različite načine. Na primer, Wierda je sugerisao formiranje estimatora kovarijanse podelom podataka u nezavisne, nepreklapajuće grupe veličine dva [142]. Razmotrimo uzorak veličine n , gde je n parno. Pretpostavimo da je grupa1 = $\{X_1, X_2\}$, grupa2 = $\{X_3, X_4\}, \dots, \text{grupa}(n/2) = \{X_{n-1}, X_n\}$. Estimirana kovarijaciona matrica za svaku grupu $C_i, i=1, 2, \dots, (n/2)$, je

$$C_i = (X_{2i} - X_{2i-1})(X_{2i} - X_{2i-1})' \quad (3.3.27)$$

i estimator kovarijanse koji je baziran na podeli dat je kao

$$S_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n/2} C_i \quad (3.3.28)$$

S&W su predstavili simulacionu studiju od pet alternativnih estimatora kovarijacione matrice i uporedili snagu odgovarajućeg T^2 dijagrama u detektovanju autlajera, kao i u detektovanju step i rampa pomeraja u vektoru srednje vrednosti. U tim poređenjima bili su uključeni uobičajeni estimator, S , dat u (3.3.15), i estimator S_p . Ovi autori pokazali su da sa S, T^2 dijagram za individualne podatke nije efikasan u detektovanju step pomeraja blizu sredine podataka. U ovakvim situacijama, dijagram je pomeren, što znači da je verovatnoća signala sa podacima van kontrole manja nego sa

podacima pod kontrolom. Prema tome, S&W preporučili su estimator kovarijanse, S_D , koji je dat u (3.3.24), za retrospektivnu analizu individualnih opservacija, i pokazali su da su T^2 dijagrami bazirani na S_D moćniji od onih koji su bazirani na S_p . Takođe su pokazali da je T^2 dijagram baziran na S bio najefikasniji u odnosu na one koji su proučavani u detektovanju autlajera, ali su bili osetljivi u pokrivanju sa skromnim brojem autlajera. U nastavku studije, S&W 2000. dali su sveobuhvatan metod za detektovanje step pomeraja ili autlajera, kao i pomeraja u kovarijacionoj matrici.

Chou, Mason i Young 2001. izveli su odvojenu analizu snage T^2 statistike u detektovanju outlajera koristeći pet istih estimatora kovarijanse, kao što su koristili S&W [150]. Oni su takođe pokazali da je uobičajeni estimator, S , najpoželjniji za detektovanje autlajera.

Kada su podaci sakupljeni iz multivarijabilne normale raspodele, uobičajeni estimator kovarijanse ima mnoge zanimljive osobine. Na primer, S je nepomeren estimator i takođe je estimator maksimalne verodostojnosti. Funkcija verovatnoće koja opisuje S je poznata, što je važno u izvođenju raspodele T^2 statistike. Druga važna stvar u vezi sa S koja će biti korisna za kasniju diskusiju jeste ta da je njena vrednost invarijantna na permutaciju podataka. Prema tome, vrednost estimatora je ista bez obzira na to koji je raspored podataka od mnogih mogućih rasporeda X_1, X_2, \dots, X_n korišćen u izačunavanju.

3.3.6 Uzoračka raspodela T^2 statistike

Razmatramo slučajni uzorak veličine n koji je uzet iz multivarijabilne populacije sa konačnim srednjim vektorom μ i kovarijacionom matricom Σ . Kada je pretpostavka o multivarijabilnoj normalnosti u važnosti, raspodela uzorka T^2 statistike može da bude beta raspodela kada je osnovni skup podataka korišćen ili, ako je prikladno, hi-kvadrat ili F raspodela. Ipak, kada je ova multivarijabilna normalnost nevažeća, raspodela uzorka T^2 statistike mora biti aproksimirana.

Kurtosis osnovne multivarijabilne raspodele igra važnu ulogu u aproksimaciji raspodele uzorka T^2 statistike. Da bismo razumeli ovu ulogu, razmotrimo prvo kurtosis, označen kao α_4 , za univarijabilnu raspodelu sa poznatom srednjom vrednošću μ i poznatom standardnom devijacijom σ . Kurtosis je obično definisan kao očekivana vrednost četvrtog standardnog momenta, odnosno:

$$\alpha_4 = E[x - \mu]^4 / \sigma^4 \quad (3.3.29)$$

Ovo je mera “težine” repa raspodele. Na primer, univarijabilna normalna raspodela u obliku zvona ima vrednost kurtosisa 3. Koristeći ovu vrednost kao referentnu vrednost, vrednosti kurtosisa za druge raspodele mogu da se porede sa njom. Ako raspodela ima vrednost kurtosisa koja premašuje 3, onda je označena kao “šiljasta” u odnosu na normalnu raspodelu, a ako je vrednost kurtosisa manja od 3, označena je kao “ravna” u odnosu na normalnu raspodelu.

Na primer, univarijabilna eksponencijalna raspodela ima vrednost kurtosisa 9, dok univarijabilna uniformna i beta raspodela imaju kurtosis manji od 3. Zaključujemo da su uniformna i beta raspodela “šiljastije”. Gama, log-normal i *Weibull*-ove raspodele imaju vrednosti kurtosisa oko 3 i zbog toga su “šiljaste” slično normalnoj raspodeli.

Kad je u pitanju multivarijabilna raspodela, kurtosis mera je blisko povezana sa raspodelom uzorka T^2 statistike. Razmotrimo p -dimenzionalni vektor X , sa poznatim vektorom srednje vrednosti μ i poznatom kovarijacionom matricom Σ i pretpostavimo da je T^2 statistika izračunata koristeći ovaj vektor. Prvi moment uzoračke raspodele je dat kao $E[T^2] = p$. Drugi moment, $E[(T^2)^2]$, može biti izražen u smislu *Mardiine* kurtosis statistike, označene kao $\beta_{2,p}$ [151], i pridružen multivarijabilnoj raspodeli originalnog opservacionog vektora X . Rezultat je dat kao:

$$\beta_{2,p} = E[(T^2)^2] = E\{(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu)\}^2 \quad (3.3.30)$$

Kada X prati multivarijabilnu normalnu raspodelu, $N_p(\mu, \Sigma)$, vrednost kurtosisa u (3.3.30) se redukuje na

$$\beta_{2,p} = E[(T^2)^2] = p(p + 2), \quad (3.3.31)$$

gde je T^2 računata prema jednačini (3.3.21).

Za uzorak veličine n , koji je uzet iz p -dimenzionalne multivarijabilne raspodele sa nepoznatom srednjom vrednošću i kovarijacionom matricom, respektivno, kurtosis uzorka, $b_{2,p}$ je korišćen za procenu $\beta_{2,p}$. Estimacija je data kao

$$b_{2,p} = \left[\frac{n}{(n-1)^2} \right] \sum_{i=1}^n (T_i)^4 \quad (3.3.32)$$

gde je T^2 bazirana na formuli koja je data u (3.3.22). Veza u (3.3.32) indikuje da velike T^2 vrednosti direktno utiču na veličinu kurtosis mere.

Ovaj primer pokazuje da postoje kombinacije mnogo (nezavisnih) univarijabilnih nenormalnih raspodela sa istom vrednošću kurtosis vrednosti koja je postignuta pod pretpostavkom o multivarijabilnoj normalnosti. Za ove slučajeve, srednja vrednost i varijansa T^2 statistike koja je bazirana na nenormalnim podacima iste su kao za T^2 statistiku koja je bazirana na odgovarajućim normalnim podacima. Ovaj rezultat ne garantuje savršeno fitovanje T^2 uzoračke raspodele beta (ili hi-kvadrat ili F) raspodeli, pošto bi to zahtevalo da svi (viši) momenti raspodele uzorka T^2 statistike budu identični sa momentima odgovarajuće raspodele. Ipak, ovakav dogovor u vezi sa nižim momentima sugerise da kod analize podataka koja koristi multivarijabilnu nenormalnu raspodelu, može biti veoma delotvorno da se odredi da li uzoračka raspodela T^2 statistike fituje beta (ili hi-kvadrat ili F) raspodeli. Ako je ovakvo fitovanje dobijeno, podaci mogu biti analizirani kao da je pretpostavka o multivarijabilnoj normalnosti bila tačna.

3.3.7 Primena $Q-Q$ dijagrama u proceni uzoračke raspodele T^2 statistike

Popularna grafička procedura koja je od pomoći u proceni da li skup podataka predstavlja referentnu raspodelu jeste *kvantil-kvantil* (eng. *quantile-quantile*) *dijagram* ili skraćeno $Q-Q$ dijagram [152]. Prema tome, ova tehnika može biti korišćena u proceni uzoračke raspodele T^2 statistike. Naglašavamo da $Q-Q$ dijagram nije formalna test

procedura, već jednostavno vizuelna pomoć za određivanje da li skup podataka može biti aproksimiran poznatom raspodelom. Alternativno, *goodness-of-fit* test može biti korišćen za ovakvo određivanje.

Najpre moramo objasniti pojam *kvantila* i *funkcije kvantila*. Kvantili su tačke koje dele skup opservacija na grupe jednake veličine. Uvek postoji jedan kvantil manje od broja grupa na koji delimo podatke. Na primer *kvartili* su tri tačke koje dele podatke na četiri jednake grupe. Obično kvantili imaju specijalne nazive kao što su kvartili, decili (dele podatke na deset grupa), percentili (dele podatke na sto grupa), itd. Grupe koje su kreirane se nazivaju polovine, trećine, itd., iako se često termin kvantil koristi za samu grupu koja je kreirana, umesto za tačke koje dele podatke na grupe. p -kvantili su vrednosti koje dele konačan skup vrednosti u p podskupova (približno) iste veličine. Postoji $(p-1)$ od p -kvantila, jedan za svaki ceo broj k koji zadovoljava $0 < k < p$. Kvantili se primenjuju na kontinualne raspodele, čime se generalizuje statistika poretka na kontinualnim promenljivim. Kada je poznata kumulativna funkcija raspodele slučajne promenljive, p -kvantili su primena *funkcije kvantila* (inverzna funkcija kumulativne funkcije raspodele) na vrednosti $\{1/p, 2/p, \dots, (p-1)/p\}$.

Označimo X_1, X_2, \dots, X_n kao slučajan uzorak iz populacije sa kontinualnom kumulativnom funkcijom raspodele F_X . Neka F_X bude kontinualna, tako da je verovatnoća nula da bilo koje dve ili više od ovih slučajnih promenljivih imaju istu vrednost. Drugim rečima, F_X je strogo rastuća funkcija. U tom slučaju, postoji jedinstveno uređenje poretka u okviru uzorka. Označimo sa $X_{(1)}$ najmanji u skupu X_1, X_2, \dots, X_n , sa $X_{(2)}$ drugi najmanji, a sa $X_{(n)}$ najveći. Tada $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ predstavlja originalan uzorak posle uređenja u rastućem poretku po vrednosti, i ovakvo uređenje uzorka se naziva *statistika poretka* slučajnog uzorka X_1, X_2, \dots, X_n . Kvantil kontinualne kumulativne funkcije raspodele slučajne promenljive X je realan broj koji deli oblast ispod funkcije gustine verovatnoće na dva dela određene količine. Dovoljno je odrediti oblast levo od tog broja, pošto je cela oblast jednaka jedan. p -ti kvantil (ili $100p$ -ti percentil) od F_X je takva vrednost od X , recimo X_p , tako da $100p$ -ti procenat vrednosti od X u populaciji ima manju ili jednaku vrednost X_p , za bilo koji pozitivan

deo od p ($0 < p < 1$). Drugim rečima, X_p je parametar populacije koji zadovoljava $P(X \leq X_p) = p$, ili u smislu kumulativne funkcije raspodele $F_X(X_p) = p$. Ako je kumulativna funkcija raspodele striktno rastuća, p -ti kvantil je jedinstveno rešenje jednačine $X_p = F_X^{-1}(p) = Q_X(p)$. $Q_X(p)$ nazivamo ($0 < p < 1$) *inverznom funkcijom kumulativne funkcije raspodele*, odnosno *funkcijom kvantila* od slučajne promenljive X . Popularni 4-kvantili se nazivaju *kvantili*. U skladu sa navedenim, prvi kvartil je 0.25-ti kvantil, drugi kvartil je 0.50-ti kvantil (medijana), dok je treći kvartil 0.75-ti kvantil. Oni se takođe mogu označiti kao 25-ti, 50-ti i 75-ti percentil, respektivno. Ekstremni kvantili (kao što je $p=0.95$, 0.99 ili 0.995) raspodele su važni kao kritične vrednosti za test statistiku. Njihovo računanje je veoma važno u mnogim primenama [153]).

$Q-Q$ (kvantil-kvantil) dijagram je dijagram sortiranih kvantila jednog skupa podataka u odnosu na sortirane kvantile drugog skupa podataka. Prilikom crtanja $Q-Q$ dijagrama najčešće se na y -osi nalaze kvantili jedne raspodele, dok se odgovarajući kvantili druge raspodele nalaze na x -osi. Obično se na x -osi crtaju kvantili teoretske raspodele, dok se na y -osi crtaju kvantili skupa podataka čiju raspodelu želimo da ispitamo. $Q-Q$ dijagram tada služi za vizuelnu inspekciju koliko blisko skup podataka koji ispitujemo fituje izabranoj teoretskoj raspodeli. Ako su dve raspodele slične, tačke će ležati blizu linije $y=x$. Veličina uzorka dva skupa podataka ne mora da bude jednaka. Ako su dva uzorka podataka iste veličine, tada $Q-Q$ dijagram jednostavno crta sortirane podatke jednog skupa podataka u odnosu na podatke drugog skupa podataka. Ako dva uzorka nisu iste veličine, tada se obično biraju kvantili koji odgovaraju sortiranim vrednostima manjeg skupa podataka. Kvantili većeg skupa podataka se moraju interpolirati.

Kako bismo napravili $Q-Q$ dijagram da proverimo koliko dobro nam skup podataka fituje teoretskoj raspodeli potrebno je slediti sledeće korake:

1. Sortirati podatke od najmanjeg do najvećeg. To su kvantili podataka čiju raspodelu ispitujemo.
2. Izračunati n jednako udaljenih tačaka na intervalu $(0,1)$, gde je n broj podataka u uzorku. Ove tačke su kumulativne raspodele za kvantile. One će biti korišćene za računanje kvantila teoretske raspodele. Obratiti pažnju da je interval $(0,1)$ otvoren

interval, odnosno da su tačke 0 i 1 isključene kao moguće tačke. Neke raspodele idu u negativnu beskonačnost, pozitivnu beskonačnost (ili oba), tako da dodeljivanje konačnog kvantila kao 0%-kvantil ili 100%-kvantil za takvu raspodelu nije korektno. Izbor ovih n jednako udaljenih tačaka (kvantila) za teoretsku raspodelu naišao je na veliki broj rasprava u literaturi. Jedan od izbora je $(i-3/8)/(n+1/4)$, gde je $i=1, \dots, n$. Drugi popularan izbor je $(i-1/2)/n$, kao i $i/(n+1)$. Za veliko n , ovi izbori su praktično jednaki [154].

3. Koristeći verovatnoće izabrane u koraku 2, izračunati odgovarajuće teoretske kvantile (inverznu kumulativnu funkciju raspodele) jednako udaljenih tačaka odgovarajuće teoretske raspodele.
4. Nacrtati rasuti dijagram sortiranih kvantila uzorka u odnosu na sortirane teoretske kvantile koji su izračunati u koraku 3.
5. Ako su nacrtane tačke pale blizu linije $y=x$, onda je to dokaz koji sugeriše da podaci iz uzorka dobro fituju izabranoj teoretskoj raspodeli.

Na primer, pretpostavimo da imamo osnovni skupu podataka, kada su p -dimenzionalni opservacioni vektori X raspodeljeni kao multivarijabilna normalna raspodela. T^2 vrednosti prate beta raspodelu, tako da možemo napisati

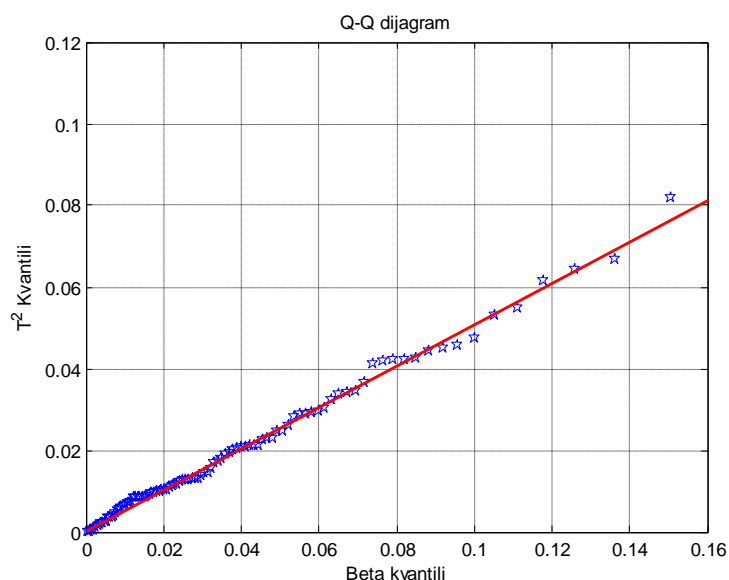
$$[n/(n-1)^2]T^2 \sim B_{[p/2, (n-p-1)/2]} \quad (3.3.33)$$

gde je T^2 statistika bazirana na formuli datoj u (3.3.21). Prema tome, sa osnovnim skupom podataka, mogli bismo da konstruišemo $Q-Q$ dijagram vrednosti uzorka poretka, koje su označene kao $x_{(i)} = [n/(n-1)^2]T_i^2$, u odnosu na odgovarajuće kvantile, $q_{(i)}$, referentne raspodele. Ako $x_{(i)} = [n/(n-1)^2]T_i^2$ može biti opisano sa odgovarajućom beta raspodelom, $\beta_{[p/2, (n-p-1)/2]}$, beta kvantili se mogu izračunati iz odgovarajuće integralne jednačine:

$$P(x \leq q_{(i)}) = \int_0^{q_{(i)}} \beta_{[p/2, (n-p-1)/2]} = P_{(i)} = \frac{[i-1/2]}{n} \quad (3.3.34)$$

Ako $Q-Q$ dijagram podataka rezultuje u aproksimativno pravoj liniji, može se zaključiti da raspodela podataka nije različita od referentne raspodele. Takođe, $Q-Q$ dijagram može da obezbedi dodatan metod za lociranje atipičnih opservacija.

Kako bismo demonstrirali $Q-Q$ dijagram za određivanje da li T^2 statistika prati beta raspodelu, generišemo uzorak veličine $n=100$ iz bivarijabilne normalne raspodele. Odgovarajuće T^2 vrednosti su izračunate i konvertovane u beta vrednosti koristeći (3.3.33). $Q-Q$ dijagram koji odgovara beta raspodeli, sa parametrima koji su jednaki 1 i 24, je konstruisan i predstavljen na slici 3.3.12. $Q-Q$ dijagram je napravljen na način koji je gore opisan. Slika prikazuje približno linearan trend, duž linije od 45 stepeni, dok je poslednjih pet do šest tačaka blago iznad projektovane trend linije. Ovaj oblik sugeriše da T^2 podaci za ovaj uzorak prate beta raspodelu, što je zaključak koji je očekivan s obzirom da su osnovni podaci generisani iz bivarijabilne normalne raspodele.



Slika 3.3.12: $Q-Q$ plot generisanih bivarijabilnih normalnih podataka

Na ovaj način moguće je konstruisati $Q-Q$ dijagram i za druge teoretske raspodele kao što su normalna, hi-kvadrat raspodela, itd. Nekada je potrebno proveriti i marginalne raspodele, iako nam združena raspodela dobro prati teoretsku raspodelu. Dobar pokazatelj marginalnih raspodela jeste histogram individualnih promenljivih.

3.3.8 Određivanje gornje kontrolne granice na T^2 dijagramu u fazi I

Prvi korak u fazi I jeste ukljanjanje autlajera. Pod autlajerom podrazumevamo atipičnu opservaciju koja je locirana na ekstremnoj distanci od glavnog dela uzoračkih podataka. Glavni razlog uklanjanja autlajera iz ISP-a, jeste što njihovo uključivanje može da rezultuje u pomerenim uzoračkim estimacijama vektora srednje vrednosti i kovarijacione matrice populacije, što vodi do netačnih kontrolnih procedura.

Kao što smo ranije naglasili, T^2 statistika može biti opisana sa tri različite funkcije verovatnoće: sa beta, F i hi-kvadrat raspodelom. Beta raspodela se koristi u procesu eliminacije autlajera u fazi I, F raspodela se koristi u razvijanju kontrolne procedure u fazi II, dok se hi-kvadrat raspodela koristi i u fazi I i u fazi II.

Uklanjanje autlajera počinje sa izborom vrednosti α , odnosno izborom verovatnoće greške tipa I. Njena vrednost određuje veličinu $1-\alpha$, odnosno veličinu kontrolnog regiona. Greška tipa I je napravljena ako se opservacija proglašuje autlajerom, a ona zapravo nije autlajer. Kada pravimo takvu grešku, isključujemo dobre opservacije iz ISP. Ove opservacije imaju velike statističke distance od vektora srednje vrednosti i nalaziće se u regionu “repa” pretpostavljene multivarijabilne normalne raspodele. Za male preliminarne uzorke podataka, islučivanje ovakvih opservacija može imati značajan uticaj na estimaciju vektora srednje vrednosti i kovarijacione matrice. Za velike uzorke, ovaj efekat je minimalan.

Situacija je obrnuta kada razmatramo uključivanje autlajera u ISP. Za male uzorke, efekat uključivanja samo jednog autlajera može biti ključan za procenu vektora srednje vrednosti i kovarijacione matrice.

Razmotrimo uklanjanje autlajera u fazi I gde je jedan opservacioni vektor $X'=[x_1, x_2, \dots, x_p]$ posmatran za kontrolu procesa pomoću T^2 statistike. Pretpostavimo da podaci prate multivarijabilnu normalnu raspodelu sa nepoznatim vektorom srednje vrednosti μ i nepoznatom kovarijacionom matricom Σ . Iz preliminarnih podataka dobijamo estimacije od μ i Σ , odnosno \bar{X} i S pomoću procedura koje su opisane u

prethodnim poglavljima. Počinjemo proces uklanjanja autlajera, tako što pravimo inicijalan prolaz kroz preliminarne podatke. Za dati α nivo, svi opservacioni vektori čije su T^2 vrednosti manje ili jednake od UCL će ostati u skupu podataka, odnosno zadržaćemo X ako je zadovoljena relacija:

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \leq UCL \quad (3.3.35)$$

gde je gornja kontrolna granica definisana kao:

$$UCL = \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] \beta_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)} \quad (3.3.36)$$

gde je $\beta_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)}$ gornji α -ti kvantil beta raspodele $\beta_{(p/2, (n-p-1)/2)}$. Ako neki opservacioni vektor ima vrednost koja je već od UCL , on mora biti uklonjen iz preliminarnog skupa podataka. Sa preostalim podacima u preliminarnom skupu podataka računaju se nove estimacije srednje vrednosti i kovarijacione matrice. Sada se pravi drugi prolaz kroz podatke. Ponovo, uklanjaju se svi detektovani autlajeri i proces se ponavlja sve dok se ne dobije homogeni skup opservacija. Konačni skup podataka je ISP.

Sada razmatramo drugi slučaj. Pretpostavimo da uzorački podaci prate multivarijabilnu normalnu raspodelu koja ima poznati vektor srednje vrednosti μ i poznatu kovarijacionu matricu Σ . Pod ovim uslovima, T^2 statistika za opservacioni vektor $X' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ postaje:

$$T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \quad (3.3.37)$$

Za dati α nivo, UCL za proces uklanjanja autlajera je određena koristeći:

$$UCL = \chi_{(\alpha, p)}^2 \quad (3.3.38)$$

gde je $\chi_{(\alpha, p)}^2$ gornji α -ti kvantil hi-kvadrat raspodele sa p stepeni slobode. U ovom trenutku veoma je važno naglasiti da se za veliko n , UCL koja je računata preko beta raspodele približava UCL koja je određena hi-kvadrat raspodelom. Za velike vrednosti p , kao što je na primer $p=30$, vrednosti od n bi trebalo da idu preko 500, kako bi se

opravdala upotreba hi-kvadrat UCL . Poređenje UCL za različite vrednosti n , p i α može se naći u [143].

3.3.9 Određivanje gornje kontrolne granice na T^2 dijagramu u fazi II

Određivanje T^2 statistike u fazi II je veoma slično kao u fazi I. Glavna razlika je u funkcijama verovatnoće koje se koriste u određivanju kontrolnog regiona. Postoje dva slučaja. Prvi je kada su vektor srednje vrednosti i kovarijaciona matrica poznati. Tada se koristi hi-kvadrat raspodela da opiše ponašanje statistike i da se odredi UCL . Drugi slučaj je kada su vektor srednje vrednosti i kovarijaciona matrica nepoznati, pa moraju biti estimirani iz ISP. Tada se koristi F raspodela da opiše ponašanje statistike i za određivanje UCL .

Kada se konstruiše T^2 dijagram, posebna pažnja mora biti posvećena izboru α , odnosno verovatnoći greške tipa I. U fazi II, ova greška se javlja kada zaključimo da opservacija predstavlja signal, a zapravo signal nije prisutan. Pod signalom podrazumevamo podatak koji se nalazi iznad UCL i potiče od nepoželjnih uzroka promenljivosti u procesu, odnosno signal označava da nešto nije u redu sa procesom. Opservacije koje proglašavamo signalima nastaju kada T^2 vrednosti premaše UCL . Prema tome, UCL je prvenstveno određena izborom α . Pravi izbor α je veoma važna odluka, pošto α može biti izabrano tako da T^2 vrednosti premaše UCL , iako opservacija koja je premašila UCL zapravo nije signal. Takođe, vrednost kontrolnog regiona je $1 - \alpha$. Ovo je verovatnoća zaključivanja da je proces pod kontrolom, kada je kontrola zapravo uspostavljena nad svim promenljivama sa procesa.

Neophodno je pomenuti da izbor veličine α zavisi od β , verovatnoće greške tipa II. Ovo je greška koja nastupa kada zaključimo da nema signala, a signal je zapravo prisutan. Greška tipa I i greška tipa II su povezane tako da povećanje jedne greške smanjuje drugu i obrnuto. Ako se napravi greška tipa I, u praksi dolazi do nepotrebne inspekcije procesa, pošto je proces pod kontrolom. Ako se napravi greška tipa II, može se desiti da se propusti specijalan uzrok, odnosno da se ne primeti da proces nije pod

kontrolom. Pošto je greška tipa II mnogo opasnija, veoma malo β je poželjno. Takođe, vrednosti α koje su izabrane za T^2 dijagram u fazi II ne moraju da se slažu sa vrednostima koje su izabrane u fazi I.

Izbor vrednosti α za univarijabilne kontrolne dijagrame odnosi se samo na stepen lažnog alarma za određenu promenljivu koja se posmatra. Veoma često se kontrolne granice na *Shewhart*-ovim kontrolnim dijagramima biraju tako da budu udaljene plus i minus tri standardne devijacije od centralne linije statistike koja je na dijagramu. Ovaj izbor fiksira stepen lažnog alarma α na vrednost 0.0027 i fiksira veličinu kontrolnog regiona na $1-\alpha$, odnosno na 0.9973. Ovo označava da stepen lažnog alarma predstavlja tri opservacije na hiljadu opservacija koje će biti van kontrolnih granica, kada je sistem zapravo pod kontrolom.

Izbor vrednosti α za nadgledanje multivarijabilnog procesa je kompleksniji, zato što predstavlja simultani rizik koji je pridružen čitavom skupu promenljivih [24].

Ako nadgledamo multivarijabilni proces sa p nezavisnih promenljivih, simultani stepen lažnog alarma, izračunat je kao

$$\alpha_s = 1 - (1 - \alpha)^p \quad (3.3.39)$$

gde je α stepen lažnog alarma za svaku individualnu promenljivu. Prema tome, vrednost od α_s raste, kako raste broj promenljivih, p . Na primer ako α ima vrednost 0.0027, simultani lažni alarm α_s za $p=2$ iznosi 0.0053, a ako je $p=4$, ovaj stepen se povećava na 0.0108. U praksi, promenljive obično nisu nezavisne, već su korelisane, što može povećati stepen simultanog lažnog alarma još više.

Razmotrimo slučaj kontinualnog procesa u stabilnom stanju, sa nezavisnim opservacionim vektorima, čiji parametri osnovne normalne raspodele nisu poznati, već moraju biti estimirani. Pretpostavimo da je proces nadgledan opserviranjem jednog opservacionog vektora $X' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ sa p promenljivih u svakom vremenskom trenutku.

T^2 vrednost koja je pridružena X data je sa:

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \quad (3.3.40)$$

gde su uobičajeni estimatori \bar{X} i S dobijeni iz ISP prema procedurama koje su opisane u prethodnom poglavlju. U fazi II, T^2 statistika u (3.3.40) prati F raspodelu koja je data u (3.3.20). Za dato α , UCL je izračunata prema:

$$UCL = \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(\alpha; p, n-p)} \quad (3.3.41)$$

gde je n veličina ISP-a, a $F_{(\alpha; p, n-p)}$ je α -ti kvantil od $F_{(p, n-p)}$.

Bilo koja nova opservacija čija je vrednost iznad UCL proglašava se signalom, i zaključuje se da opservacija nije u skladu sa osnovnim skupom podataka. To znači da su se uslovi promenili od uslova koji su bili u ISP. Iako izolovan signal može biti posledica poremećaja u procesu, višestruki signali često ukazuju na definitivan pomeraj u procesu. U praksi se najčešće postavlja pitanje da li treba reagovati na jedan signal ili čekati da se pojavi više signala i onda proglasiti da je došlo do neželjenih poremećaja u procesu? Inženjer može da izabere da ne reaguje na pojedinačne signale kako bi se minimizirala verovatnoća prevelike kontrole procesa. Obično se posmatra trend, kao i specifični oblici koji se javljaju na T^2 dijagramu i uslovi van kontrole se proglašavaju tek kada je više tačaka iznad UCL . Naravno, neophodne su konsultacije sa operatorima i procesnim inženjerima pre nego što se proglasi da je sistem van kontrole.

Drugi slučaj koji razmatramo jeste kada su parametri osnovne multivarijabilne normalne raspodele podataka sa procesa poznati. Ovaj slučaj može nastupiti kada su dostupne obimne informacije o procesu. Iako ovo nije čest slučaj u praksi, korisno je razmotriti ga, zbog korišćenja UCL koja se računa pomoću hi-kvadrat raspodele.

Ako su parametri osnovne multivarijabilne normalne raspodele poznati, T^2 vrednosti za opservacioni vektor X u fazi II računaju se prema izrazu:

$$T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) \quad (3.3.42)$$

Funkcija verovatnoće koja se koristi da opiše T^2 statistiku je hi-kvadrat raspodela sa p stepeni slobode, kao što je dato u jednačini (3.3.19). Ovo je ista raspodela koja se koristi za uklanjanje autlajera u fazi I. Za datu vrednost α , UCL je određena kao

$$UCL = \chi_{(\alpha,p)}^2 \quad (3.3.43)$$

gde je $\chi_{(\alpha,p)}^2$ gornji α -ti kvantil od $\chi_{(p)}^2$. U ovom slučaju gornja kontrolna granica je nezavisna od veličine ISP.

Hi-kvadrat kontrolne granice se koriste kada su vektor srednje vrednosti i kovarijaciona matrica poznati, ali se isto tako veoma često koriste i kada su nam ovi parametri nepoznati, ali imamo dovoljno veliki ISP ($n > 100$). U tom slučaju umesto da koristimo jednačinu (3.3.41), možemo koristiti hi-kvadrat kontrolnu granicu kao u (3.3.43). Lowry i Montgomery su istakli da kada je broj promenljivih veliki ($p > 9$), najmanje 250 uzoraka mora biti uzeto kako bi hi-kvadrat raspodela bila razumna aproksimacija do korektne vrednosti [156].

3.3.10 Procedure koje ne zavise od raspodele

Kada je beta raspodela za T^2 vrednosti odbačena i ne može biti korišćena u određivanju UCL za T^2 kontrolni dijagram, alternativne procedure su potrebne. Jedan jednostavan, ali konzervativan metod za određivanje UCL -a je baziran na primeni Čebiševljeve teoreme [157]. Teorema glasi da bez obzira na raspodelu od x ,

$$P(\mu - k\sigma < x < \mu + k\sigma) \geq 1 - 1/k^2 \quad (3.3.44)$$

gde je k izabrana konstanta tako da je $k > 1$ i gde su μ i σ^2 srednja vrednost i varijansa, respektivno, od x . Na primer, verovatnoća da će slučajna promenljiva x preuzeti vrednost unutar $k=3.5$ standardnih devijacija od njene srednje vrednosti je najmanje $1 - 1/k^2 = 1 - 1/(3.5)^2 = 0.918$. Suprotno tome, verovatnoća da će x preuzeti vrednost izvan ovog intervala nije veća od $1/k^2 = 1 - 0.918 = 0.082$.

Da bismo iskoristili Čebiševljevu proceduru kod T^2 kontrolnih dijagrama, treba izračunati srednju vrednost \bar{T} i standardnu devijaciju, s_T , od T^2 vrednosti koji su dobijeni iz ISP. Koristeći ovo kao estimacije parametara μ_T i σ_T , od T^2 raspodele, aproksimativna UCL je data kao

$$UCL = \bar{T} + ks_T \quad (3.3.45)$$

Vrednost od k je određena izborom α , verovatnoća opserviranja vrednosti od x van intervala je ograničena sa $\mu \pm k\sigma$, i rešavajući jednačinu

$$\alpha = 1/k^2 \quad (3.3.46)$$

Drugi jednostavan metod za estimaciju UCL-a T^2 statistike je baziran na pronalaženju distribution-free intervala poverenja (IP) za UCL. Ovaj pristup koristi činjenicu da UCL predstavlja $(1 - \alpha)$ -ti kvantil od T^2 raspodele, gde je α stepen lažnog alarma. Conover je dao detaljnu diskusiju o jednostranom i dvostranom IP za p -ti kvantil raspodele [158].

Treći metod za dobijanje aproksimativne UCL jeste fitovanje raspodele T^2 statistici koristeći *kernel smoothing* tehniku [150]. Tada možemo da estimiramo UCL koristeći kvantil od fitovane kernel funkcije raspodele od T^2 . Kernel uglačani pristup može da obezbedi dobru aproksimaciju za UCL od T^2 raspodele, ako je veličina uzorka razumno velika (odnosno $n > 250$). Za manje uzorke, drugi pristupi moraju biti korišćeni.

3.3.11 Izbor veličine uzorka

Mnogo različitih promenljivih je potrebno ispitati u multivarijabilnom procesu, i mnogo različitih parametara je potrebno estimirati. Ovi zahtevi rezultuju u potrebi za velikim uzorcima. Korišćenje T^2 statistike zahteva uzorak u kojem broj opservacija n premašuje broj promenljivih p . Ako je $p < n$, niti inverzna kovarijaciona matrica Σ^{-1} , niti njena estimacija S^{-1} mogu biti izračunati. Ipak, ovo je minimalan zahtev. Dodatno, veliki broj parametara mora biti estimiran kada su vektor srednje vrednosti i

kovarijaciona matrica nepoznati. Kako bismo obezbedili stabilne i tačne estimacije ovih parametara, n mora biti dovoljno veliko. Ovo se javlja zato što imamo p srednjih vrednosti, p varijansi, i $[p(p-1)/2]$ kovarijansi, ili totalno $2p + [p(p-1)/2]$ parametara za procenu. Za veliko p , ovaj broj može biti značajan. Na primer, za $p=10$ moramo da procenimo 65 parametara, dok je za $p=20$, taj broj 230.

Iz gornje diskusije, može se videti da veličina uzorka za multivarijabilni proces može biti velika, posebno kada je p veliko, kada ima mnogo parametara za procenu. Alternativno rešenje za izbor velike veličine uzorka jeste da se traži redukcija dimenzionalnosti multivarijabilnog problema. Ovo može biti postignuto redukovanjem broja parametara koje treba proceniti. Jedno korisno rešenje ovog problema je *PCA* [159].

Poglavlje 4

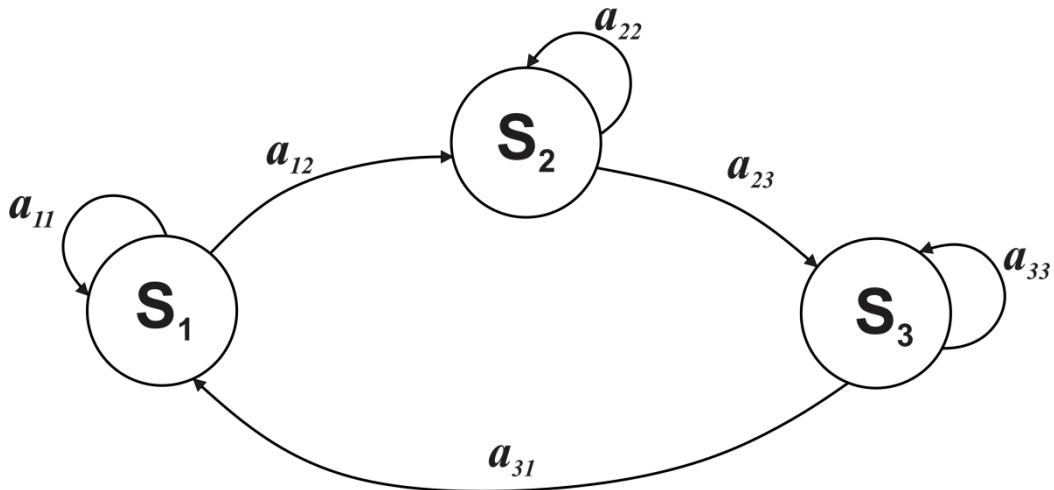
Skriveni Markovljevi modeli

Skriveni Markovljevi model (eng. *Hidden Markov Model*) je statistički model vremenskih serija, čija je osnovna teorija ustanovljena sedamdesetih godina prošlog veka. Veliku primenu skriveni Markovljevi modeli (SMM) najpre su našli u obradi i prepoznavanju govora [15,160], a tek kasnije došlo je do šire primene i razumevanja ovakve metodologije. U poslednjoj deceniji sa naglim razvojem računarskih tehnologija koje su neophodne za potpunu podršku u implementaciji SMM-a, počelo se sa intezivnim korišćenjem SMM-a u rešavanju velikog broja različitih problema u raznim oblastima. SMM se u poslednjoj deceniji veoma uspešno primenjuju u prepoznavanju govora [161, 162], kao i u oblasti bioinformatike, kompjuterske vizije i veštačke inteligencije [163-165]. SMM su stekli veliku popularnost zbog nekih osobina koje mnogi drugi alati za prepoznavanje ne poseduju. SMM su pogodni za modelovanje dinamičkih vremenskih serija, veoma se uspešno primenjuju u klasifikaciji oblika, posebno kod signala koji sadrže veliku količinu informacija, kao i kod nestacionarnih signala. Veoma ih je zgodno primeniti na procese gde je prisutna slaba ponovljivost i reproduktivnost, pa nije jednostavno izdvajanje parametara. Upravo zbog ovih karakteristika SMM se osim u navedenim oblastima sve više primenjuju u rešavanju problema na koje se nailazi u industriji, odnosno u detekciji otkaza, održavanju po stanju, itd. [17, 18, 21, 22, 98, 99, 103,104,166-169]. Takođe, SMM se mogu uspešno koristiti u rešavanju različitih problema u kombinaciji sa drugim alatima kao što su neuralne mreže [170]. U narednim poglavljima dat je opis diskretnog Markovljevog procesa, a zatim njegovo proširenje na SMM, sa detaljnim opisom elemenata koji čine jedan SMM. Na kraju ovog poglavlja data su tri osnovna problema vezana za SMM, kao i algoritmi za njihovo rešavanje.

4.1 Diskretni Markovljevi procesi

Posmatramo sistem koji se u svakom vremenskom trenutku može naći u jednom od N mogućih stanja S_1, S_2, \dots, S_N . Takav sistem prikazan je na slici 4.1, na kojoj je zbog jednostavnosti usvojeno da je $N = 3$.

Sistem može preći iz stanja u stanje u regularnim, ekvidistantnim vremenskim intervalima, a shodno unapred definisanim verovatnoćama. Možemo da uvedemo notaciju q_t koja označava stanje u kome se sistem nalazi u trenutku t . Potpuni opis ovakvog sistema podrazumeva poznavanje verovatnoće da će sistem preći iz jednog u drugo stanje.



Slika 4.1: Markovljev lanac sa tri stanja i izabranom tranzicijom stanja

Za Markovljeve modele je karakteristična sledeća relacija:

$$P[q_t = S_i | q_{t-1} = S_i, q_{t-2} = S_k, \dots] = P[q_t = S_i | q_{t-1} = S_i] \quad (4.1)$$

koja označava da predistorija ne utiče na to u koje će stanje preći sistem u sledećem trenutku, već je od značaja isključivo njegovo trenutno stanje. Takođe, podrazumeva se da se ove verovatnoće ne menjaju tokom vremena, pa se može usvojiti fiksni skup parametara a_{ij} sa sledećim značenjem:

$$a_{ij} = P[q_t = S_j | q_{t-1} = S_i], \quad 1 \leq i, j \leq N \quad (4.2)$$

Koeficijenti a_{ij} se nazivaju *koeficijentima tranzicije* i oni moraju zadovoljiti sledeće uslove:

$$a_{ij} \geq 0 \quad (4.3)$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1 \quad (4.4)$$

Takođe, možemo da usvojimo verovatnoću inicijalnog stanja:

$$\pi_i = P(q_1 = S_i), \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.5)$$

Ovako definisan stohastički proces bi se mogao nazvati *merljivim* Markovljevim modelom. Pojam *merljiv* označava da možemo da pretpostavimo da se u svakom trenutku zna u kom stanju se sistem nalazi, odnosno pretpostavlja se da svakom stanju odgovara neki specifičan skup fizičkih uslova.

4.2 Skriveni Markovljevi modeli

U prethodnom poglavlju dali smo opis Markovljevog modela gde svakom stanju odgovara neki vidljivi, odnosno merljiv događaj. Sada, ovaj kocept možemo proširiti na skrivene Markovljeve modele koji podrazumevaju da su opservacije koje su generisane iz nekog stanja opisane funkcijama verovatnoće. Na taj način dobijamo dvostruki stohastički proces. Prvi proces omogućava tranziciju kroz skup stanja, a drugi proces za zadato stanje generiše niz opservacija. Drugim rečima, imamo skup *verovatnoća tranzicija* za prvi stohastički proces i skup verovatnoća pojave pojedinih simbola iz pojedinih stanja, koje se još nazivaju *emisione verovatnoće*. Zbog toga što imamo opservacije na raspolaganju, a nemamo jasnu predstavu o tome u kom stanju se sistem trenutno nalazi, ovakav Markovljev model se naziva *skriveni* Markovljev model.

Sada možemo formalno definisati elemente SMM-a i objasniti kako se generiše sekvenca opservacija. Skriveni Markovljev model se karakteriše kroz sledeće parametre:

(1) N je broj stanja u modelu. Iako su stanja skrivena, za veliki broj praktičnih problema postoji jasna fizička interpretacija stanja i njihovih fizičkih značenja. U opštem slučaju stanja se definišu tako da se u svako stanje može stići iz bilo kog drugog stanja (to je takozvani ergodični model), međutim, moguće je definisati i drugačiju interkonekciju između stanja. Obično se sa $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ označava skup svih mogućih stanja, a sa q_t stanje modela u trenutku t .

(2) M je broj različitih opservacija koje se mogu realizovati iz stanja i ovaj parametar obično predstavlja dimenziju (kardinalni broj) diskretnog alfabeta. Opservacioni simboli odgovaraju fizičkom merenju modela. Skup ovih simbola se obično označava na sledeći način $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$.

(3) Raspodela *verovatnoća tranzicija* $A = \{a_{ij}\}$ može se napisati kao:

$$a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i], 1 \leq i, j \leq N \quad (4.6)$$

U opštem slučaju u kome se svako stanje može dostići iz bilo kog drugog stanja pretpostavlja se da je $a_{ij} > 0$ za svako i i j . Za neke druge tipove SMM može se *apriori* usvojiti da je $a_{ij} = 0$ za neke specifične parove i i j . Za verovatnoće tranzicije svakako je u važnosti relacija (4.4).

(4) Verovatnoće pojave pojedinih simbola iz pojedinih stanja, $B = \{b_j(k)\}$ gde je:

$$b_j(k) = P[V_k \text{ u } t | q_t = S_j], 1 \leq j \leq N, 1 \leq k \leq M \quad (4.7)$$

Obično se verovatnoće $b_j(k)$ nazivaju emisione verovatnoće.

(5) Inicijalna raspodela stanja $\pi = \{\pi_i\}$ gde je

$$\pi_i = P[q_1 = S_i], 1 \leq i \leq N \quad (4.8)$$

Drugim rečima, skriveni Markovljev model opisan je tripletom A, B i π , odnosno može se napisati i u skraćenoj notaciji kao

$$\lambda = (A, B, \pi) \quad (4.9)$$

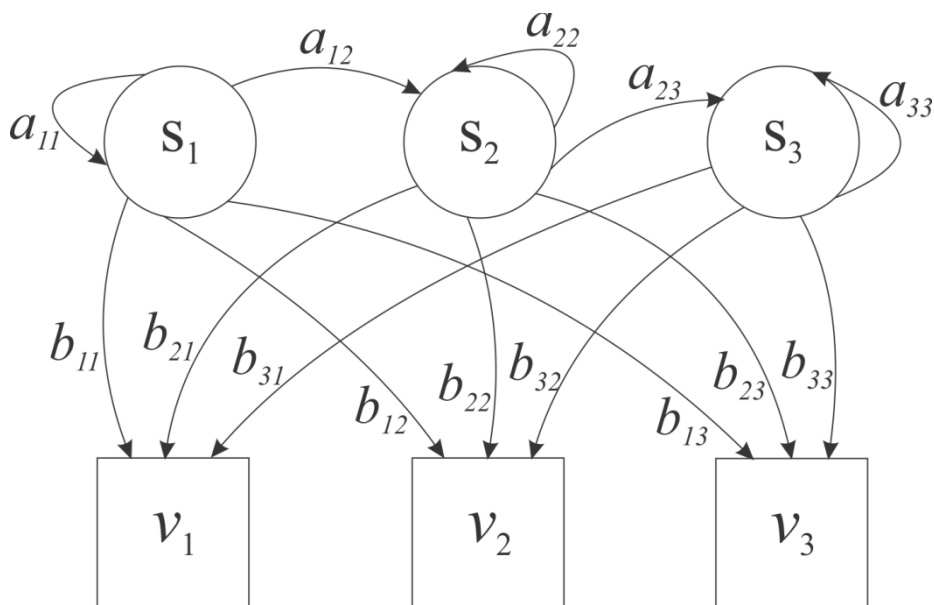
Na osnovu zadatih vrednosti za N , M , A , B i π , SMM može da generiše odgovarajuću sekvencu opservacija

$$O = O_1 O_2 \dots O_T \quad (4.10)$$

pri čemu svaka od opservacija O_i označava neki od simbola skupa V , dok T označava ukupan broj opservacija u sekvenci. Postupak generisanja sekvenci opservacija realizuje se kroz sledeći niz koraka:

1. Izabere se inicijalno stanje $q_1 = S_j$ shodno inicijalnoj raspodeli verovatnoća π .
2. Postavi se vreme $t=1$.
3. Izabere se $O_i = v_k$ shodno verovatnoćama pojave simbola za stanje S_j , $b_j(k)$.
4. Izvrši se tranzicija u novo stanje $q_{t+1} = S_i$ na osnovu raspodela verovatnoća za tranziciju stanja, odnosno a_{ij} .
5. Postavi se vreme $t = t + 1$, i vrati se na korak 3, ukoliko je $t < T$, inače se završava procedura.

Gornja procedura se može koristiti kao generator opservacija, a istovremeno kao model koji opisuje sekvencu opservacija za zadati SMM. Primer strukture SMM-a koji ima tri stanja, prikazan je na slici 4.2.



Slika 4.2: Skriveni Markovljev model sa tri stanja

4.3 Tri osnovna problema vezana za skrivene Markovljeve modele

Sada možemo definisati tri osnovna problema koja se javljaju prilikom formiranja SMM-a, kao i kod primene već postojećeg SMM-a.

Problem 1: Ako pretpostavimo da nam je data sekvenca opservacija $O = O_1O_2\dots O_T$ i model $\lambda=(A, B, \pi)$, kako da efikasno izračunamo verovatnoću $P(O/\lambda)$ da je taj model generisao takvu sekvencu opservacija?

Problem 2: Ako nam je data sekvenca opservacija $O = O_1O_2\dots O_T$ i model $\lambda=(A, B, \pi)$, kako da odredimo odgovarajuću sekvencu stanja $Q = q_1q_2\dots q_T$ koja za zadati model najviše odgovara dobijenoj sekvenci opservacija?

Problem 3: Kako da odredimo parametre SMM-a, $\lambda=(A, B, \pi)$, ako nam je na raspolaganju sekvenca opservacija, odnosno kako da maksimiziramo $P(O/\lambda)$?

Problem 1 je takozvani *evaluacioni problem* i on predstavlja postupak kojim se računa verovatnoća generisanja neke opservacije iz poznatog modela. Ovaj problem predstavlja problem ocene u kojoj meri neka sekvenca odgovara usvojenom modelu.

Problem 2 postavlja problem rešavanja skrivenosti u skrivenim Markovljevim modelima, i on pokušava da nam odgovori na pitanje koja logična sekvenca stanja odgovara dobijenoj sekvenci opservacija.

Problem 3 se najčešće javlja na samom početku prilikom formiranja SMM-a. Polazi se od skupa merenja koja su predstavljena u formi sekvence opservacija. Cilj je da se SMM obuči tako što će se odrediti njegovi parametri, tako da on najbolje fituje prikupljenim merenjima. Ovaj problem se još naziva problem *obučavanja*.

Ispod će biti data matematička rešenja za sva tri navedena problema skrivenih Markovljevih modela. Još detaljniji opis može se naći u [15].

Rešenje problema 1

Cilj je odrediti verovatnoću pojave sekvence opservacija $O = O_1 O_2 \dots O_T$ pod pretpostavkom da je SMM dat tripletom $\lambda = (A, B, \pi)$. Najjednostavniji način jeste da se se uzmu u obzir sve moguće sekvence stanja. Zamislamo jednu fiksnu sekvencu stanja

$$Q = q_1 q_2 \dots q_T \quad (4.11)$$

gde je sa q_1 označeno inicijalno stanje. Tada je verovatnoća sekvence opservacija pod pretpostavkom poznate sekvence stanja i modela jednaka:

$$P(O | Q, \lambda) = \prod_{i=1}^T P(O_i | q_i, \lambda) \quad (4.12)$$

pri čemu je pretpostavljena statistička nezavisnost opservacija. Odatle se dobija:

$$P(O | Q, \lambda) = b_{q_1}(O_1) \cdot b_{q_2}(O_2) \dots b_{q_T}(O_T) \quad (4.13)$$

Sa druge strane verovatnoća sekvence stanja se može napisati u formi:

$$P(Q | \lambda) = \pi_{q_1} a_{q_1 q_2} a_{q_2 q_3} \dots a_{q_{T-1} q_T} \quad (4.14)$$

Združena verovatnoća sekvence stanja i opservacija je proizvod pojedinih marginalnih verovatnoća:

$$P(O | Q, \lambda) = P(O | Q, \lambda) P(Q, \lambda) \quad (4.15)$$

Konačno se verovatnoća sekvence opservacija dobija sumiranjem odgovarajućih združenih verovatnoća pomnoženih sa odgovarajućim marginalnim verovatnoćama sekvenci stanja:

$$P(O | \lambda) = \sum_Q P(O | Q, \lambda) P(Q | \lambda) = \sum_{q_1, q_2, \dots, q_T} \pi_{q_1} b_{q_1}(O_1) a_{q_1 q_2} b_{q_2}(O_2) \dots a_{q_{T-1} q_T} b_{q_T}(O_T) \quad (4.16)$$

Iako poslednji izraz deluje prilično jednostavno, numerička složenost njegovog izračunavanja je vrlo velika. On zahteva $(2T-1)N^T$ množenja i N^T-1 sabiranja. Za slučaj modela sa $N=5$ stanja i dužine sekvence $T=100$, broj operacija je reda veličine

10^{72} što postaje teško izvodljivo u realnom vremenu. Otuda je dosta veliki napor uložen da se dođe do procedure koja je numerički značajno jednostavnija. Takva procedura se naziva *Forward-Backward* procedura.

Definišimo forward promenljivu $\alpha_t(i)$ na sledeći način:

$$\alpha_t(i) = P(O_1 O_2 \dots O_t, q_t = S_i | \lambda) \quad (4.17)$$

koja predstavlja verovatnoću dela opservacije O_1, O_2, \dots, O_t (do trenutka t) sa događajem da je u trenutku t aktivno stanje S_i . Tada se ove *forward* promenljive mogu dobiti induktivno:

1) Inicijalizacija:

$$\alpha_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.18)$$

2) Indukcija:

$$\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) a_{ij} \right] b_j(O_{t+1}), \quad 1 \leq t \leq T-1, \quad 1 \leq j \leq N \quad (4.19)$$

3) Terminacija:

$$P(O | \lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i) \quad (4.20)$$

Korak 1 inicijalizuje *forward* verovatnoću kao združenu verovatnoću za stanje S_i i opservaciju O_1 . Indukcioni korak je najznačajniji u ovom algoritmu. On omogućava da se u stanje S_j može doći u trenutku $t+1$ iz N različitih stanja u trenutku t . Relacija (4.19) se izračunava za svako stanje j , $1 \leq j \leq N$ i za sve vremenske trenutke $t = 1, 2, \dots, T-1$. Na kraju, korak 3 daje konačno izračunatu verovatnoću $P(O | \lambda)$ kao sumu *forward* promenljivih $\alpha_t(j)$ jer je

$$\alpha_t(i) = P(O_1 O_2 \dots O_T, q_T = S_i | \lambda) \quad (4.21)$$

Na ovaj način za rešenje problema 1 potrebno je N^2T izračunavanja (što za slučaj $N=5$ i $T=100$ rezultuje sa 3000 izračunavanja umesto prethodno sračunatih 10^{72}).

Izračunavanje takozvanih *forward* verovatnoća je zasnovano na *letis* (eng. *lattice*) strukturi. Ključni korak u ovoj strukturi je da svakom od N stanja u modelu odgovara po jedan čvor u letis strukturi. Na taj način se svih mogućih N podsekvenci skuplja u N čvorova, bez obzira na to koliko je sekvenca opservacije duga.

Na sličan način se mogu sračunati i takozvane *backward* verovatnoće $\beta_t(i)$ definisane na sledeći način:

$$\beta_t(i) = P(O_{t+1}O_{t+2}\dots O_T | q_T = S_i, l) \quad (4.22)$$

Ovaj izraz predstavlja verovatnoću dela opservacije od trenutka $t+1$ pa do kraja, ukoliko se zna stanje S_i u trenutku t i ukoliko je poznat model λ . Ponovo se ove verovatnoće mogu izračunavati induktivno, kroz sledeće korake:

1) Inicijalizacija:

$$\beta_T(i) = 1, \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.23)$$

2) Indukcija

$$\beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(O_{t+1}) \beta_{t+1}(j), \quad t = T-1, T-2, \dots, 1, \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.24)$$

Inicijalni korak 1 potpuno neodređeno inicijalizuje vrednosti verovatnoća na 1 za svako i . Korak 2 omogućava da ukoliko želimo da budemo u stanju S_i u trenutku t , moramo da uzmemo u obzir sva moguća stanja u kojima se možemo naći u trenutku $t+1$, sa odgovarajućim verovat

Rešenje problema 2

Za razliku od problema 1 za koji postoji egzaktno rešenje, u slučaju problema 2 postoji veći broj rešenja u cilju nalaženja "optimalne" sekvence stanja koja se pridružuje izmerenoj sekvenci opservacija. Problem je kako definisati optimalni niz stanja, jer je moguće navesti veći broj različitih kriterijuma optimalnosti. Na primer, jedan od

kriterijuma može usvojiti stanje q_t koje je samo po sebi najverovatnije (najverodostojnije). Ovaj kriterijum maksimizira očekivani broj korektno izabranih individualnih stanja. U cilju implementacije ovakvog kriterijuma u rešavanje drugog problema, uvedimo sledeću promenljivu:

$$\gamma_t(i) = P(q_t = S_i | O, \lambda) \quad (4.25)$$

koja predstavlja verovatnoću da je sistem u trenutku t bio u stanju S_i , ako nam je data sekvenca opservacija O uz poznavanje modela λ . Relacija (4.25) se može jednostavno predstaviti kao *forward-backward* promenljiva:

$$\gamma_t(i) = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{P(O | \lambda)} = \frac{\alpha_t(i)\beta_t(i)}{\sum_{i=1}^N \alpha_t(i)\beta_t(i)} \quad (4.26)$$

Pri tome je jasno da postoji ograničenje u sledećoj jednakosti:

$$\sum_{i=1}^N \gamma_t(i) = 1 \quad (4.27)$$

Prema tome, izbor optimalnog stanja u trenutku t se može izvršiti shodno sledećoj relaciji:

$$q_t = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\gamma_t(i)], \quad 1 \leq t \leq T \quad (4.28)$$

Iako relacija (4.28) maksimizira očekivani broj korektnih stanja (birajući najverovatnije u svakom trenutku t) mogu se pojaviti neki problemi u tako generisanoj sekvenci. Na primer, ako SMM ima nultu verovatnoću za neku tranziciju stanja (ako je recimo $a_{ij} = 0$ za neko i i neko j) lako se može desiti da se u optimalnoj trajektoriji pojavi ovakva tranzicija, mada je ona nemoguća. Ovakav događaj je moguć jer relacija (4.28) bira pojedinačna najverovatnija stanja ne vodeći računa o njihovoj tranziciji.

Jedno od mogućih rešenja jeste da se gore navedeni kriterijum malo modifikuje. Jedan način je da se biraju parovi optimalnih stanja (q_t, q_{t+1}) ili tripleti (q_t, q_{t+1}, q_{t+2}) . Iako ovakvi kriterijumi za neke od aplikacija mogu biti svrsishodni, najčešće korišćeni kriterijum jeste da se direktno određuje jedna najverovatnija sekvenca stanja $P(Q/O, \lambda)$, što je ekvivalentno maksimizaciji kriterijuma $P(Q/O, \lambda)$. Formalna tehnika

za određivanje najbolje sekvence je zasnovana na metodi dinamičkog programiranja i naziva se *Viterbijevim algoritmom*. Viterbijev algoritam traži najbolju sekvencu stanja $Q = \{q_1 q_2 \dots q_T\}$ na osnovu sekvenci opservacija $O = \{O_1 O_2 \dots O_T\}$, i u tom cilju zahteva izračunavanje sledeće vrednosti:

$$\delta_t(i) = \max_{q_1, q_2, \dots, q_{t-1}} P[q_1 q_2 \dots q_t = i, O_1 O_2 \dots O_t | \lambda] \quad (4.29)$$

koja predstavlja najveću verovatnoću duž jedne putanje, u trenutku t , koja uzima u obzir prvih t opservacija, a završava u stanju S_i . Indukcijom se dobija

$$\delta_{t+1}(j) = [\max_i \delta_t(i) a_{ij}] \cdot b_j(O_{t+1}) \quad (4.30)$$

Da bi se generisala željena sekvencu opservacija, neophodno je pratiti trag najboljih argumenata, te je na taj način predložena sledeća iterativna procedura:

1) Inicijalizacija

$$\delta_1(i) = \pi_i b_i(O_1), \quad \psi_1(i) = 0, \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.31)$$

2) Rekurzija:

$$\delta_t(j) = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}] b_j(O_t), \quad 2 \leq t \leq T, \quad 1 \leq j \leq N \quad (4.32)$$

$$\psi_t(j) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_{t-1}(i) a_{ij}], \quad 2 \leq t \leq T, \quad 1 \leq j \leq N \quad (4.33)$$

3) Terminacija

$$p^* = \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (4.34)$$

$$q_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_T(i)] \quad (4.35)$$

4) Backtracking putanja (sekvenca stanja):

$$q_t^* = \psi_{t+1}(q_{t+1}^*), \quad t = T-1, T-2, \dots, 1 \quad (4.36)$$

Rešenje problema 3

Primetimo da je rešenje problema 3 najkomplicovanije i ono zahteva da se na osnovu niza sekvenci opservacija odrede parametri modela $\lambda=(A, B, \pi)$. Nema načina da se analitički reši problem određivanja parametara modela za zadatu sekvencu. Ideja je da se izabere takav model $\lambda=(A, B, \pi)$ koji će maksimizirati $P(O|\lambda)$, a procedura je iterativna i naziva se *Baum-Welch*-ov algoritam. Najpe se definiše parametar $\xi_t(i, j)$ koji predstavlja verovatnoću da je model bio u stanju S_i u trenutku t , a u stanju S_j u trenutku $t+1$, pod uslovom izmerenih opservacija:

$$\xi_t(i, j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda) \quad (4.37)$$

Uzimajući u obzir prethodno definisane *forward* i *backward* koeficijente, dalje možemo pisati:

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{P(O|\lambda)} = \frac{\alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_t(i)a_{ij}b_j(O_{t+1})\beta_{t+1}(j)} \quad (4.38)$$

Već je definisan parametar $\gamma_t(i)$, pa se ovaj parametar lako dobija sumiranjem parametara $\xi_t(i, j)$:

$$\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j) \quad (4.39)$$

Ukoliko sumiramo koeficijente $\gamma_t(i)$ po indeksima vremena t , dobićemo vrednost koja se može interpretirati kao očekivani broj pojave stanja S_i u sekvenci. Slično, sumiranjem koeficijenata $\xi_t(i, j)$ po promenljivoj $t=1,2,\dots,T-1$ dobija se koeficijent koji se može interpretirati kao očekivani broj prelazaka iz stanja S_i u stanje S_j . Na osnovu toga možemo pisati:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) = \text{očekivani broj tranzicija od } S_i \quad (4.40)$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j) = \text{očekivani broj tranzicija od } S_i \text{ do } S_j \quad (4.41)$$

Prema gore navedenim relacijama, predlaže se sledeća estimaciona procedura:

$$\bar{\pi}_i = \text{očekivana frekvencija (broj puta) u stanju } S_i \text{ u trenutku } (t=1) = \gamma_1(i) \quad (4.42)$$

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\text{očekivani broj prelaza iz stanja } S_i \text{ u stanje } S_j}{\text{očekivani broj prelaza iz stanja } S_i} = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)} \quad (4.43)$$

$$\bar{b}_j(k) = \frac{\text{očekivani broj puta u stanju } j \text{ i opserviranje simbola } v_k}{\text{očekivani broj puta u stanju } j} = \frac{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^T \gamma_t(j)} \quad (4.44)$$

Treba naglasiti da navedena procedura rezultuje lokalnim maksimumom, odnosno ne garantuje se doseganje globalnog maksimuma usvojene kriterijumske funkcije. Takođe treba dati još dva značajna komentara. Prvi je da navedena reestimaciona procedura u svakom koraku zadovoljava sledeća ograničenja:

$$\sum_{i=1}^N \bar{\pi}_i = 1 \quad (4.45)$$

$$\sum_{j=1}^N \bar{a}_{ij} = 1, \quad 1 \leq i \leq N \quad (4.46)$$

$$\sum_{k=1}^M \bar{b}_j(k) = 1, \quad 1 \leq j \leq N \quad (4.47)$$

Konačno, ukoliko bismo u postupak estimacije parametara modela krenuli metodom parcijalnih izvoda po verovatnoći $P(O/\lambda)$ uz uključivanje pomenutih ograničenja, dobili bismo sledeće jednakosti:

$$\pi_i = \frac{\pi_i \frac{\partial P}{\partial \pi_i}}{\sum_{k=1}^N \pi_k \frac{\partial P}{\partial \pi_k}} \quad (4.48)$$

$$a_{ij} = \frac{a_{ij} \frac{\partial P}{\partial a_{ij}}}{\sum_{k=1}^N a_{ik} \frac{\partial P}{\partial a_{ik}}} \quad (4.49)$$

$$b_j(k) = \frac{b_j(k) \frac{\partial P}{\partial b_j(k)}}{\sum_{\ell=1}^M b_j(\ell) \frac{\partial P}{\partial b_j(\ell)}} \quad (4.50)$$

Svaka od ovih relacija ima svoj iterativni reprezent u relacijama (4.42), (4.43) i (4.44).

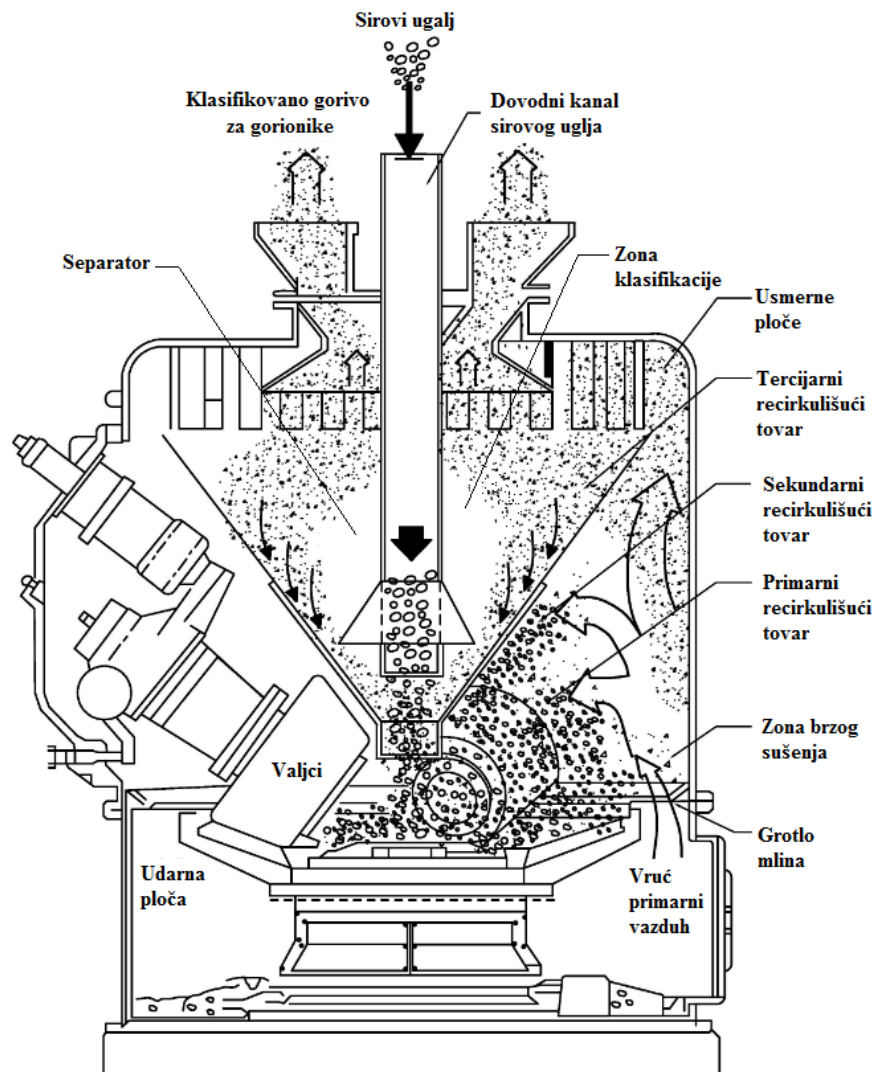
Poglavlje 5

Opis nove tehnike prediktivnog održavanja

Termoelektrane su najveći proizvođači električne energije u Srbiji, doprinoseći sa više od 65% u ukupnom napajanju električnom energijom. Kako bi se obezbedila njihova stabilnost i operativna efikasnost potrebno je nadgledati njihove glavne podsisteme i individualne komponente. Na ovaj način moguće je na vreme detektovati bilo koju promenu u ponašanju, ili otkaz, a samim tim i povećati energetska efikasnost i smanjiti finansijske gubitke elektroprivrede.

Jedan od ključnih podsistema u termoelektranama je podsistem za mlevenje uglja. Fizička struktura ovog sistema prikazana je na slici 5.1. Naime, tokom rada sistema sirovi ugalj ulazi kroz kanal padajući na udarnu ploču koja rotira konstantnom brzinom. Ugalj se tada pomera napolje pod dejstvom centrifugalne sile i ide ispod tri nepokretna valjka gde se odigrava njegovo mlevenje. Ugalj koji je izašao napolje pomera se napred ka grotlu mlina gde se meša sa veoma vrućim primarnim vazduhom. Teže čestice uglja se odmah vraćaju nazad do udarnih ploča kako bi se dalje samlele, dok se lakše čestice povlače sa protokom vazduha i odlaze u deo za separaciju. Separator sadrži veliku količinu čestica uglja amortizovanu od strane moćnog protoka vazduha. Dodatno, neke od čestica koje su povučene u primarni miks vazduh-ugalj gube svoju brzinu i padaju na ploče mlina (kao što je prikazano) za dalje mlevenje dok čestice koje putuju dovoljno brzo ulaze u zonu za klasifikaciju. Ove čestice ulaze u kovitlac pod uticajem usmernih ploča. Lakše čestice su izvučene iz dobijenog vrtloga kao klasifikovano gorivo u vidu sitnog praha koje ide u gorionike, dok teže čestice udaraju stranu kupe klasifikatora i padaju nazad na ploču mlina na dalju obradu. Kao i separator, i klasifikator sadži značajnu masu zadržanog uglja. Ove mase uglja, zajedno sa masom uglja na ploči mlina

i tri recirkulišuća tovara, primarnim, sekundarnim i tercijarnim, igraju glavnu ulogu u dinamičkom ponašanju mlina.



Slika 5.1: Podsystem za mlevenje uglja [171]

U ovoj tezi analiziran je jedan takav sistem u termoelektrani „TEKO“ (Srbija). Kao što je gore opisano uglj se unutar mlina melje udarom i trenjem o pokretne udarne ploče koje rotiraju oko centra mlina. Jedini način da se proveriti trenutno stanje udarnih ploča jeste da se ceo podsystem zaustavi i otvori, pa da se izvrši vizuelna inspekcija stanja ploča. Drugim rečima, u termoelektrani “TEKO” primenjuje se planirano održavanje koje garantuje da će udarne ploče biti zamenjene pre nego što postanu disfunkcionalne. Međutim, nedostatak ovakvog održavanja jeste često zaustavljanje podsystema za mlevenje uglja, što u slučaju kada se utvrdi da zamena nije neophodna,

dovodi do velikih finansijskih gubitaka. Na slici 5.2 prikazane su udarne ploče u dva stanja, na levoj slici je nova ploča, odmah nakon zamene, a na desnoj slici je istrošena ploča, neposredno pred zamenu.

Rešenje ovog problema predloženo je u ovoj tezi primenom prediktivnog održavanja. Za prognozu otkaza izabran je pristup koji je zasnovan na podacima nadgledanja stanja. U okviru ovog pristupa izabrana je tehnika koja je zasnovana na pokretnim podacima. Ova tehnika izabrana je zato što za tehniku koja je zasnovana na modelu treba tačan model ovog sistema koji je jako kompleksan. U [171] se može naći koristan fizički model mlina, takozvani model izjednačenja mase (eng. *mass balance model*) koji ima 76 običnih diferencijalnih jednačina i poznatiji je kao model zasnovan na znanju (eng. *knowledge-based model*) [172]. Takođe, mogu se pronaći i drugi modeli, ali osnovni problem jeste provera tačnosti modela na realnim podacima koji su slabo dostupni. Sa druge strane prognoza otkaza koja je zasnovana na iskustvu nije razmatrana zbog promenljivih statistika podataka i zbog nedovoljne količine podataka. Zbog svega navedenog izabrana je tehnika zasnovana na pokretnim podacima.



Slika 5.2: Izgled nove (levo) i istrošene (desno) udarne ploče mlina

Kao što je objašnjeno u poglavlju 2, prvi korak u programu održavanja po stanju jeste prikupljanje podataka. Za detekciju stanja mlinova u ovom radu koriste se akustički signali snimljeni u blizini mlina. Akustički signali dobijeni su snimanjem ventilatorskih mlinova u termoelektrani „TEKO“, dok su mlinovi u funkciji. Osnovna frekvencija rotacije mlina je oko 12.5Hz, a u mlinu na kojem su mereni signali ima 10 udarnih ploča.

Naime, u literaturi se može naći da se informacije o otkazu i stanju rotirajućih elemenata kriju u spektralnim karakteristikama signala vibracije [173], ali je pokazano da u nekim slučajevima akustični signali mogu da budu podjednako informativni za rešavanje ovog problema. Baydar i Ball su 2001. uporedo analizirali frekvencijske karakteristike signala vibracije i akustičnih signala u cilju detekcije različitih vrsta otkaza kod rotirajućih elemenata i zaključili su da se obe vrste signala podjednako uspešno mogu koristiti u ove svrhe [23]. U ovom radu se koriste akustički signali kao jednostavniji i jeftiniji za snimanje od signala vibracije. Takođe, moguće ih je prikupiti bez remećenja načina funkcionisanja mlina pošto se snimaju izvan same mašine.

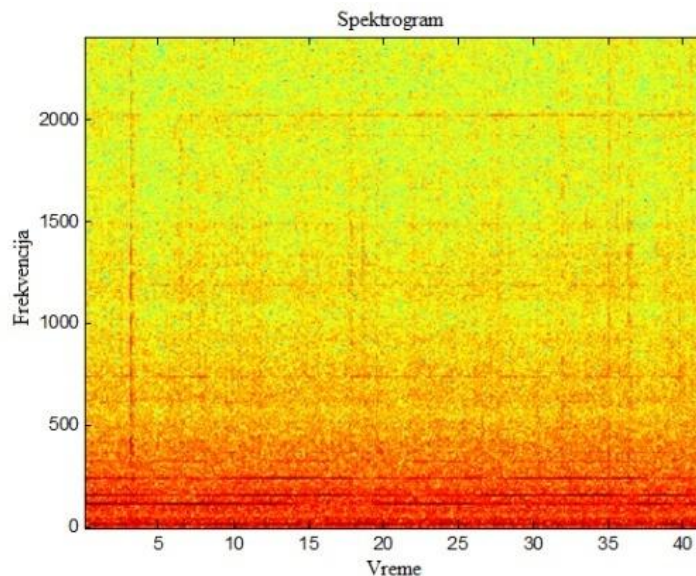
Snimanje akustičkih signala je izvršeno sa usmerenim mikrofonom na distanci od nekoliko milimetara dok je podsistem za mlevenje uglja u funkciji. Snimanje ovih signala izvršeno je u prostoru niskih kota termoelektrane, gde je akustička kontaminacija vrlo izražena. Stoga je isprojektovan poseban sistem fiksiranja mikrofona na milimetarskim odstojanjima od zidova mlina koji se analizira, kako bi snaga korisnog signala bila višestruko veća od snage kontaminirajućih akustičkih izvora kao što su susedni mlinovi, napojne pumpe, okolni ventili i tome slično. Akustički signal je snimljen frekvencijom odabiranja od 48kHz. Snimanje je vršeno u proseku na svake dve nedelje u trajanju od nekoliko minuta. Datumi snimanja i zamene mlina i trajanje svakog signala prikazani su u tabeli 1. Radi brže implementacije algoritma frekvencija odabiranja smanjena je decimacijom sa 48 kHz na 4.8 kHz i analiza je izvršena na signalima u trajanju od jednog minuta.

Iz tabele se može videti da su snimanja vršena u proseku na dve nedelje tako da se isprati celokupan vremenski period od trenutka zamene udarnih ploča, pa sve do trenutka kada se udarne ploče potroše. Nakon što je izvršen jedan ciklus snimanja, izvršeno je još tri snimanja nakon zamene mlina. Na ovaj način na osnovu snimljenih akustičkih signala dobijeni su podaci o podsistemu za mlevenje uglja u različitim stanjima. Dobijena je velika baza podataka nadgledanja stanja bez remećenja rada podsistema za mlevenje uglja, koja se može dalje obraditi.

TABELA I
SNIMLJENI AKUSTIČKI SIGNALI

Datum snimanja	Dužina signala	Vreme od poslednjeg remonta
<i>Zamena mlina je obavljena 19.01.2012.</i>		
02.02.2012.	10min 51s	14 dana
24.02.2012.	8min 8s	36 dana
01.03.2012.	8min 8s	42 dana
15.03.2012.	7min 3s	54 dana
<i>Zamena mlina je obavljena 24.03.2012.</i>		
30.03.2012.	6min	6 dana
05.04.2012.	5min	12 dana
19.04.2012	6min	26 dana

Drugi korak u održavanju po stanju jeste obrada podataka. S obzirom da su prikupljeni signali akustički signali, oni pripadaju talasnom tipu podataka. Kako bi se prevazišli nedostaci na koje se nailazi kada se takvi podaci analiziraju u vremenskom i frekvencijskom domenu, kao što je opisano u drugom poglavlju, pristupilo se analizi u vremensko-frekvencijskom domenu. Za analizu akustičkih signala korišćen je spektrogram koji je veoma dobra reprezentacija spektralnih komponenti signala. Spektrogram je reprezentacija signala u tri dimenzije: na horizontalnoj osi nalazi se informaciju o vremenu, na vertikalnoj osi informacija o frekvenciji, dok je amplituda predstavljena skalom boja. Jačina spektralnih komponenti je predstavljena intezitetom boje. Na slici 5.3 prikazan je spektrogram akustičkog signala koji je snimljen 30.03.2012., šest dana nakon zamene mlina.



Slika 5.3: Spektrogram akustičkog singala

Na slici 5.3 mogu se veoma jasno videti dominantne frekvencije i zaključuje se da su dominantne frekvencije viši harmonici osnovne učestanosti rotacije mlina koja iznosi $f_0 = 12.5\text{Hz}$. Takođe, dominantni pikovi u spektru se javljaju na frekvencijama $10f_0$, $20f_0$, itd. što se može objasniti činjenicom da postoji 10 udarnih ploča unutar mlina, tako da osnovna frekvencija prolaska udarne ploče pored mikrofona iznosi upravo $10f_0$. Pošto je mikروفon postavljen tako da bude što je moguće bliže udarnim pločama, te komponente u spektru su mnogo izraženije od ostalih.

Nakon što su podaci prikupljeni, potrebno je izdvojiti parametre iz snimljenih akustičkih signala kako bi se dobio vektor opservacija za analizu sa T^2 kontrolnim dijagramima. Kao što je već rečeno za prikaz akustičkih signala korišćen je spektrogram. Neka akustički signal bude označen kao $y[n]$, a spektrogram akustičkog signala kao S_p . Spektrogram predstavlja kratkovremensku brzu Furijeovu transformaciju (eng. *short time fast Fourier Transform- STFFT*) [57], i računa se kao brza Furijeova transformacija (eng. *Fast Fourier Transform-FFT*) na pomerajućem prozoru podataka. Ideja *STFFT* jeste da se ceo signal podeli na segmente sa kratkovremenskim prozorom i da se onda primeni Furijeova transformacija na svaki segment.

Spektrogram predstavlja funkciju i vremena i frekvencije što se može zapisati kao:

$$S_p = STFFT\{y[n]\} = S_p[f, n] \quad (5.1)$$

gde f predstavlja frekvenciju, a n vremenski argument spektrograma.

Izdvojeni parametri su prema tome vrednosti od S_p duž vremena na frekvencijama koje predstavljaju vrednosti oko viših harmonika ili konkretno više harmonike. Četrnaest izabranih frekvencija su prikazane u vektoru f_p :

$$f_p = [14 \ 18.7 \ 23.4 \ 28.1 \ 32.8 \ 60.93 \ 126.5 \ 178.1 \ 187.5 \ 262.5 \ 346.8 \ 754.6 \ 1200 \ 2025] \quad (5.2)$$

Prema tome, četrnaestodimenzionalni vektor opservacija je formiran u svakom vremenskom trenutku, što se može napisati kao:

$$X[n] = [x_1[n] \ x_2[n] \ \dots \ x_{14}[n]] \quad (5.3)$$

Koordinate vektora $X[n]$ računaju se na sledeći način:

$$x_i[n] = \sum_{j=n-L_w}^n S_p[f_i, j] \quad (5.4)$$

gde f_i predstavlja i -tu koordinatu vektora frekvencije, a L_w je dužina prozorske funkcije. Ovo je procedura za generisanje inicijalnog opservacionog vektora. Na ovaj način završen je korak obrade podataka i izdvajanja parametara.

Poslednji korak u programu prediktivnog održavanja jeste donošenje odluke u održavanju. S obzirom da su nam dostupni podaci nadgledanja stanja odlučeno je da se izabere drugi pristup prema podeli koja je opisana u poglavlju 2, odnosno prognoza otkaza zasnovana na podacima nadgledanja stanja. Kao što je na početku ovog poglavlja objašnjeno izabrana je tehnika koja je zasnovana na pokretnim podacima, odnosno odlučeno je da se ulazna sekvenca opservacija analizira pomoću T^2 kontrolnih dijagrama, a zatim da izlazi kontrolnih dijagrama budu ulazna sekvenca opservacija za skrivene Markovljeve modele (SMM). Na kraju, SMM bi trebalo da nam daju informaciju u kom stanju se udarne ploče nalaze, odnosno da li su se istrošile do nivoa da im je potrebna zamena. Na ovaj način, to bi bio drugi pristup u prognozi otkaza, odnosno predviđanje

verovatnoće da će mašina raditi bez otkaza do nekog vremenskog trenutka u budućnosti, odnosno do sledećeg intervala kada treba da se izvrši inspekcija.

Nakon što je generisan inicijalni opservacioni vektor pristupa se pravljenju T^2 kontrolnih dijagrama. T^2 sekvenca vrednosti se na osnovu jednačine (3.3.20) može računati prema sledećem izrazu:

$$T^2[n] = (X[n] - \bar{X})^T S^{-1} (X[n] - \bar{X}) \quad (5.5)$$

gde \bar{X} i S predstavljaju uzoračke estimatore vektora srednje vrednosti i kovarijacione matrice, respektivno. Pretpostavljajući da je za vreme prikupljanja podataka generisana sekvenca od N opservacija uzorački estimatori vektora srednje vrednosti i kovarijacione matrice na osnovu jednačina (3.3.14) i (3.3.15) mogu biti izračunati kao:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X[i] \quad (5.6)$$

$$S = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (X[i] - \bar{X})(X[i] - \bar{X})^T \quad (5.7)$$

S obzirom da je istorijski skup podataka koji imamo veliki (ima mnogo više od sto opservacija), kao što je objašnjeno u poglavlju 3 kontrolne granice u fazi II mogu se računati kao u jednačini (3.3.43), odnosno:

$$UCL = \chi_{(\alpha, p)}^2 \quad (5.8)$$

gde je $\chi_{(\alpha, p)}^2$ gornji α -ti kvantil od $\chi_{(p)}^2$.

Kontrolne granice u fazi I računata su kao u jednačini (3.3.36), odnosno:

$$UCL = \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] \beta_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)} \quad (5.9)$$

gde je $\beta_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)}$ gornji α -ti kvantil beta raspodele $\beta_{(p/2, (n-p-1)/2)}$. I u fazi I i u fazi II, kao što je objašnjeno u poglavlju 3, donja kontrolna granica jednaka je nuli.

Na osnovu relacije (5.5) formirana je sekvenca T^2 vrednosti $\{T^2[0], T^2[1], \dots, T^2[n]\}$, gde n predstavlja broj sekvence podataka pomerajućeg prozora. U sledećem poglavlju koje sadrži eksperimentalne rezultate dobijene primenom predložene tehnike, biće data slika 6.5 na kojoj će biti predstavljene estimirane funkcije raspodele verovatnoće odbiraka T^2 kontrolnih dijagrama za akustičke signale koji su snimljeni dve, pet i osam nedelja nakon zamene udarnih ploča mlina. Na osnovu ove slike biće jasno da se T^2 statistike menjaju tokom vremena, i da su u funkciji stanja udarnih ploča, odnosno da se menjaju kako se stanje udarnih ploča menja. Ova činjenica je veoma važna prilikom formiranja ulazne sekvence opservacija za SMM.

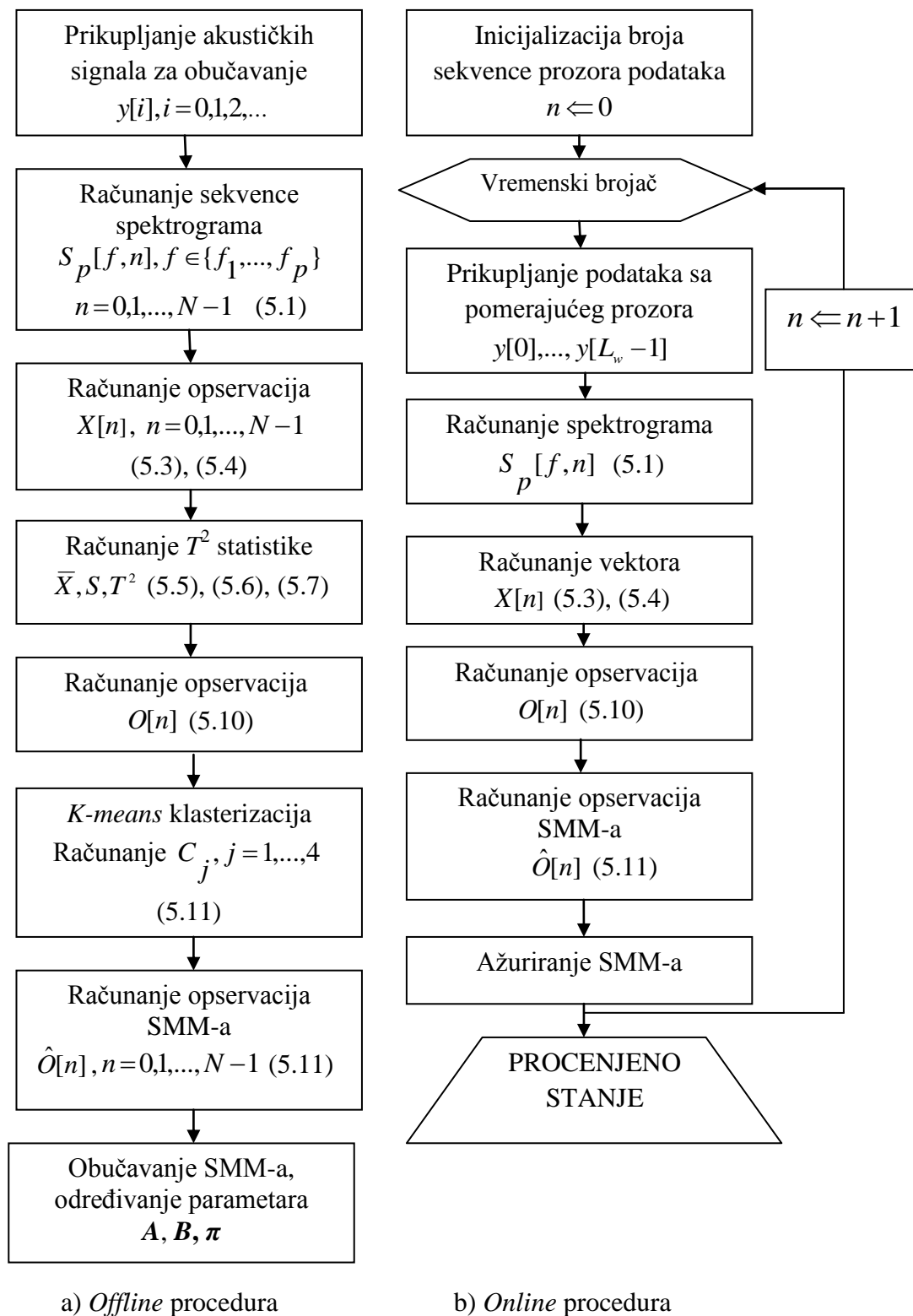
Kako bi se uzela u obzir dinamika sistema, umesto poslednjeg odbirka sa kontrolnog dijagrama, poslednjih deset odbiraka je uzeto za opis aktuelnog stanja udarnih ploča. Na ovaj način formira se vektor:

$$O[n] = [T^2[n-9] \quad T^2[n-8] \quad \dots \quad T^2[n]]^T \quad (5.10)$$

koji će se dalje koristiti za estimaciju stanja sistema. Ipak, ako bismo uzeli ovaj vektor kao ulazni opservacioni vektor za SMM, bilo bi neophodno proceniti združenu funkciju verovatnoće za ovaj desetodimenzioni vektor. Kako bi se izbegao ovaj kompleksan numerički problem, odlučeno je, kako je to inače uobičajeno u literaturi, da se primeni procedura *vektorske kvantizacije*. U ovu svrhu, korišćen je metod *k-means klasterizacije* [174,175]. Rezultat *k-means* klasterizacije je sekvenca od k centara klastera, takozvanih *centorida*. U našem slučaju, koji je zasnovan na metodi probe i greške (eng. *trial and error*), ispostavilo se da se dobijaju zadovoljavajući rezultati za $k=4$. Prema tome, dobijeni su centriodi ($C_i, i = 1,2,3,4$). Konačno, formiran je finalni vektor opservacija koji se prosleđuje na ulaz SMM-a na sledeći način:

$$\min_j \|O[n] - C_j\|^2 = \|O[n] - C_k\| \Rightarrow \hat{O}[n] = C_k \quad (5.11)$$

Nakon što su odbirci kodirani kao što je gore opisano, pristupa se formiranju SMM-a. O strukturi SMM-a biće više reči u narednom poglavlju. U svakom slučaju, poslednji korak u proceduri održavanja po stanju predstavljaju izlazi SMM-a koji daju informaciju o tome u kom stanju se udarne ploče nalaze. Na taj način može se doneti odluka o održavanju.



Slika 5.4: Predloženi algoritam za prediktivno održavanje podsistema za mlevenje uglja u termoelektrani

Na slici 5.4 nalaze se predloženi algoritmi za prediktivno održavanje. U svrhu praktične implementacije predložene metode potrebno je objasniti da se određene aktivnosti realizuju samo jednom kao *offline* procedura, kako bi se odredile neophodne statistike i kako bi se SMM obučio. Jednom kada se *offline* procedura završi, algoritam može da se implementira u realnom vremenu i obezbedi *online* nadgledanje stanja udarnih ploča mlina. Kako bi se jasno definisao redosled operacija na slici 5.4 nalaze se dva algoritma. Algoritam na slici 5.4a) predstavlja sekvencu aktivnosti *offline* procedure koja prethodi primeni u realnom vremenu, dok je na slici 5.4b) prikazana *online* sekvencu aktivnosti.

Poglavlje 6

Rezultati

U ovom poglavlju biće dati rezultati koji su dobijeni primenom predložene tehike za prediktivno održavanje. Kao što je objašnjeno u prethodnom poglavlju, nakon što su sakupljeni podaci i nakon što je izvršena ekstrakcija parametara iz snimljenih akustičkih signala pristupa se formiranju T^2 kontrolnih dijagrama.

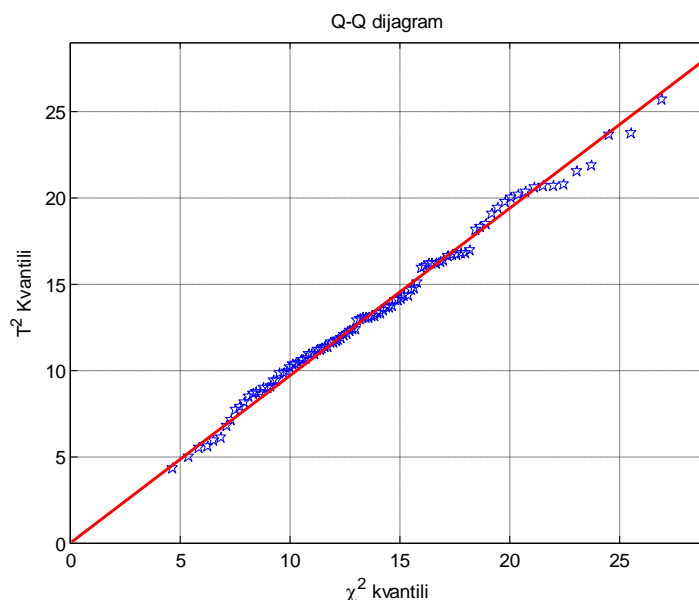
Najpre je potrebno na osnovu istorijskog skupa podataka estimirati \bar{X} i S , odnosno vektor srednje vrednosti i kovarijacionu matricu, respektivno. Za ovu estimaciju korišćene su jednačine (5.6) i (5.7) i uzimaju se parametri akustičkog signala koji je snimljen 30.03.2012., odnosno šest dana nakon zamene udarnih ploča, kada se zna da je nov mlin u funkciji. Može se reći da je ovo faza I u okviru statističke kontrole, kada se podrazumeva da je ceo podsistem u termoelektrani pod statističkom kontrolom. Estimirani vektor srednje vrednosti i kovarijaciona matrica u fazi I biće iskorišćeni u fazi II multivarijabilne analize.

U fazi II očekuje se da će T^2 kontrolni dijagram pokazati da kako vreme prolazi i mlinovi se troše, sve više tačaka će biti iznad gornje kontrolne granice, sve dok mlinovi ne budu potpuno potrošeni kada bi najveći broj tačaka trebalo da se pomeri iznad gornje kontrolne granice. Na ovaj način odbirci sa kontrolnih dijagrama se mogu iskoristiti kao opservacije za skriveni Markovljev model koji bi trebalo da pokaže kada je potrebno izvršiti zamenu udarnih ploča.

Kao što je opisano u prethodnom poglavlju, za računanje T^2 statistike korišćena je jednačina (5.5). Za gornju kontrolnu liniju uzeta je hi-kvadrat kontrolna granica kao u (5.8). Pošto se T^2 kontrolni dijagram fomira za 14 kvalitativnih karakteristika, gornja kontrolna granica je $UCL=36.12$ (za vrednost $\alpha = 0.001$). Donja kontrolna granica je $LCL=0$.

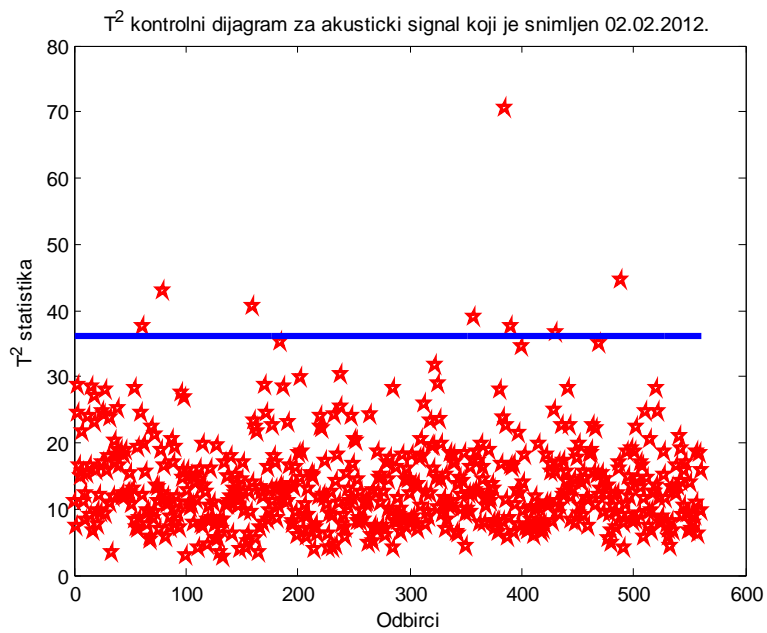
Kako bismo opravdali korišćenje hi-kvadrat kontrolne granice na sledećoj slici prikazan je $Q-Q$ dijagram sa T^2 kvantilima na y-osi i hi-kvadrat kvantilima na x-osi. Na slici je radi ilustracije prikazan $Q-Q$ dijagram za T^2 vrednosti za signale snimljene 30.03.2012, šest dana nakon zamene mlina. Tokom istraživanja, provera je rađena za sve signale kako bismo potvrdili da je izbor hi-kvadrat gornje kontrolne granice opravdan.

Na osnovu slike 6.1 može se videti da T^2 vrednosti prate hi-kvadrat raspodelu, odnosno da slika pokazuje približno linearan trend duž linije od 45 stepeni, osim poslednjih nekoliko tačaka koje su blago udaljene od projektovane trend linije.

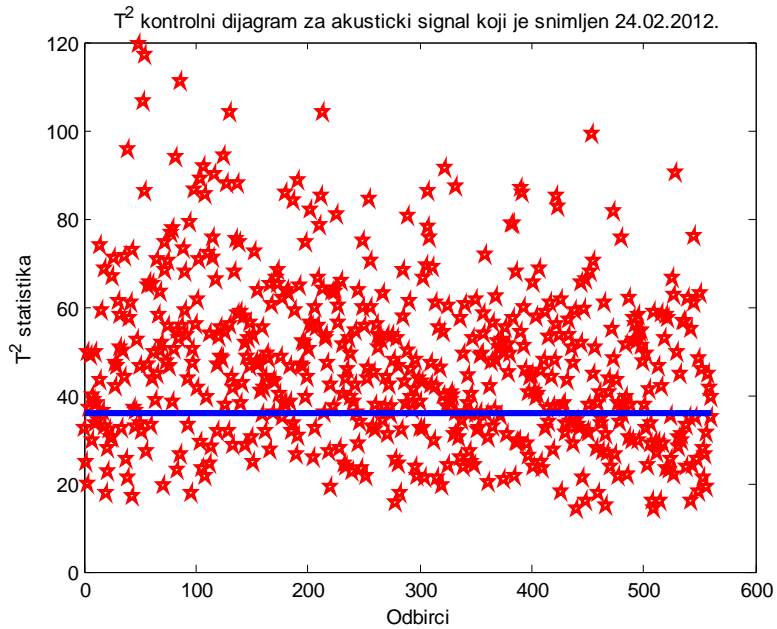


Slika 6.1: $Q-Q$ dijagram za akustički signal koji je snimljen šest dana nakon zamene mlina

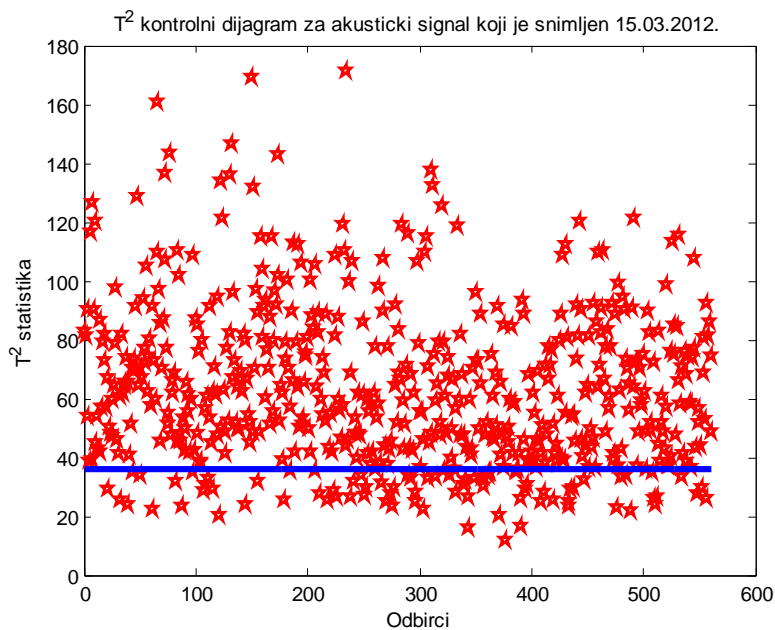
Na slici 6.2 prikazan je T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 02.02.2012., odnosno dve nedelje nakon zamene mlina, dok je na slici 6.3 prikazan T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 24.02.2012., odnosno pet nedelja nakon zamene mlina. Na slici 6.4 prikazan je T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 15.03.2012., odnosno osam nedelja nakon zamene mlina.



Slika 6.2: T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 02.02.2012., odnosno dve nedelje nakon zamene mlina



Slika 6.3: T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 24.02.2012., odnosno pet nedelja nakon zamene mlina



Slika 6.4: T^2 kontrolni dijagram za akustički signal snimljen 15.03.2012., odnosno osam nedelja nakon zamene mlina

Nakon analize slika 6.2, 6.3 i 6.4 vidi se da je broj tačaka koje se nalaze iznad gornje kontrolne granice na T^2 kontrolnom dijagramu sve veći kako se udarne ploče mlina sve više troše. Osam nedelja nakon zamene mlina skoro sve tačke su iznad gornje kontrolne granice i može se reći da je ceo podsistem u termoelektrani van statističke kontrole. Kako bi se potvrdili dobijeni rezultati ponovljena je multivarijabilna analiza na signalima koji su snimljeni 05.04.2012. i 19.04.2012., odnosno 12 i 26 dana nakon nove zamene mlina. U tabeli 1 prikazan je broj tačaka (u procentima) koje su iznad gornje kontrolne granice za sve snimljene signale za različite vrednosti gornje kontrolne granice, odnosno za različite vrednosti parametra α .

Može se objasniti razlika u broju tačaka koji se nalazi iznad gornje kontrolne granice za signale snimljene 02.02.2012. i 19.04.2012. Oba signala su snimljena dve nedelje nakon zamene mlina, ali su rezultati različiti iz dva razloga. Prvi razlog jeste taj što snimanje nije obavljeno u idealnim uslovima, u smislu prisustva šuma. Može se primetiti prisustvo šuma u svim snimljenim signalima, kao i neki drugi poremećaji, npr. kada kamen udari u mlin. Nije primenjena filtracija na signale kako se ne bi gubile informacije. Sve to može da utiče na tačnost rezultata.

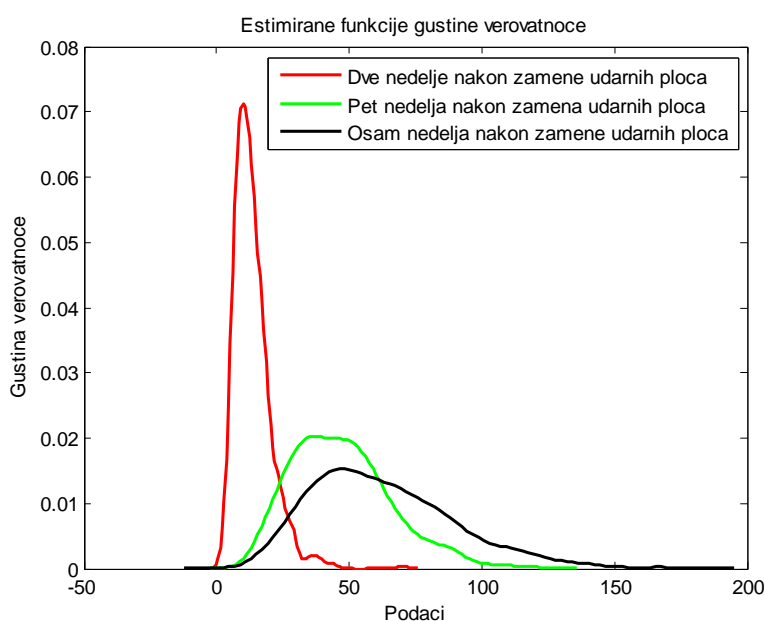
TABELA I
BROJ TAČAKA IZNAD GORNJE KONTROLNE GRANICE

Datum kada je signal snimljen	Broj nedelja nakon zamene mlina	Broj tačaka iznad gornje kontrolne granice [%], $\alpha = 0.001$, UCL=36.12	Broj tačaka iznad gornje kontrolne granice [%], $\alpha = 0.005$, UCL=31.32	Broj tačaka iznad gornje kontrolne granice [%], $\alpha = 0.01$, UCL=29.14	Broj tačaka iznad gornje kontrolne granice [%], $\alpha = 0.025$, UCL=26.12
02.02.2012.	Dve nedelje	1.43%	2.14%	2.46%	5%
24.02.2012.	Pet nedelja	68.27%	79.5%	83.78%	88.41%
15.03.2012.	Osam nedelja	84.85%	90.91%	92.87%	95.54%
05.04.2012.	Dve nedelje	16.75%	27.63%	32.98%	43.14%
19.04.2012	Četiri nedelje	57.58%	70.05%	74.87%	81.64%

Drugi razlog jeste taj što istrošenost udarnih ploča zavisi od kvaliteta samih ploča i uglja koji melju. Upravo zbog toga ne možemo da budemo sigurni kada je pravo vreme za zamenu udarnih ploča sve dok se ceo podsistem ne zaustavi i otvori.

Na osnovu tabele 1 može se zaključiti da je izborom $\alpha = 0.001$, napravljen kontrolni dijagram koji “previše kontroliše”, dok je izborom $\alpha = 0.025$ preveliki stepen lažnih alarma. U svakom slučaju, bez obzira na to koju vrednost gornje kontrolne granice da smo izabrali, broj tačaka koji je iznad nje raste, kako se udarne ploče mlina troše. Naime, u ovoj tezi kontrolni dijagrami nisu korišćeni za klasičnu detekciju otkaza, već za formiranje T^2 statistike koja će se parametrizovati za pravljenje opservacija za SMM. Sam izbor gornje kontrolne granice svakako ne utiče na vrednost T^2 statistike, odnosno na formiranje opservacija za SMM. Prema tome, izbor parametra α , odnosno pravljenje kompromisa između greške prvog tipa i greške drugog tipa ne utiče na vrednosti opservacija za SMM, što inače nije slučaj kada se pravi klasičan kontrolni dijagram koji treba da detektuje otkaz i kada izbor parametra α ima veliki uticaj za pravilno određivanje gornje kontrolne granice. Na osnovu dobijenih rezultata je pokazano da se kontrolni dijagrami mogu efikasno primeniti na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu, što nam je i bio cilj, kako bismo mogli da parametrizujemo T^2 statistiku za opservacije SMM-a.

Kako bi odbirci sa kontrolnih dijagrama bili predstavljeni kao sekvenca opservacija za skriveni Markovljev model izvršena je vektorska kvantizacija *k-means* klasterizacijom kako je opisano u prethodnom poglavlju. Na slici 6.5 prikazane su estimirane funkcije gustine verovatnoće odbiraka sa T^2 kontrolnih dijagrama za signale snimljene dve nedelje, pet nedelja i osam nedelja nakon zamene mlina. Analizom slike 6.5 vidi se da je u pitanju statistika koja se menja u vremenu, odnosno da se T^2 statistike menjaju kako se stanje udarnih ploča mlina menja. Kako bi se uzela u obzir dinamika sistema uzeto je umesto samo poslednjeg, po poslednjih deset odbiraka sa kontrolnih dijagrama i onda je izvršena vektorska kvantizacija. Klasterizacija je vršena u četiri klase, tako da se kao rezultat dobijaju kodirani odbirci sa četiri centroida koji predstavljaju ulaznu sekvencu opservacija za SMM.



Slika 6.5: Estimirane funkcije gustine verovatnoće za akustičke signale koji su snimljeni dve, pet i osam nedelja nakon zamene udarnih ploča mlina

Poslednji korak predloženog algoritma jeste pravljenje SMM-a. Izabran je model koji ima tri stanja. Prvo stanje predstavlja stanje mlina neposredno nakon njegove zamene, odnosno kada je mlin nov. Drugo stanje predstavlja “međustanje”, odnosno kada je mlin polupotrošen, ali još ima vremena do njegove zamene. Treće stanje predstavlja stanje mlina kada je mlin istrošen, odnosno kada je potrebno izvršiti njegovu

zamenu. Na osnovu sistema za koji se pravi model pretpostavljeno je da je dozvoljen prelaz iz trenutnog u sledeće stanje, kao i ostajanje u tekućem stanju, odnosno da ne postoji mogućnost prelaska iz trenutnog u prethodno stanje. Takođe, pretpostavljeno je da se kreće iz prvog stanja, odnosno neposredno posle zamene mlina.

Kao što je objašnjeno, ovo istraživanje počelo je od pretpostavke da SMM ima tri stanja. Ovaj broj stanja izabran je proizvoljno, odnosno bio je dovoljan da adekvatno okarakteriše prelaz sistema iz stanja kada je mlin nov, preko toga da je polupotrošen, pa do stanja kada je u potpunosti istrošen. Radi veće preciznosti, moglo se izabrati i više stanja, čime bi procena verovatnoće da će sistem raditi dobro do nekog trenutka u budućnosti svakako bila preciznija.

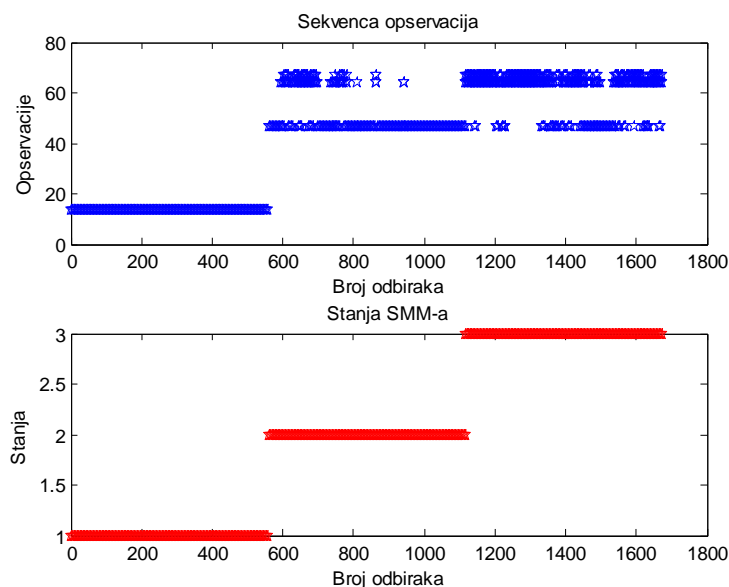
Nakon kodiranja sekvence opservacija, pristupilo se rešavanju trećeg problema, odnosno obučavanju skrivenog Markovljevog modela. Za rešenje ovog problema korišćen je *Baum-Welch*-ov algoritam, kao što je opisano u poglavlju 4. Nakon toga dobijena je vrednost matrice prelaza A i emisione matrice B :

$$A = \begin{bmatrix} 0.9982 & 0.0018 & 0 \\ 0 & 0.9982 & 0.0018 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.8167 & 0.1115 & 0.0718 \\ 0.0000 & 0.2776 & 0.3844 & 0.3379 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Nakon obučavanja skrivenog Markovljevog modela pristupilo se rešavanju drugog problema koji je opisan u poglavlju 4 pomoću *Viterbijevog* algoritama. Na slici 6.6 nalazi se prikaz kodirane sekvence opservacija i odgovarajuća stanja skrivenih Markovljevih modela.

Analizom slike 6.6 može se zaključiti da skriveni Markovljev model daje informaciju u kom trenutku se mlin nalazi u stanju 3, odnosno kada su se udarne ploče potrošile i kada ih je potrebno zameniti. Jasno se vidi da u trenutku kada kreću opservacije koje odgovaraju odbircima sa kontrolnih dijagrama za signal koji je snimljen osam nedelja nakon zamene mlina, SMM ulazi u treće stanje, odnosno stanje koje odgovara potrošenom mlinu.



Slika 6.6: Stanja SMM-a

Na osnovu dobijenih rezultata može se izvesti nekoliko zaključaka. Kao prvo, potvrđena je pretpostavka da se iz spektralnih komponenti akustičkih signala koji su snimljeni neposredno uz zidove mlina mogu izdvojiti informacije na osnovu kojih se može prepoznati stanje rotirajućih elemenata mlina. Potvrda ove pretpostavke je veoma važna jer se kao što je već rečeno u literaturi uglavnom daje prednost signalima vibracije u odnosu na akustičke signale kada je u pitanju informativnost. S obzirom da je snimanje akustičkih signala mnogo jeftinije, a obrada je mnogo jednostavnija od obrade signala vibracije, potvrda o informativnosti akustičkih signala svakako predstavlja naučni doprinos ove teze.

Inovativnost predložene tehnike ogleda se u kombinaciji kontrolnih dijagrama i SMM-a u prognozi otkaza kod prediktivnog održavanja, kao i u primeni kontrolnih dijagrama na izdvojene komponente iz spektrograma. Naime, u literaturi se može pronaći primena kontrolnog dijagrama čija se konstrukcija zasniva na spektralnoj analizi signala [176]. Ovde je predložen drugačiji pristup, odnosno primena T^2 kontrolnih dijagrama na spektralne komponente signala, koja se na osnovu dobijenih rezultata pokazala kao jako efikasna. U literaturi se takođe može naći primena kontrolnih dijagrama i SMM-a za dijagnozu degradacije procesa [21], kao i za detekciju otkaza [22], ali u ovim radovima su upotrebljeni standardni p -dijagram i *Hotelling-ov* T^2 kontrolni dijagram. Među novijim referencama može se pronaći primena *Hotelling-*

ovog T^2 kontrolnog dijagrama i SMM-a kod adaptivne procene stanja ležajeva [177]. Takođe, Lin se u svojoj doktorskoj disertaciji bavi primenom T^2 kontrolnih dijagrama za ranu detekciju otkaza, kao i kombinacijom SMM-a i Bajesovskih kontrolnih dijagrama primenjenim u optimalnim Bajesovskim polisama održavanja [178]. U obe pomenute reference, istraživanje se bazira na signalima vibracije. Sve navedene metode kombinuju kontrolne dijagrame i SMM, ali na drugačiji način nego što je u ovoj tezi predloženo.

Kao što je objašnjeno u drugom poglavlju, kada je u pitanju prognoza otkaza, u literaturi se najčešće nailazi na prvi pristup, odnosno na procenu kada će otkaz nastupiti (procena RUL-a). U ovom istraživanju akcentat je na drugom pristupu, odnosno na predviđanju verovatnoće da će mašina raditi bez otkaza do nekog vremenskog trenutka u budućnosti (u našem slučaju do sledećeg intervala kada treba da se izvrši inspekcija i zamena udarnih ploča) na osnovu trenutnog stanja mašine i radnog profila u prošlosti. Primenom predložene metode, SMM nam daje informaciju u kom stanju su udarne ploče mlina, odnosno kada su se udarne ploče potrošile do te mere da ih je potrebno zameniti. S obzirom da je veoma malo radova gde se primenjuje drugi pristup prognozi otkaza, može se reći da dobijeni rezultati zasnovani na drugom pristupu predstavljaju još jedan naučni doprinos ove teze.

Prednost predložene metode jeste što je neinvazivna, odnosno za sakupljanje podataka nadgledanja stanja nije potrebno prekidati rad podsistema za mlevenje uglja i nije potrebno zaustavljati ceo podsystem. Takođe, prednost ove metode jeste što se zasniva na obradi akustičkih podataka koji su jednostavniji za obradu i prikupljanje od signala vibracije.

Nedostatak ove metode je taj što se akustički signali snimaju uz prisustvo buke koju je nemoguće izbeći, što može uticati na tačnost rezultata. Snimanje signala se vrši usmerenim mikrofonom, na distanci od nekoliko milimetara kako bi uticaj buke bio što je moguće manji. Ipak, moguće je da prisustvo šuma utiče na tačnost dobijenih rezultata. Signali nisu filtrirani kako se ne bi izgubile korisne informacije. Rezultati koji su dobijeni predstavljaju *offline* metodu, odnosno SMM je obučavan na osnovu već snimljenih signala. Kako bi se ova metoda primenila na *online* podatke potrebna je znatno veća količina podataka za adekvatno obučavanje SMM-a i još preciznije određivanje trenutka kada je potrebno zameniti udarne ploče mlina.

Bez obzira na navedene nedostatke, predložena metoda može da se primeni u realnom vremenu i omogući veću stabilnost i pouzdanost jednog od ključnih podsistema u termoelektranama.

Poglavlje 7

Zaključak

U ovoj tezi predložena je inovativna tehnika prediktivnog održavanja. Istraživanje koje je opisano sastojalo se od nekoliko faza. Na početku se pristupilo detaljnom upoznavanju sa problemom u Termoelektrani „TEKO“ Kostolac, odnosno sa problemom koji se javlja planiranim održavanjem udarnih ploča koje melju uglj u jednom od ključnih podsistema termoelektrane. Kako bi se adekvatno pristupilo rešenju problema, izvršen je detaljan pregled literature koja se bavi strategijama održavanja. U literaturi se naišlo na mnogo radova gde su predložene različite strategije održavanja, ali gotovo svuda se ističe prednost prediktivnog u odnosu na planirano održavanje. S obzirom da je prvi korak u programu prediktivnog održavanja sakupljanje podataka, izvršeno je snimanje akustičkih signala u blizini podsistema za mlevenje uglja, dok je podsystem u funkciji. Pretpostavljeno je da bi se na taj način mogla dobiti informacija o stanju udarnih ploča čime bi se izbeglo da se ceo sistem zaustavlja pre vremena u slučaju da to nije potrebno, a u cilju smanjenja materijalnih gubitaka i povećanja energetske efikasnosti termoelektrane. Na ideju o snimanju akustičkih signala se došlo zbog “urbane legende” koja kaže da iskusni rukovaoci u termoelektrani mogu da 'čuju' zvuke na osnovu kojih se može zaključiti da li su udarne ploča mlina “zrele” za zamenu. Takođe, u literaturi je pronađen podatak da je kod 99% mehaničkih otkaza prijavljeno da su pre otkaza postojali veoma primetni indikatori [13]. Nakon što su akustički signali snimljeni, prešlo se na drugi korak u prediktivnom održavanju, odnosno na obradu podataka. Signali su predstavljeni u vremensko-frekvencijskom domenu pomoću spektrograma, a zatim su izdvojeni korisni parametri. Inovativnost predloženog algoritma zasniva se na izboru tehnika u okviru donošenja odluke u održavanju (trećeg koraka u prediktivnom održavanju). S obzirom na nedostupnost tačnog i pouzdanog modela sistema, a sa druge strane na dostupnost snimljenih akustičkih signala (podataka nadgledanja stanja), izabrana je tehnika koja je zasnovana na pokretnim podacima u

okviru donošenja odluke u održavanju. Nakon detaljnog upoznavanja sa literaturom iz ove oblasti, gde je do sada predloženo zaista već mnogo tehnika i kombinacija različitih alata, odlučeno je da se primene kontrolni dijagrami na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu, a zatim da se formira SMM čije će opservacije biti parametrizovane statistike sa kontrolnih dijagrama.

Izvršena je pretpostavka da se primenom kontrolnih dijagrama na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu može dobiti informacija o stanju udarnih ploča, kao i da se nestacionarnost procesa može pokriti uvođenjem skrivenih Markovljevih modela.

Predloženi algoritam primenjen je zatim na akustičke signale koji su snimljeni u termoelektrani "TEKO", Kostolac, Srbija, na bloku A1. Snimanja su vršena u proseku na dve nedelje tako da se isprati celokupan vremenski period od trenutka zamene udarnih ploča, pa sve do trenutka kada se udarne ploče potroše. Snimanje je izvršeno usmerenim mikrofonom na distanci od nekoliko milimetara dok je podsistem za mlevenje uglja u funkciji.

Dobijeni rezultati potvrdili su postavljene hipoteze na početku istraživanja. Primena kontrolnih dijagrama na izdvojene parametre akustičkih signala u frekvencijskom domenu pokazala se kao jako efikasna. Kako su se udarne ploče mlina trošile, sve veći broj tačaka je bio iznad gornje kontrolne granice. Takođe, nestacionarnost procesa jeste pokrivena SMM-om, koji nam je dao informaciju u kom stanju se udarne ploče nalaze.

Imajući u vidu postavljene ciljeve na početku ovog istraživanja, kao i rezultate do kojih se došlo, može se reći da ova teza ima nekoliko naučnih doprinosa. Kao prvo, izvršen je pregled literature koja se bavi održavanjem po stanju, kontrolnim dijagramima, skrivenim Markovljevim modelima, izdvojeni su pregledni radovi, sistematizovana su postojeća rešenja, izdvojene su prednosti i nedostaci različitih tehnika održavanja po stanju u odnosu na druge. Zatim, predložena je nova tehnika za održavanje po stanju zasnovana na pristupu koji je baziran na pokretnim podacima jer ne traži poznavanje modela, a nestacionarnost procesa je pokrivena uvođenjem SMM-a koji definisanjem različitih stanja podrazumeva dinamički model i nestacionarnost opservacija. Opservacije koje ulaze u SMM nisu direktno mereni podaci sa objekta, već

parametrizovane statistike iz kontrolnih dijagrama koje su primenjene na izdvojene parametre iz akustičkih signala u frekvencijskom domenu. Drugim rečima, predloženi postupak izdvaja najbolja svojstva postojećih pristupa i sjedinjuje ih u strukturu koja je inovativna. Predložena tehnika primenjena je na konkretan problem koji se javlja planiranim održavanjem udarnih ploča koje melju ugalj u jednom od ključnih podsistema termoelektrane „TEKO“ Kostolac, na bloku A1. Doprinosa ove teze je i eksperimentalna analiza predloženog rešenja, kao i pregled prednosti i nedostataka istog. Dobijeni rezultati potvrdili su hipoteze koje su postavljene na početku, odnosno da će predložena kombinacija kontrolnih dijagrama i SMM-a biti efikasna u prediktivnom održavanju, kao i da su akustički signali informativni kada je u pitanju informacija o stanju udarnih ploča mlina. Potvrda o informativnosti akustičkih signala je važan doprinos, pošto se u literaturi uglavnom daje prednost signalima vibracije koji su skuplji i teži za obradu od akustičkih signala. Takođe, kao što je već objašnjeno, dodatni doprinos ove teze jeste drugi pristup prognozi otkaza, odnosno, nije u pitanju klasična procena RUL-a, već procena verovatnoće koliko dugo će udarne ploče raditi do sledeće inspekcije mlina, kada je potrebna njihova zamena.

Predložena metoda ima nekoliko prednosti. Kao prvo, metoda nije invazivna i ne zahteva zaustavljanje celog podsistema za mlevenje uglja za snimanje podataka nadgledanja stanja, odnosno akustičkih signala koji se snimaju dok je podsystem za mlevenje uglja u funkciji. Softverska realizacija predloženog algoritma nije mnogo složena i nije vremenski zahtevna kada se SMM jednom adekvatno obuči, što bi bilo od značaja ako bi se ovakav način prediktivnog održavanja primenio u realnom vremenu. Dodatna prednost predložene metode jeste što se zasniva na obradi akustičkih signala koji su jeftiniji za snimanje i jednostavniji za obradu od signala vibracije. Kao što je već objašnjeno u samoj tezi, u literaturi se može naći primena SMM-a i kontrolnih dijagrama kod prediktivnog održavanja, ali ne na način koji je ovde opisan. Takođe, ovi alati u literaturi primenjivani su na različite tipove signala, uključujući i signale vibracije, ali koliko je autoru poznato, akustički signali nisu korišćeni. Iako se predložena metoda prediktivnog održavanja zasniva na podacima nadgledanja stanja, moglo bi se reći da se na neki način koriste i podaci događaja s obzirom da imamo informaciju kada su zamenjene udarne ploče mlina, koliko vremena je prošlo od poslednje zamene, itd. Kombinovanje podataka nadgledanja stanja i podataka događaja

je svakako najbolji pristup u prognozi otkaza, pa je ovo svakako još jedna prednost predložene metode.

Nedostatak predložene metode jeste što je neizbežno prisutvo šuma u akustičkim signalima koji se ne filtriraju zbog mogućeg gubitka informacija. Metoda je osetljiva na prisustvo buke od susednih objekata, koja je uvek prisutna u kotlarnicama termoelektrana, zbog čega je moguća kontaminiranost akustičkih signala.

Dalji pravac u ovom istraživanju bio bi pravljenje adaptivnog sistema koji će biti u stanju da se prilagođava novim statistikama koje su posledice starenja komponenti u sistemu, a ne samo stanju istrošenosti udarnih ploča mlina. Takođe, značajna studija bi se mogla napraviti kada bi se obavilo snimanje signala vibracije, uporedno sa akustičkim signalima, za komparativnu analizu. Dobijeni rezultati u ovoj tezi bi mogli doprineti pravljenju optimalne polise održavanja u termoelektrani, što bi moglo biti neko buduće istraživanje. Dodatni podaci događaja u kombinaciji sa podacima nadgledanja stanja svakako bi mogli da unaprede postojeću metodu.

Uopšteno govoreći, nekoliko pravaca u istraživanjima se očekuju za nove generacije dijagnostičkih i prognostičkih sistema. Pre svega, potrebno je poboljšanje sistema za prediktivno održavanje kako bi se sakupile tačne informacije, posebno podaci događaja. Ove informacije bi bile neprocenjive za građenje modela, kao i za validaciju modela. Očekuje se razvoj naprednih senzorskih tehnika za robusnu *online* akviziciju podataka, kao i razvoj metoda ili alata za ekstrakciju, obradu i interpretaciju poznatog tipa informacija. Neophodan je razvoj efikasnih i brzih *online* algoritama za obradu signala, razvoj brzih i preciznih prognostičkih pristupa, kao i razvoj modela sistema za prediktivno održavanje koji uključuju više kategorija akcija održavanja [12]. Drugim rečima, sa brzim razvojem mikro-elektro-mehaničkih sistema, budući trend istraživanja i razvoja u oblasti prediktivnog održavanja bio bi dizajn inteligentnih uređaja koji imaju mogućnost kontinualnog nadgledanja sopstvenog stanja koristeći *on-line* akviziciju podataka, *on-line* obradu signala i *on-line* dijagnostičke alate. Drugi trend u istraživanju bio bi saradnja između stručnjaka za pravljenje integrisane platforme za poboljšanje dijagnostike i prognoze u okviru programa prediktivnog održavanja, pošto obično svaka istraživačka grupa ima svoju specijalnost u ovoj oblasti [14].

Mogućnost da se proceni otkaz je od suštinske važnosti za smanjenje materijalnih gubitaka, za redukovanje nepotrebnog i prevremenog zaustavljanja, kao i za izbegavanje katastrofalnih otkaza koji mogu imati nesagledive posledice. Upravo zbog svega navedenog strategije održavanja se sve više unapređuju, a ponajviše prediktivno održavanje koje se do sada pokazalo kao najefikasnije. Sa razvojem naprednih tehnologija ova oblast je doživela svoj procvat, pošto su se otvorile nove mogućnosti za unapređenje prediktivnog održavanja. U literaturi se može pronaći da je do sada održano puno konferencija iz ove oblasti, objavljen je veliki broj radova, članaka i knjiga. Ipak, ostaje još dosta prostora za njen dalji razvoj. Najveći nedostatak predloženih tehnika u literaturi je taj što su uglavnom razvijane u laboratorijskim uslovima, a nedostaje praktična primena u realnom vremenu. Takođe, potrebno je poraditi na rešenjima koja su jednostavnija za upotrebu, pošto se taj aspekt često zanemaruje prilikom razvijanja aplikacija održavanja. Aplikacije često umeju da budu previše kompleksne i zamarajuće za korisnike. Pošto je ovo oblast u kojoj je potrebno multidisciplinarno znanje ne treba zaboraviti da veoma često samo jedan alat ne može da reši problem, tako da bi saradnja stručnjaka iz različitih oblasti ekspertize svakako doprinela da se strategije održavanja još više poboljšaju.

Literatura

- [1] A. Rosmaini and K. Shahrul, "An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application," *Journal of Computers & Industrial Engineering*, vol. 63, no. 1, pp. 135-149, 2012.
- [2] I. Bazovsky, *Reliability Theory and Practice*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1961.
- [3] A. K. S. Jardine, *Maintenance, replacement and reliability*, Wiley, New York, 1973.
- [4] A. Kelly, "Maintenance and its management," in *Proceedings of the Communications Conference*, Surrey, England, 1989.
- [5] R. K. Mobley, *An Introduction to Predictive Maintenance*, Elsevier Science, USA, 2002.
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_industrial_disasters#cite_note-18, Datum pristupa stranici 20.02.2016.
- [7] G. Vachtsevanos, F. Lewis, M. Roemer, A. Hess, and B. Wu, *Intelligent Fault Diagnosis and Prognosis For Engineering Systems*, Wile, Hoboken, NJ, 2006.
- [8] S. Yang, "A condition-based preventive maintenance arrangement for thermal power plants," *Electric Power Systems Research*, vol. 72, no. 1, pp. 49-62, 2004.
- [9] K. Le Son, M. Fouladirad, A. Barros, E. Levrat, and B. Iung, "Remaining useful life estimation based on stochastic deterioration models: A comparative study," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 112, pp. 165-175, 2013.
- [10] S. Sankararaman, "Significance, interpretation, and quantification of uncertainty in prognostics and remaining useful life prediction," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 52-53, pp. 228-247, 2015.
- [11] S. Asadzadeh and A. Azadeh, "An integrated systemic model for optimization of condition based maintenance with human error," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 124, pp. 117-131, 2014.

- [12] A.K.S. Jardine, D. Lin, and D. Banjevic, "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, no. 7, pp. 1483–1510, 2006.
- [13] H.P. Bloch and F.K. Geitner, *Machinery Failure Analysis and Trouble Shooting*, Gulf Professional Publishing, 1997.
- [14] A. Heng, S. Zhang, A. Tan, and J. Mathew, "Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, no. 3, pp. 724–739, 2009.
- [15] L. R. Rabiner, "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition," *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 2, pp. 257-286, 1989.
- [16] P. Smyth, "Hidden Markov models for fault detection in dynamic systems," *Pattern Recognition*, vol. 27, no. 1, pp. 149–164, 1994.
- [17] Z. Li, Z. Wu, Y. He, and C. Fulei, "Hidden Markov model-based fault diagnostics method in speed-up and speed-down process for rotating machinery," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, no. 2, pp. 329–339, 2005.
- [18] D. Tobon-Mejia, K. Medjaher, N. Zerhouni, and G. Tripot, "Hidden Markov models for failure diagnostic and prognostic," in *Prognostics and Health Management Conference*, Shenzhen, China, 2011.
- [19] D. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, Fifth Edition, John Wiley & Sons, New York, 2005.
- [20] R. Mason and J. Young, *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, ASA-SIAM, 2002.
- [21] S. Lee, L. Li, and J. Ni, "Online degradation assessment and adaptive fault detection using modified hidden Markov model," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 132, no. 2, pp. 0210101–02101011, 2010.
- [22] A. Tai, W. Ching, and L. Chan, "Detection of machine failure: hidden Markov model approach," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 57, no.2, pp.608–619, 2009.

- [23] N. Baydar and A. Ball, "A comparative study of acoustic and vibration signals in detection of gear failures using Wigner-Ville distribution," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 15, no. 6, pp. 1091-1107, 2001.
- [24] H. C. Pusey and M. J. Roemer, "An assessment of turbomachinery condition monitoring and failure prognosis technology," *The Shock and Vibration Digest*, vol. 31, no. 5, pp. 365-371, 1999.
- [25] D. Chelidze and J. Cusumano, "A dynamical systems approach to failure prognosis," *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 126, no. 5, pp. 2-8, 2004.
- [26] M. Schwabacher, "A survey of data-driven prognostics," in *Proceedings of the AIAA Infotech@Aerospace Conference*, Arlington, Virginia, 2005.
- [27] L. Ma, "Condition monitoring in engineering asset management," in *Proceedings of Asia-Pacific Vibration Conference*, Sapporo, Hokkaido, Japan, 2007.
- [28] R. Beard, "Failure accommodation in linear systems through self-reorganization," *Technical Report MVT-71-1*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 1971.
- [29] H. Jones, "Fault Detection in Linear Systems," *Technical Report T-608*, The Charles Stark Draper Laboratory, Cambridge, MA, USA, 1973.
- [30] S. Ding, *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*, Springer, Berlin, 2008.
- [31] A. El-Shafei, N. Rieger, "Automated diagnostics of rotating machinery," in *Proceedings of 2003 ASME Turbo Expo*, Atlanta, GA, USA, vol. 4, pp. 491-498, 2003.
- [32] T. K. Saha, "Review of modern diagnostic techniques for assessing insulation condition in aged transformers," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 10, no. 5, pp. 903-917, 2003.
- [33] G. Sabnavis, R. G. Kirk, M. Kasarda, and D. Quinn, "Cracked shaft detection and diagnostics: A literature review," *The Shock and Vibration Digest*, vol. 36, no. 4, pp. 287-296, 2004.
- [34] H. Austerlitz, *Data Acquisition Techniques Using PCs*, Academic Press, San Diego, CA, 2003.

- [35] N. V. Kirianaki, S. Y. Yurish, N. O. Shpak, and V.P. Deynega, *Data Acquisition and Signal Processing for Smart Sensors*, Wiley, Chichester, West Sussex, England, 2002.
- [36] C. Davies and R. M. Greenough, "The use of information systems in fault diagnosis," in *Proceedings of the 16th National Conference on Manufacturing Research*, University of East London, UK, 2000.
- [37] R. Xu and C. Kwan, "Robust isolation of sensor failures," *Asian Journal of Control*, vol. 5, no. 1, pp. 12–23, 2003.
- [38] G. O. Allgood and B. R. Upadhyaya, "A model-based high-frequency matched filter arcing diagnostic system based on principal component analysis (PCA) clustering," in *Proceedings of Applications and Science of Computational Intelligence III*, Bellingham, vol. 4055, pp. 430–440, 2000.
- [39] R. L. Mason and J. C. Young, *Multivariate Statistical Process Control With Industrial Applications*, ASA- SIAM, USA, 2002.
- [40] G. Dalpiaz, A. Rivola, and R. Rubini, "Effectiveness and sensitivity of vibration processing techniques for local fault detection in gears," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, no. 3, pp. 387–412, 2000.
- [41] S. Poyhonen, P. Jover, and H. Hyotyniemi, "Signal processing of vibrations for condition monitoring of an induction motor," in *Proceedings of ISCCSP: 2004 First International Symposium on Control, Communications and Signal Processing*, New York, pp. 499–502, 2004.
- [42] D.C. Baillie and J. Mathew, "A comparison of autoregressive modeling techniques for fault diagnosis of rolling element bearings," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 10, no. 1, pp. 1–17, 1996.
- [43] W. J. Wang and R. M. Lin, "The application of pseudo-phase portrait in machine condition monitoring," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 259, no. 1, pp. 1–16, 2003.
- [44] T. Koizumi, N. Tsujiuchi, and Y. Matsumura, "Diagnosis with the correlation integral in time domain," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, no. 6, pp. 1003–1010, 2000.

- [45] W.J. Wang, Z. T. Wu, and J. Chen, "Fault identification in rotating machinery using the correlation dimension and bispectra," *Nonlinear Dynamics*, vol. 25, no. 4, pp. 383–393, 2001.
- [46] C. M. Harris and A. G. Piersol, *Harris' Shock and Vibration Handbook*, McGraw-Hill, New York, 2002.
- [47] R. B. Randall, J. Antoni, and S. Chobsaard, "The relationship between spectral correlation and envelope analysis in the diagnostics of bearing faults and other cyclostationary machine signals," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 15, no. 5, pp. 945–962, 2001.
- [48] J. R. Stack, R. G. Harley, and T. G. Habetler, "An amplitude modulation detector for fault diagnosis in rolling element bearings," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, no. 5, pp. 1097–1102, 2004.
- [49] N.T. van der Merwe and A.J. Hoffman, "A modified cepstrum analysis applied to vibrational signals," in *Proceedings of 14th International Conference on Digital Signal Processing (DSP2002)*, Santorini, Greece, vol. 2, pp. 873–876, 2002.
- [50] C.-C. Wang and G.-P. J. Too, "Rotating machine fault detection based on HOS and artificial neural networks," *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 13, no. 4, pp. 283–293, 2002.
- [51] L. Xiong, T. Shi, S. Yang, and R.B.K.N. Rao, "A novel application of wavelet-based bispectrum analysis to diagnose faults in gears," *International Journal of COMADEM*, vol. 5, no. 3, pp. 31–38, 2002.
- [52] D.-M. Yang, A.F. Stronach, P. Macconnell, and J. Penman, "Third-order spectral techniques for the diagnosis of motor bearing condition using artificial neural networks," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 16, no. 2, pp. 391–411, 2002.
- [53] B. E. Parker, H. A. Ware, D. P. Wipf, W. R. Tompkins, B. R. Clark, E. C. Larson, and H.V. Poor, "Fault diagnostics using statistical change detection in the bispectral domain," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, no. 4, pp. 561–570, 2000.
- [54] M.H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing and Modeling*, Wiley, New York, 1996.

- [55] C. K. Mechefske and J. Mathew, "Fault detection and diagnosis in low speed rolling element bearing. Part I: The use of parametric spectra," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 6, no. 4, pp. 297–307, 1992.
- [56] M. J. E. Salami, A. Gani, and T. Pervez, "Machine condition monitoring and fault diagnosis using spectral analysis techniques," in *Proceedings of the First International Conference on Mechatronics (ICOM '01)*, Kuala Lumpur, Malaysia, vol. 2, pp. 690–700, 2001.
- [57] F. A. Andrade, I. Esat, and M.N.M. Badi, "Gearbox fault detection using statistical methods, time–frequency methods (STFT and Wigner–Ville distribution) and harmonic wavelet-A comparative study," in *Proceedings of the COMADEM '99*, Chipping Norton, pp. 77–85, 1999.
- [58] L. Cohen, "Time–frequency distribution-A review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 7, pp. 941–981, 1989.
- [59] P. Bonato, R. Ceravolo, A. De Stefano, and M. Knaflitz, "Bilinear time–frequency transformations in the analysis of damaged structures," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 11, no. 4, pp. 509–527, 1997.
- [60] S. Gu, J. Ni, and J. Yuan, "Non-stationary signal analysis and transient machining process condition monitoring," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 42, no. 1, pp. 41–51, 2002.
- [61] R. K. Young, *Wavelets Theory and Its Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1993
- [62] W. J. Staszewski and G. R. Tomlinson, "Application of the wavelet transform to fault detection in a spur gear," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 8, no. 3, pp. 289–307, 1994.
- [63] W. J. Wang and P. D. McFadden, "Application of wavelets to gearbox vibration signals for fault detection," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 192, no. 5, pp. 927–939, 1996.
- [64] R. Rubini and U. Meneghetti, "Application of the envelope and wavelet transform analyses for the diagnosis of incipient faults in ball bearings," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 15, no. 2, pp. 287–302, 2001.

- [65] N. Baydar and A. Ball, "Detection of gear failures via vibration and acoustic signals using wavelet transform," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 17, no. 4, pp. 787–804, 2003.
- [66] Z. K. Peng and F.L. Chu, "Application of the wavelet transform in machine condition monitoring and fault diagnostics: A review with bibliography," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 18, no. 2, pp. 199–221, 2004.
- [67] M. S. Nixon and A.S. Aguado, *Feature Extraction and Image Processing*, Newnes, Oxford, 2002.
- [68] T. Heger and M. Pandit, "Optical wear assessment system for grinding tools," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 13, no. 3, pp. 450–461, 2004.
- [69] C. Ellwein, S. Danaher, and U. Jager, "Identifying regions of interest in spectra for classification purposes," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 16, no. 2-3, pp. 211–222, 2002.
- [70] A.K.S. Jardine, "Optimizing condition based maintenance decisions," in *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium*, pp. 90–97, 2002.
- [71] W. Wang and J. Sharp, "Modelling condition-based maintenance decision support," in *Condition Monitoring: Engineering the Practice* (E. D. Yardley, ed.), pp. 79–98, Wiley, New York, 2002.
- [72] D. Banjevic and A.K.S. Jardine, "Calculation of reliability function and remaining useful life for a Markov failure time process," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 17, no. 2, pp. 115-130, 2006.
- [73] R. B. Chinnam and P. Baruah, "Autonomous diagnostics and prognostics through competitive learning driven HMM-based clustering," in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks 2003*, New York, vols. 1–4, pp. 2466–2471, 2003.
- [74] C. Kwan, X. Zhang, R. Xu, and L. Haynes, "A novel approach to fault diagnostics and prognostics," in *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New York, vols. 1–3 pp. 604–609, 2003.
- [75] C. H. Oppenheimer and K.A. Loparo, "Physically based diagnosis and prognosis of cracked rotor shafts," in *Proceedings of Component and Systems Diagnostics*,

- Prognostics, and Health Management II*, Bellingham, vol. 4733, pp. 122–132, 2002.
- [76] P. Wang and G. Vachtsevanos, “Fault prognostics using dynamic wavelet neural networks,” *AI EDAM-Artificial Intelligence for Engineering Design Analysis and Manufacturing*, vol. 15, no. 4, pp. 349–365, 2001.
- [77] G. J. Kacprzynski, A. Sarlashkar, and M.J. Roemer, “Predicting remaining life by fusing the physics of failure modeling with diagnostics,” *Journal of Metal*, vol. 56, no. 3, pp. 29–35, 2004.
- [78] D. Lin and V. Makis, “Recursive filters for a partially observable system subject to random failure,” *Advances in Applied Probability*, vol. 35, no. 1, pp. 207–227, 2003.
- [79] C. R. Farrar, F. Hemez, G. Park, A. N. Robertson, H. Sohn, and T. O. Williams, “A coupled approach to developing damage prognosis solutions,” in *Proceedings of the Damage Assessment of Structures—The Fifth International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2003)*, Southampton, UK, 2003.
- [80] D. Tobon-Mejia, K. Medjaher, N. Zerhouni, and G. Tripot, “Hidden Markov models for failure diagnostic and prognostic,” in *Prognostics and Health Management Conference*, Shenzhen, China, 2011.
- [81] Y. Li, T. R. Kurfess, and S.Y. Liang, “Stochastic prognostics for rolling element bearings,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, no. 5, pp. 747–762, 2000.
- [82] C. J. Li and H. Lee, “Gear fatigue crack prognosis using embedded model, gear dynamic model and fracture mechanics,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, no. 4, pp. 836–846, 2005.
- [83] J. Qiu, B. B. Set, S.Y. Liang, and C. Zhang, “Damage mechanics approach for bearing lifetime prognostics,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 16, no. 5, pp. 817–829, 2002.
- [84] W. Batko, “*Prediction method in technical diagnostics*,” Ph.D. Thesis, Cracov Mining Academy, 1984.

- [85] K. Kazmierczak, "Application of autoregressive prognostic techniques in diagnostics," in *Proceedings of the Vehicle Diagnostics Conference*, Tuczno, Poland, 1983.
- [86] J. Lee, "A systematic approach for developing and deploying advanced prognostics technologies and tools: methodology and applications," in *Proceedings of the Second World Congress on Engineering Asset Management*, Harrogate, UK, pp. 1195–1206, 2007.
- [87] R. Joshi and C. Reeves, "Beyond the Cox model: artificial neural networks for survival analysis part II," in *Proceedings of the Eighteenth International Conference on Systems Engineering*, Coventry, UK, 2006.
- [88] D. G. Bostwick and H. B. Burke, "Prediction of individual patient outcome in cancer," *Cancer Supplement*, vol. 91, no. 8, pp. 1643–1646, 2001.
- [89] R. Setiono, W. K. Leow, and J. Y. L. Thong, "Opening the neural network black box: An algorithm for extracting rules from function approximating artificial neural networks," in *Proceedings of International Conference on Information Systems*, Brisbane, Australia, pp. 176–186, 2000.
- [90] R. C. M. Yam, P. W. Tse, L. Li, and P. Tu, "Intelligent predictive decision support system for CBM," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 383–391, 2001.
- [91] W. Q. Wang, M. F. Golnaraghi, and F. Ismail, "Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 18, no. 4, pp. 813–831, 2004.
- [92] W. Wang, "An adaptive predictor for dynamic system forecasting," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 2, pp. 809–823, 2007.
- [93] Y. Shao and K. Nezu, "Prognosis of remaining bearing life using neural networks," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I-Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 214, no. 3, pp. 217–230, 2000.
- [94] N. Gebraeel, M. Lawley, R. Liu, and V. Parmeshwaran, "Residual life predictions from vibration-based degradation signals: a neural network approach," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, no. 3, pp. 694–700, 2004.

- [95] M. Orchard, B. Wu, and G. Vachtsevanos, "A particle filter framework for failure prognosis," in *Proceedings of the World Tribology Congress*, Washington, DC, 2005.
- [96] E. Jantunen, "Prognosis of rolling bearing failure based on regression analysis and fuzzy logic," in *Proceedings of the VETOMAC-3 and ACSIM-2004*, New Delhi, India, pp. 836–846, 2004.
- [97] S. Zhang, L. Ma, Y. Sun, and J. Mathew, "Asset health reliability estimation based on condition data," in *Proceedings of the 2nd WCEAM and the 4th ICCM*, Harrogate, UK, pp. 2195–2204, 2007.
- [98] X. Zhang, R. Xu, C. Kwan, S. Y. Liang, Q. Xie, and L. Haynes, "An integrated approach to bearing fault diagnostics and prognostics," in *Proceedings of American Control Conference*, Portland, OR, USA, pp. 2750–2755, 2005.
- [99] M. Dong and D. He, "A segmental hidden semi-Markov model (HSMM)-based diagnostics and prognostics framework and methodology," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, no. 5, pp. 2248–2266, 2007.
- [100] A. K. S. Jardine, P. M. Anderson, and D. S. Mann, "Application of the Weibull proportional hazard model to aircraft and marine engine failure data," *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 3, no. 2, pp. 77–82, 1987.
- [101] J. Moubray, *Reliability-Centred Maintenance*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1997.
- [102] K. B. Goode, J. Moore, and B. J. Roylance, "Plant machinery working life prediction method utilizing reliability and condition-monitoring data," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering*, vol. 214, no. 2, pp. 109–122, 2000.
- [103] C. Bunks, D. McCarthy, and T. Al-Ani, "Condition-based maintenance of machines using hidden Markov models," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 14, no. 4, pp. 597–612, 2000.
- [104] M. Dong and D. He, "Hidden semi-Markov models for machinery health diagnosis and prognosis," in *Papers Presented at North American Manufacturing Research Conference (NAMRC 32)*, Charlotte, NC, USA, vol. 32, pp. 199–206, 2004.

- [105] D. Lin and V. Makis, "On-line parameter estimation for a failure-prone system subject to condition monitoring," *Journal of Applied Probability*, vol. 41, no. 1, pp. 211–220, 2004.
- [106] W. Wang, "A model to predict the residual life of rolling element bearings given monitored condition information to date," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 13, no. 1, pp. 3–16, 2002.
- [107] W. Wang, P. A. Scarf, and M. A. J. Smith, "On the application of a model of condition-based maintenance," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 51, no. 11, pp. 1218–1227, 2000.
- [108] A. Heng, A. Tan, J. Mathew, and B.-S. Yang, "Machine prognosis with full utilization of truncated lifetime data," in *Proceedings of the Second World Congress on Engineering Asset Management*, Harrogate, UK, pp. 775–784, 2007.
- [109] J. E. Campbell, B. M. Thompson, and L. P. Swiler, "Consequence analysis in predictive health monitoring systems," in *Proceedings of Probabilistic Safety Assessment and Management*, Amsterdam, 2002, vols. I and II, pp. 1353–1358, 2002.
- [110] W. Wang, "A model to determine the optimal critical level and the monitoring intervals in condition-based maintenance," *International Journal of Production Research*, vol. 38, no. 6, pp. 1425–1436, 2000.
- [111] S. V. Amari and L. McLaughlin, "Optimal design of a condition-based maintenance model," in *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Los Angeles, CA, USA, pp. 528–533, 2004.
- [112] M. Marseguerra, E. Zio, and L. Podofillini, "Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and Monte Carlo simulation," *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 77, no. 2, pp. 151–165, 2002.
- [113] D. Banjevic, A. K. S. Jardine, V. Makis, and M. Ennis, "A control-limit policy and software for condition-based maintenance optimization," *Information Systems and Operational Research: INFOR*, vol. 39, no. 1, pp. 32–50, 2001.
- [114] S. Goldman, *Vibration Spectrum Analysis: A Practical Approach*, Industrial Press, New York, 1999.

- [115] K. B. Goode, B. J. Roylance, and J. Moore, "Development of model to predict condition monitoring interval times," *Ironmaking and Steelmaking*, vol. 27, no. 1, pp. 63–68, 2000.
- [116] W. Wang, "Modelling condition monitoring intervals: A hybrid of simulation and analytical approaches," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 54, no. 3, 273–282, 2003.
- [117] J. A. Allocca and A. Stuart, *Transducers: Theory and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- [118] M. Lackner, "Vibration and crack detection in gas turbine engine compressor blades using eddy current sensors," Master Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2004.
- [119] J. E. Michaels and T. E. Michaels, "Enhanced differential methods for guided wave phased array imaging using spatially distributed piezoelectric transducers," in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* (D. O. Thompson and D. E. Chimenti, eds.), vol. 25, pp. 837-844, Brunswick, Maine, American Institute of Physics, 2006.
- [120] R. F. El-Hajjar and R. M. Haj-Ali, "Infrared (IR) thermography for strain analysis in fiber reinforced plastics," *Experimental Techniques, Society for Experimental Mechanics (SEM)*, vol. 28, no. 2, pp. 19–22, 2004.
- [121] M. Zou, J. Dayan, and I. Green, "Dynamic simulation and monitoring of a noncontacting flexibly mounted rotor mechanical face seal," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 214, no. 9, pp. 1195–1206, 2000.
- [122] D. C. Kammer, "Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 14, no. 2, pp. 251– 259, 1991.
- [123] A. A. Alonso, C. E. Frouzakis, and I. G. Kevrekidis, "Optimal sensor placement for state reconstruction of distributed process systems," *AIChE Journal*, vol. 50, no. 7, pp. 1438– 1452, 2004.
- [124] S. Y. Chen and Y. F. Li, "A method of automatic sensor placement for robot vision in inspection tasks," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, DC, Vol. 3, pp. 2545–2550, 2000.

- [125] L. F. Anthony and B. K. Belinda, "Sensor location in feedback control of partial differential equation systems," in *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Control Applications*, Anchorage, Alaska, Vol. 1, pp. 536–541, 2005.
- [126] G. Zhang, "Optimum sensor localization/ selection in a diagnostic/prognostic architecture," Ph.D. Thesis, Electrical and Computer Engineering, Georgia Institute of Technology, 2005.
- [127] H. Saranga and J. Knezevic, "Reliability analysis using multiple relevant condition parameters," *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 6, no. 3, pp. 165–176, 2000.
- [128] H. Wang, "A survey of maintenance policies of deteriorating systems," *European Journal of Operational Research*, vol. 139, no. 3, pp. 469–489, 2002.
- [129] J. R. Stack, T. G. Habetler, and R. G. Harley, "Effects of machine speed on the development and detection of rolling element bearing faults," *IEEE Power Electronics Letters*, vol. 1, no. 1, pp. 19–21, 2003.
- [130] Y. Sun, L. Ma, J. Mathew, and S. Zhang, "An analytical model for interactive failures," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 91, no. 5, pp. 495–504, 2006.
- [131] G. Vachtsevanos, "Performance metrics for fault prognosis of complex systems," *The IEEE Conference on Systems Readiness Technology*, pp. 341–345, 2003.
- [132] D. Garvin, "Competing on the eight dimensions of quality," *Harvard Business Review*, vol. 65, no. 6, 1987.
- [133] D. C. Montgomery and G. C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 3rd ed., John Wiley&Sons, Inc., New York, NY, 2003.
- [134] S.V. Crowder, "Design of exponentially weighted moving average schemes," *Journal of Quality Technology*, vol. 21, no. 2, pp.155-162, 1989.
- [135] E. S. Page, "Cumulative sum control charts," *Technometrics*, vol.3, no. 1, pp.1-9, 1961.
- [136] V. de Vargas, L. Lopes, and A. Souza, "Comparative study of the performance of the cusum and EWMA control charts," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 46, no. 4, pp. 707-724, 2004.

- [137] C. A. Lowry, W. H. Woodall, C. W. Champ, and S. E. Rigdon, "A multivariate exponentially weighted moving average control chart," *Technometrics*, vol. 34, no. 1, pp. 46-53, 1992.
- [138] J. Pignatiello and G. Runger, "Comparison of multivariate cusum charts," *Journal of Quality Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 173-186, 1990.
- [139] R. A. Johnson and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2007.
- [140] H. Hotelling, "Multivariate quality control," in *Techniques of Statistical Analysis*, (C. Eisenhart, M. Hastay, and W. Wallis, eds.), pp. 111-184, McGraw-Hill, New York, 1947.
- [141] C. Fuchs and R. S. Kenett, *Multivariate Quality Control*, Dekker, New York, 1998.
- [142] S. J. Wierda, *Multivariate Statistical Process Control*, Groningen Theses in Economics, Management and Organization, Wolters Noordhoff, Groningen, the Netherlands, 1994.
- [143] N. D. Tracy, J. C. Young, and R. L. Mason, "Multivariate control charts for individual observations," *Journal of Quality Technology*, vol. 24, no. 2, pp. 88-95, 1992.
- [144] A. M. Kshirsagar and J. C. Young, "Correlation between two Hotelling's T^2 ," *Technical Report*, Departement of Statistics, Southern Methodist University, Dallas, TX, 1971.
- [145] H. A. David, *Ordered Statistics*, Wiley, New York, 1970.
- [146] D. M. Hawkins, "A new test for multivariate normality and homoscedasticity," *Technometrics*, vol. 23, no. 1, pp. 105-110, 1981.
- [147] D. C. Holmes and A. E. Mergen, "Improving the performance of the T^2 control chart," *Journal of Quality Engineering.*, vol. 5, no. 4, pp. 619-625, 1993.
- [148] J. H. Sullivan and W. H. Woodall, "A comparison of multivariate control charts for individual observations," *Journal of Quality Technology*, vol. 28, no. 4, pp. 398-408, 1996.
- [149] F. W. Scholz and T. J. Tosch, "Small sample uni- and multivariate control charts for means," in *Proceedings of the American Statistical Association, Quality and*

- Productivity Section*, American Statistical Association, Alexandria, VA, pp.17-22, 1994.
- [150] Y. M. Chou, R. L. Mason, and J. C. Young, "The control chart for individual observations from a multivariate non-normal distribution," *Communications in Statistics - Theory and Methods*, vol. 30, no. 8-9, pp. 1937-1949, 2001.
- [151] K. V. Mardia, J. T. Kent, and J. M. Bibby, *Multivariate Analysis*, Academic Press, New York, 1979.
- [152] S. Sharma, *Applied Multivariate Techniques*, Wiley, New York, 1995.
- [153] J. D. Gibbons and S. Chakraborti, *Nonparametric Statistical Inference*, 4th ed., Marcel Dekker, Inc., New York, Basel, 2003.
- [154] O. Thas, *Comparing Distributions*, Springer, New York, 2010.
- [155] N. H. Timm, "Multivariate quality control using finite intersection tests," *Journal of Quality Technology*, vol. 28, no. 2, pp. 233-243, 1996.
- [156] C. A. Lowry and D. C. Montgomery, "A review of multivariate control charts," *IIE Transactions*, vol. 27 no. 6, pp. 800-810, 1995.
- [157] E. J. Dudewicz and S. N. Mishra, *Modern Mathematical Statistics*, Wiley, New York, 1998.
- [158] W. J. Conover, *Practical Nonparametric Statistics*, 3rd ed., Wiley, New York, 2003.
- [159] J. E. Jackson, *A User's Guide to Principal Components*, Wiley, New York, 1991.
- [160] L. Rabiner and R. Schafer, *Digital Processing of Speech Signals*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1978.
- [161] H. Jiang, X. Li, and C. Liu, "Large margin hidden Markov models for speech recognition," *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, vol. 14, no. 5, pp. 1584-1595, 2006.
- [162] S. Ananthi and P. Dhanalakshmi, "Speech recognition system and isolated word recognition based on hidden Markov model (HMM) for hearing impaired," *International Journal of Computer Applications (0975-8887)*, vol.73, no. 20, pp. 30-34, 2013.

- [163] Y. Byung-Jun, "Hidden Markov models and their applications in biological sequence analysis," *Current Genomics*, vol. 10, no. 6, pp. 402-415, 2009.
- [164] T. Koski, *Hidden Markov Models for Bioinformatics*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 2001.
- [165] T. Caelli, A. McCabe, and G. Briscoe, "Shape tracking and production using hidden Markov models," in *Hidden Markov models: Applications in computer visions*, (H. Bunke and T. Caelli, eds.), pp. 197-221, World Scientific, Singapore, 2001.
- [166] K. C. Kwon and J. H. Kim, "Accident identification in nuclear power plants using hidden Markov models," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol.12, no. 4, pp. 491-501, 1999.
- [167] L. Wang, M. Mehrabi, and E. Kannatey-Asibu, "Hidden Markov model-based tool wear monitoring in turning," *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 124, no. 3, pp. 651–658, 2002.
- [168] H. Ertunc, K. Loparo, and H. Ocak, "Tool wear condition monitoring in drilling operations using hidden Markov models," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 41, no. 9, pp. 1363–1384, 2001.
- [169] H. Ocak, K.A. Loparo, "A new bearing fault detection and diagnosis scheme based on hidden Markov modeling of vibration signals", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 5, pp. 3141-3144, 2001.
- [170] H. Bourlard and N. Morgan, "Hybrid HMM/ANN systems for speech recognition: Overview and new research directions," in *Adaptive Processing of Sequences and Data Structures*, (C. Lee Giles and M. Gori, eds.), pp. 389-417, Springer, Berlin Heidelberg, 1998.
- [171] D. Flynn, *Thermal Power Plant Simulation and Control*, The Institution of Electrical Engineers, London, UK, 2003.
- [172] C. Maffezzoni, "Boiler-turbine dynamics in power plant control," in *Proceedings of the IFAC 13th Tri-annual World Congress*, San Francisco, vol. O, pp. 1-13, 1996.

- [173] J. T. Renwick and P. E. Babson, "Vibration analysis – a proven technique as a predictive maintenance tool," *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. IA-21, no. 2, pp. 324-332, 1985.
- [174] A. Gersho and R. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*, Kluwer Academic Publisher, USA, 9th edition, 1993.
- [175] R. Duda, P. Hart, and D. Stork, *Pattern Classification*, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [176] T. Tiplica, A. Kobi, A. Barreau, and R. Chassagnon, "Spectral control chart," *Quality Engineering*, vol. 17, no. 4, pp. 695–702, 2005.
- [177] F. Cartella and H. Sahli, "Online adaptive bearings condition assessment using continuous hidden Markov models," *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 7, pp. 758785-758785, 2014.
- [178] C. Lin, "*Early fault detection and optimal maintenance control for partially observable systems subject to vibration monitoring*," Ph.D. Thesis, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Toronto, 2014.

Biografija autora

Emilija Kisić je rođena 15. aprila 1984. godine u Beogradu. Osnovnu školu i Gimnaziju je završila u Beogradu, 1998. i 2002, respektivno. Osnovne studije na Elektrotehničkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu je završila 2007. godine, na odseku Signali i Sistemi, sa prosekom 8,17. Diplomirala je kod prof. dr Željka Đurovića sa ocenom 10, sa temom „Prepoznavanje vokala primenom formantne analize i neuralnih mreža“. Master studije na Elektrotehničkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu je završila 2009. godine, na odseku Signali i Sistemi, sa prosekom 10,00. Master rad odbranila je kod prof. dr Željka Đurovića sa ocenom 10, sa temom „Sistem za prepoznavanje govora iz ograničenog rečnika primenom neuralnih mreža“.

Upisala je doktorske studije 2009. godine na Elektrotehničkom fakultetu, Univerziteta u Beogradu, studijski modul Upravljanje Sistemima i Obrada Signala. Položila je sve ispite na doktorskim studijama sa prosečnom ocenom 10,00.

Tokom studiranja pohađala je kurs „*International 2013 EECI Graduate School on Control-Control of Nonlinear Delay Systems and PDEs*“, i održala je predavanje pod nazivom „*Predictive maintenance based on control charts diagrams: case study of coal mills*“ u okviru jednodnevne radionice „*RObust Decentralised Estimation fOr large-scale systems (RODEO), Work-in-Progress Meeting, Computer Center of the School of Electrical Engineering*“ u Beogradu, 2014.

U Visokoj školi elektrotehnike i računarstva strukovnih studija u Beogradu je počela da radi septembra 2009. godine kao honorarni saradnik, dok je od 2012. primljena u radni odnos sa punim radnim vremenom u zvanju asistenta na studijskom programu Automatika i Sistemi Upravljanja Vozilima. U okviru nastave angažovana je na računskim vežbama i laboratorijskim vežbama.

U okviru nastavnog procesa stekla je i reference u vidu koautorstva na priručnicima za laboratorijske vežbe i publikovanih radova iz oblasti Statističke obrade signala, Prediktivnog održavanja i Detekcije otkaza.

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisani-a Emilija Kisić

broj indeksa 5038/09

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Primena T^2 kontrolnih dijagrama i skrivenih Markovljevih modela na prediktivno održavanje tehničkih sistema

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda



U Beogradu, 10.03.2016.

Prilog 2.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora	<u>Emilija Kisić</u>
Broj indeksa	<u>5038/09</u>
Studijski program	<u>Elektrotehnika i računarstvo (modul Upravljanje sistemima i obrada signala)</u>
Naslov rada	<u>Primena T² kontrolnih dijagrama i skrivenih Markovljevih modela na prediktivno održavanje tehničkih sistema</u>
Mentor	<u>prof. dr Željko Đurović</u>
Potpisani/a	<u>Emilija Kisić</u>

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda



U Beogradu, 10.03.2016.

Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Primena T² kontrolnih dijagrama i skrivenih Markovljevih modela na prediktivno održavanje tehničkih sistema

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

Potpis doktoranda



U Beogradu, 10.03.2016.

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.